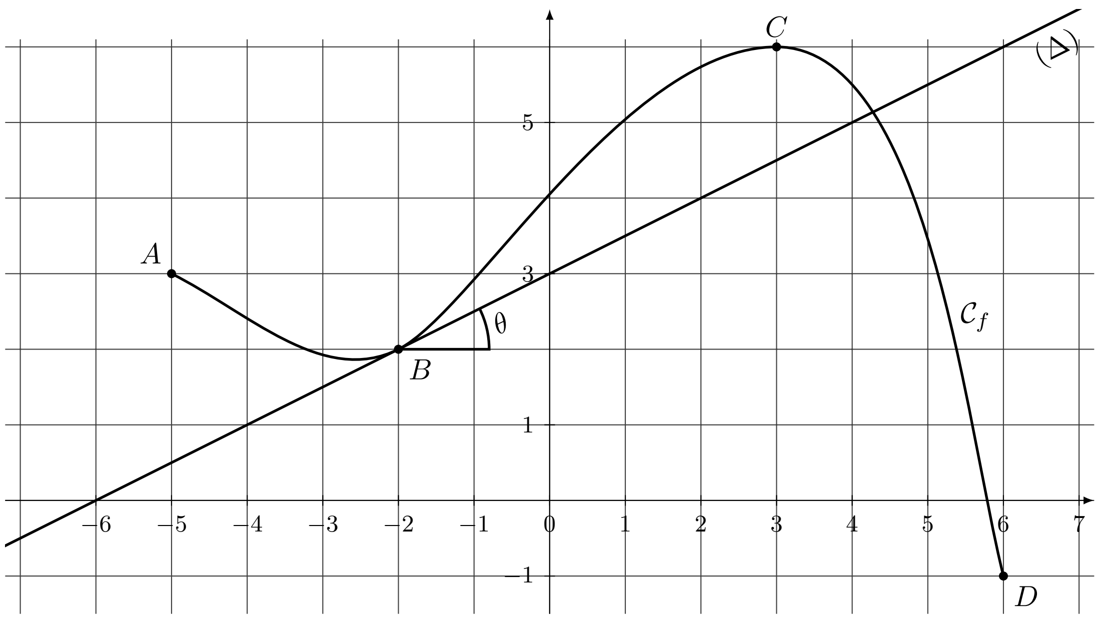
Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 1 - Semestre 2
Nombres dérivées et limites.
Année 2023-2024

Exercice n° 1: On donne ci-dessous la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5, 6]$.



On sait que la droite (Δ) est tangente à $\mathcal{C}_f$ en B.

1. Donne la valeur de $f(-5)$ puis le signe de $f'(-5)$.
2. Donne la valeur de $f(6)$ puis le signe de $f'(6)$.
3. Donne la valeur de $f(-2)$ puis de $f'(-2)$.
4. Déduis-en la mesure principale en degré de l'angle θ.
5. Détermine l'équation réduite de la droite (Δ).
6. Construis le tableau de signes de la dérivée f' de f.
7. Donne la valeur de $f(3)$ puis de $f'(3)$.
8. Détermine graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 3$.
9. Détermine graphiquement les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 5$.

Exercice n° 2: Pour chacune des courbes représentatives suivantes :

i. Détermine l'ensemble de définition de la fonction associée.

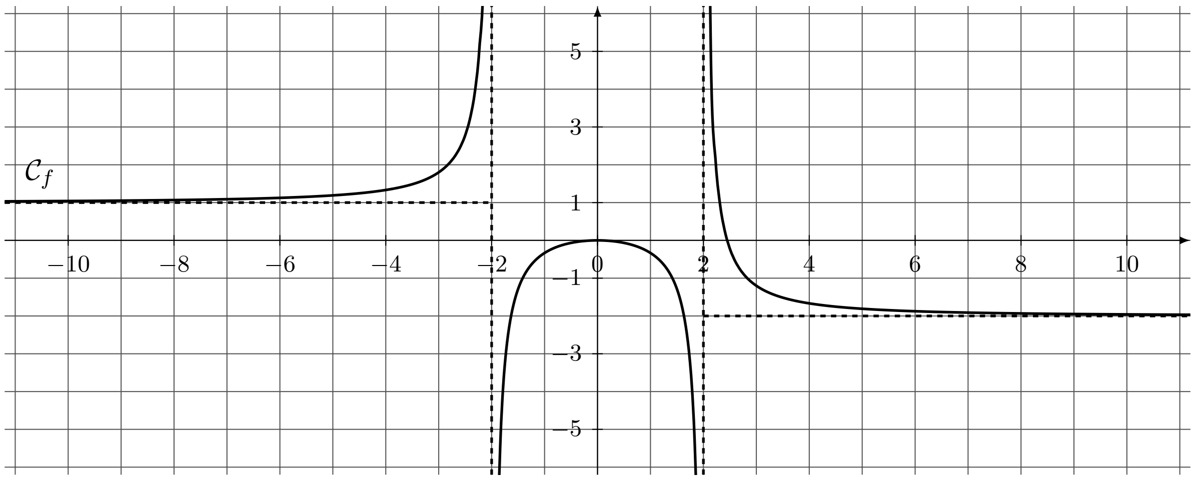
ii. Détermine les limites aux bornes de cet ensemble.

iii. Détermine une équation pour chaque éventuelle asymptote.

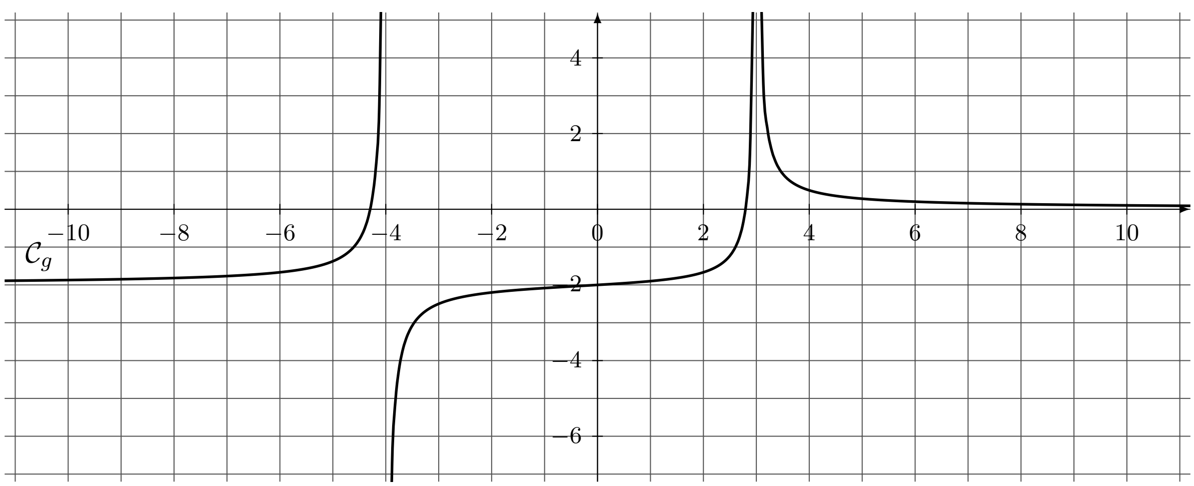
iv. Construis le tableau de signes de la fonction.

v. Construis le tableau de variations de la fonction.

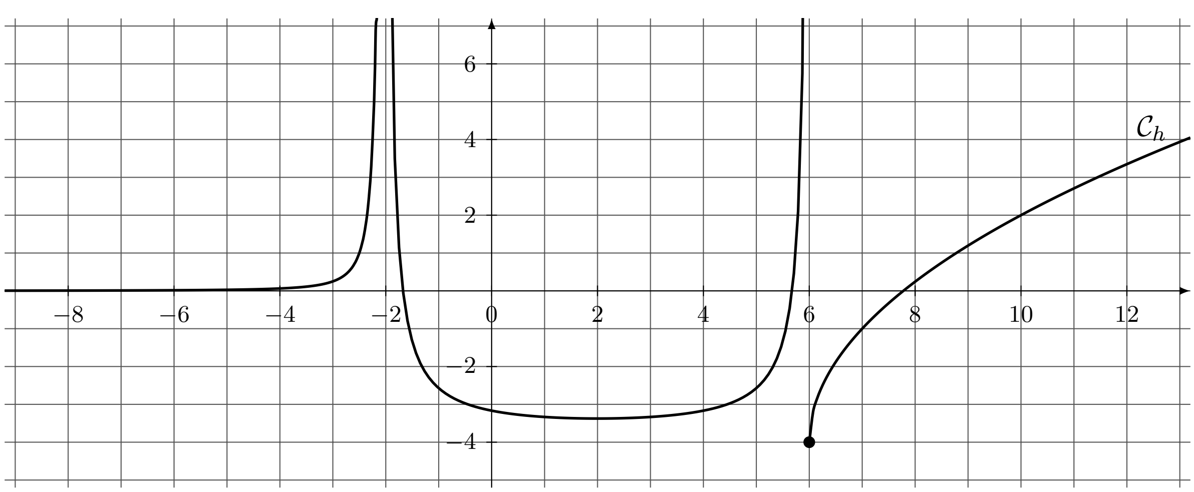
1.



2.



3.



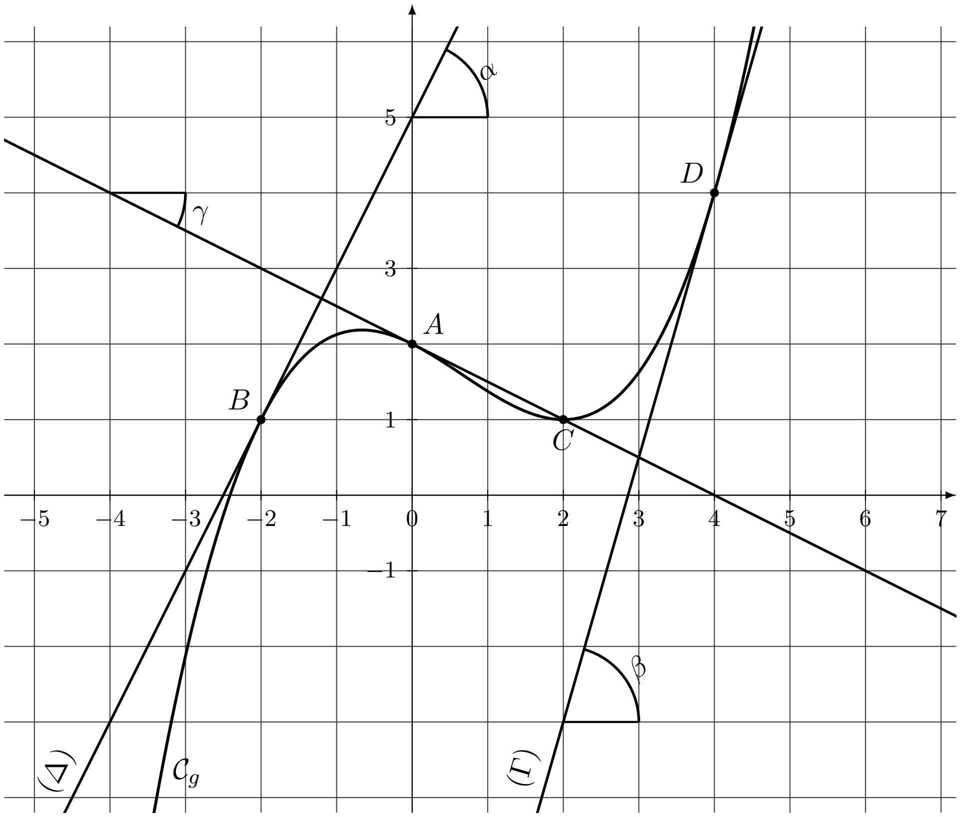
Exercice n° 3: Calcule les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4}{x}$
2. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{7}{x^2}$
3. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-3}{x^2-5}$
4. $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln\left(x^2\right)$
5. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 3x$
6. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \dfrac{4}{x}$
7. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \dfrac{4}{x}$
8. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \dfrac{4}{x^2}$
9. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x^3 \ln(x)$
10. $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln\left(\dfrac{7}{x^2}\right)$
11. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^4 \mathrm{e}^{-x}$
12. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \mathrm{e}^{3/x}$
13. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\mathrm{e}^{x^2}}{x^3}$
14. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 - x^2$
15. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 - x^2$
16. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2 - x^3}$
17. $\lim\limits_{x \to +\infty} x \ln\left(\dfrac{2}{x}\right)$
18. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x}$
19. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - x^4 + 2}{x - 278 + 2x^4}$
20. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 - 3x}{x^4 - 5x + \frac{1}{3}}$
21. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} x^3 \ln(x^4)$
22. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^6 - x^7}{x^4 + 23}$
23. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 - 3x^4}{x^4 - 5x^5}$
24. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 - 254}{x^4 - 7x^2}$
25. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3}{5 - x + 2x^2}$
26. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - x^2}{x + 2}$
27. $\lim\limits_{x \to +\infty} \exp\left(\dfrac{x - 5x^3}{x + x^2}\right)$
28. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-2}{x^2} \exp\left(\dfrac{x + 5x^4}{x^3 + 6x}\right)$
29. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln\left(x^3 - x^2\right)}{x^2 - 4x}$
30. $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln\left(\dfrac{x^2 + 1}{x^2 + 5}\right)$
31. $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln\left(\dfrac{x + 1}{x^2 + 5}\right) \mathrm{e}^{-x}$

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 2 - Semestre 2
Etude de fonctions
Année 2023-2024

Exercice n° 1: On donne ci-dessous la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



Les droites (AC), (Δ), et (Γ) sont respectivement tangentes à la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ de la fonction g aux points A, B, et D.

1. Détermine, graphiquement, l'équation réduite des droites (Δ), et (Γ).
2. Détermine par le calcul, le coefficient directeur de la droite (AC), puis son équation réduite.
3. Détermine $g'(-2)$, $g'(0)$, $g'(4)$, et $g'(2)$.
4. Démontre que les droites (AC) et (Δ) sont perpendiculaires.
5. Calcule la mesure principale des angles α, β, et γ en degrés au dixième de degré près.

Exercice n° 2: On considère la fonction f définie par $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{0,5}{x}}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Détermine le domaine de définition de la fonction f.
2. Calcule les limites de la fonction f aux bornes de son intervalle de définition
3. Détermine la fonction dérivée f' de la fonction f.
4. Etudie le signe de la dérivée de f et déduis-en son tableau de variations.
5. Calcule la limite de la dérivée f' lorsque x tend vers 0^-.
6. Construis la courbe représentative de $\mathcal{C}_f$.

Exercice n° 3: Pour chacune des fonctions suivantes :

i. Détermine son domaine de définition.

ii. Calcul les limites aux bornes de ce domaine.

iii. Calcule sa dérivée.

1. $f(x) = 4x^3 - 7x^2 + \frac{4}{3}x - \sqrt{2}$.
2. $g(x) = \sqrt{3x - 2}$
3. $h(x) = \sqrt{21 - x^2 + 4x}$
4. $j(x) = \dfrac{4 - x}{3x^2 - x + 5}$
5. $k(x) = \dfrac{4x - 3}{2x^2 - 8}$
6. $p(x) = \ln(-x^2 + x + 30)$

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 3 - Semestre 2
Calcul des primitives usuelles.
Année 2023-2024

Exercice n° 1: On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$.

1. Détermine toutes les primitives de f.
2. Pourquoi $H(x) = x^3 + x^2 + x - 27$ est une primitive de f ?
3. Détermine la primitive de f qui en $x = 1$ est égale à 2.
4. Calcule $G(x) = \displaystyle\int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$.
5. La fonction $G(x)$ est-elle une primitive de f ?
6. Calcule $G(1)$.
7. Que peut-on dire de $\displaystyle\int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$?

$F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est la primitive de f qui ....

Exercice n° 2: Soit $f : x \longmapsto x^3 + 2x - 1$.

1. Détermine une primitive de f.
2. Détermine la primitive qui s'annule pour $x = -1$.

Exercice n° 3: La fonction F est définie sur $]0\ +\infty[$. On sait que sa dérivée $F'(x) = \dfrac{2}{x}$ et que $F(\mathrm{e}) = 3$. Détermine la fonction F.

Exercice n° 4: Détermine les primitives suivantes :

1. $\displaystyle\int te^{-t^2}\,\mathrm{d}t$
2. $\displaystyle\int 5t^2\mathrm{e}^{t^3-1}\,\mathrm{d}t$
3. $\displaystyle\int \sin^5(t)\cos(t)\,\mathrm{d}t$
4. $\displaystyle\int \frac{3t\,\mathrm{d}t}{\sqrt{t^2+3}}$
5. $\displaystyle\int \cos^5(t)\sin(t)\,\mathrm{d}t$
6. $\displaystyle\int (t^4+4t^3-1)^5(2t^3+6t^2)\,\mathrm{d}t$
7. $\displaystyle\int \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}\,\mathrm{d}t$
8. $\displaystyle\int (t+1)^2(t-3)\,\mathrm{d}t$
9. $\displaystyle\int \frac{t^2}{\sqrt{5+t^3}}\,\mathrm{d}t$
10. $\displaystyle\int \frac{4t}{(t^2-1)^3}\,\mathrm{d}t$
11. $\displaystyle\int \frac{t^3+1}{(t^4+4t+1)^2}\,\mathrm{d}t$
12. $\displaystyle\int \tan(t)\,\mathrm{d}t$
13. $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t+1}}$
14. $\displaystyle\int \sqrt{t+1}\,\mathrm{d}t$
15. $\displaystyle\int t\sqrt{t^2+1}\,\mathrm{d}t$
16. $\displaystyle\int \frac{\mathrm{e}^t\,\mathrm{d}t}{\sqrt{\mathrm{e}^t-1}}$
17. $\displaystyle\int \frac{3}{t-1}\,\mathrm{d}t$
18. $\displaystyle\int \frac{4}{3t+2}\,\mathrm{d}t$
19. $\displaystyle\int \frac{\ln t}{t}\,\mathrm{d}t$
20. $\displaystyle\int \left(\frac{3}{t-1}+\sqrt{t+1}\right)\,\mathrm{d}t$
21. $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}t}{t\ln^2(t)}$
22. $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}t}{t\ln(t)}$

Exercice n° 5:

1. Calcule $\displaystyle\int \cos(t)\sin^2(t)\,\mathrm{d}t$.
2. Déduis-en $\displaystyle\int \cos^3(t)\,\mathrm{d}t$.

Exercice n° 6: Calcule

1. $\displaystyle\int_2^{\mathrm{e}} \frac{\mathrm{d}x}{x\ln(x)}$
2. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan(x)}}{\cos^2(x)}\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2(x)\,\mathrm{d}x$

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 4 - Semestre 2
Intégration par parties.
Année 2023-2024

Exercice n° 1: Calcule $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice n° 2:

1. Calcule $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x\cos(x)\,\mathrm{d}x$
2. Quelle propriété de la fonction f conduit à ce résultat ?

Exercice n° 3:

1. Détermine $\displaystyle\int x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$

2. Déduis-en $\int x^2 e^x \, dx$

3. Déduis-en $\int x^3 e^x \, dx$

4. Déduis-en $\int \left(x^2 - 3x + 1\right) e^x \, dx$

Exercice n° 4: Déduis de l'exercice précédent une primitive de $f(x) = \left(x^2 - 4x\right) e^{-2x}$.
Exercice n° 5:

1. En n'oubliant pas qu'on omet les articles indéfinis en mathématique, détermine :
   (a) $\int \ln(x) \, dx$
   (b) $\int \arctan(x) \, dx$
2. Déduis-en deux façons de calculer $\int \ln^2(x) \, dx$.

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 5 - Semestre 2
Intégration des fractions rationnelles.
Année 2023-2024

1. Intégration des fonctions homographiques.

Exercice n° 1: Démontre que si $c \neq 0$ alors $\displaystyle\int \frac{dx}{cx + d} = \frac{1}{c} \ln |cx + d|$

Méthode d'intégration de $\boldsymbol{f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}}$ où $\boldsymbol{c \neq 0}$

Il existe deux réels A et B tels que $\dfrac{ax + b}{cx + d} = A + \dfrac{B}{cx + d}$.

Il suffit ensuite de se souvenir que $\displaystyle\int \frac{dx}{cx + d} = \frac{1}{c} \ln |cx + d|$

Exercice n° 2: Détermine les primitives suivantes :

1. $\displaystyle\int \frac{x + 3}{x + 1} \, dx$
2. $\displaystyle\int \frac{x + 3}{x - 1} \, dx$
3. $\displaystyle\int \frac{2x - 3}{x + 2} \, dx$
4. $\displaystyle\int \frac{4x - 5}{2x - 1} \, dx$
5. $\displaystyle\int \frac{7 - 6x}{3x + 1} \, dx$

Méthode d'intégration de $f(x) = \dfrac{\alpha x + \beta}{ax^2 + bx + c}$ où $a \neq 0$

On calcule le discriminant Δ du dénominateur $ax^2 + bx + c$.

- **Si $(\Delta > 0)$:** $ax^2 + bx + c$ a deux racines réelles distinctes r_1 et r_2, et il existe alors deux réels A et B tels que $f(x) = \dfrac{A}{x - r_1} + \dfrac{B}{x - r_2}$.
- **Si $(\Delta = 0)$:** $ax^2 + bx + c$ a une racine réelle r, et il existe alors deux réels A et B tels que $f(x) = \dfrac{A}{(x-r)^2} + \dfrac{B}{x-r}$.

Il suffit ensuite de se souvenir que $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x-r}\,\mathrm{d}x = \ln|x-r|$ et $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{(x-r)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{-1}{x-r}$

Exercice n° 3: Détermine une primitive des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \dfrac{-2x+5}{x^2-2x+1}$
2. $g(x) = \dfrac{x+7}{x^2+4x+4}$
3. $h(x) = \dfrac{6x-2}{x^2-2x-3}$
4. $i(x) = \dfrac{x-5}{x^2-6x+9}$
5. $j(x) = \dfrac{6x+35}{x^2+5x}$
6. $k(x) = \dfrac{10x-8}{x^2-3x-10}$
7. $\ell(x) = \dfrac{5}{(2x+3)(x-1)}$
8. $m(x) = \dfrac{6}{x^2-3}$

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 6 - Semestre 2
Intégration par changement de variable.
Année 2023-2024

Exercice n° 1: Pour déterminer une primitive des fonctions suivantes, on fera le changement de variable proposé :

1. $f(x) = \dfrac{1}{2 - \mathrm{e}^{-x}}$ on pose $u(x) = \mathrm{e}^x$.
2. $g(x) = \dfrac{1}{x\ln(x)}$ on pose $u(x) = \ln(x)$.
3. $h(x) = \dfrac{1}{2+\sqrt{x}}$ on pose $u(x) = \sqrt{x}$.
4. $i(x) = \dfrac{1}{4+x^2}$ on pose $x(u) = 2\tan(u)$.

Exercice n° 2 (★):

1. Détermine une primitive de $\dfrac{1}{\left(1-x^2\right)^{3/2}}$ en posant $x = \sin(u)$.
2. Déduis-en que $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\left(1-x^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

Exercice n° 3:

1. En utilisant la formule d'addition de $\cos(a+b)$ démontre que $\cos^2(a) = \dfrac{1+\cos(2a)}{2}$.

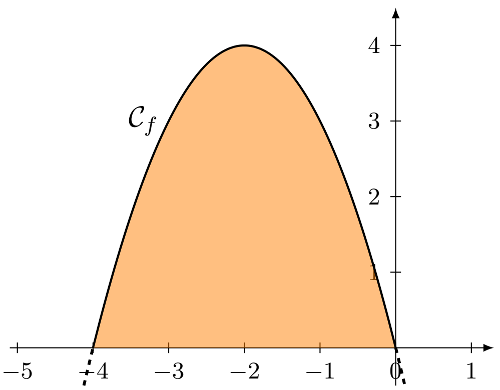
2. Déduis-en $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(x)\,\mathrm{d}x$

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 7 - Semestre 2
Application géométrique du calcul intégral.
Année 2023-2024

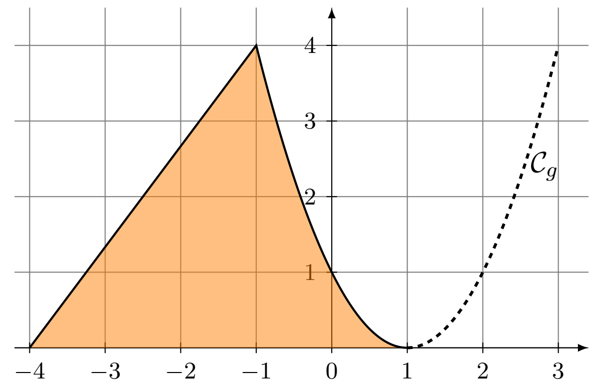
Exercice n° 1: Pour chacune des figures, détermine l'aire colorée $\mathcal{A}$.

1.



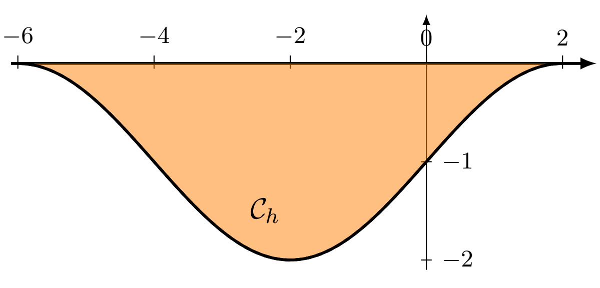
$f(x) = -x^2 - 4x$

2.



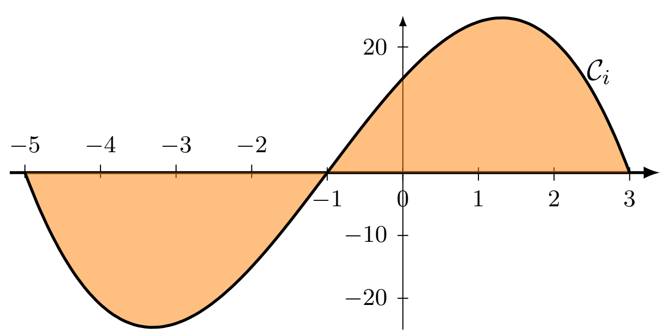
$g(x) = x^2 - 2x + 1$

3.



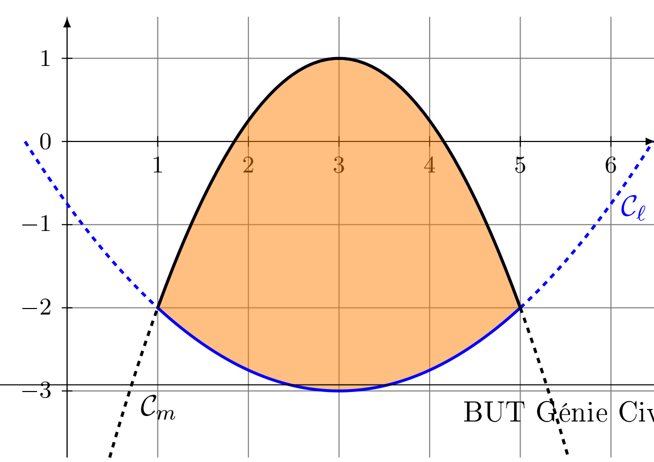
$h(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) - 1$

4.



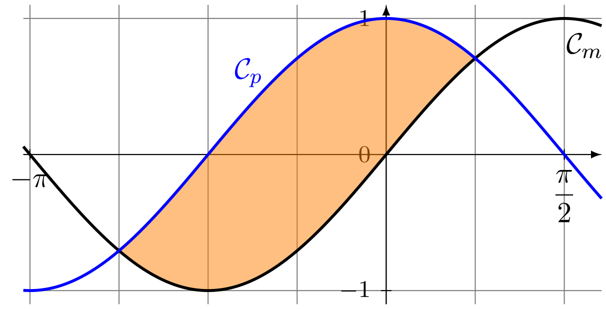
$i(x) = -x^3 - 3x^2 + 13x + 15$

5.



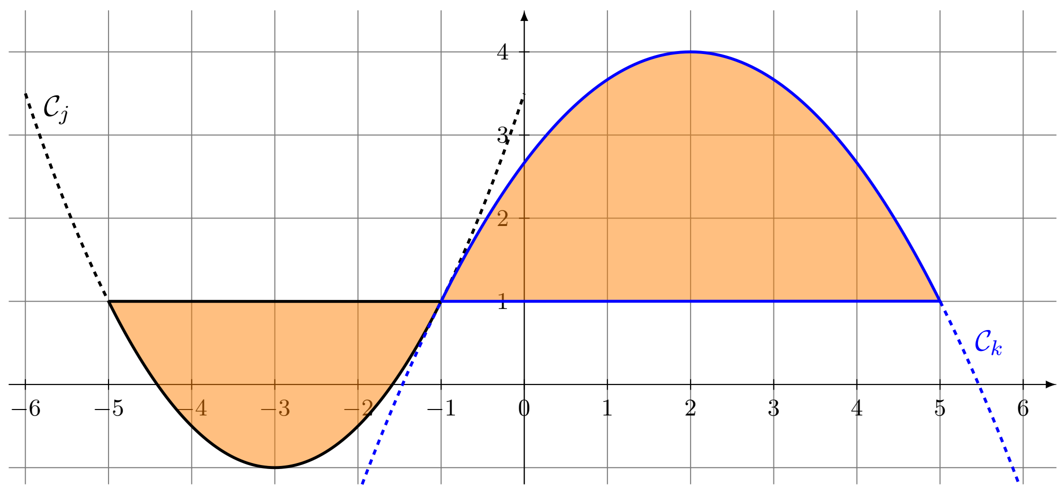
$\ell(x) = \dfrac{x^2 - 6x - 3}{4}$ et $m(x) = \dfrac{-3x^2 + 18x - 23}{4}$

6.



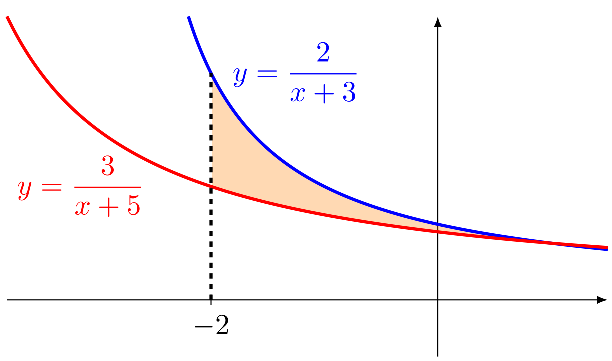
$p(x) = \cos(x)$ et $r(x) = \sin(x)$

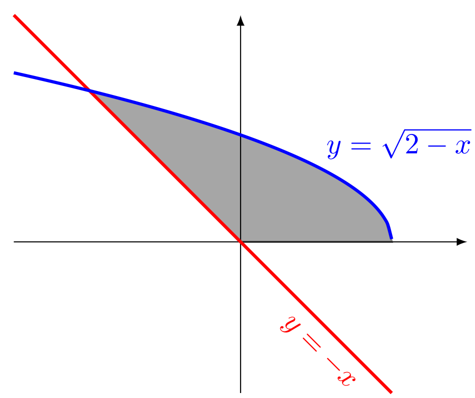
7.



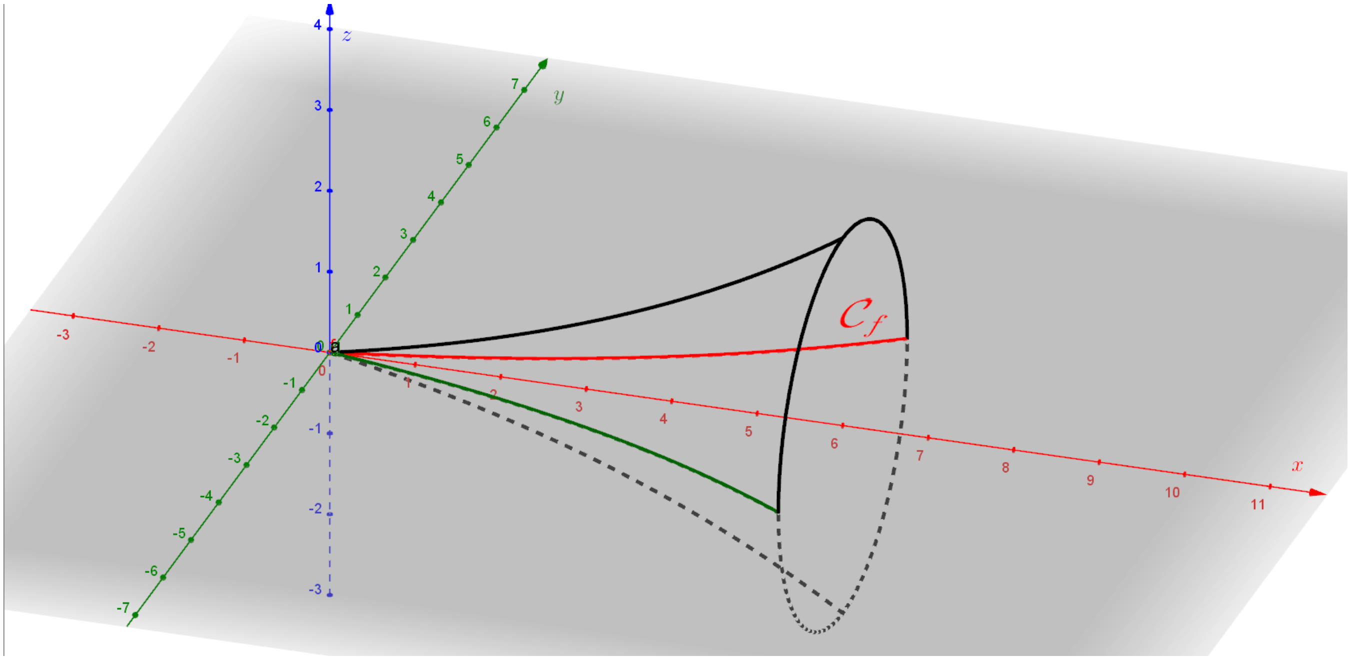
$j(x) = \dfrac{x^2}{2} + 3x + \dfrac{7}{2}$ et $k(x) = \dfrac{-x^2 + 4x + 8}{3}$

Exercice n° 2: Calcule les aires suivantes :





Exercice n° 3: On considère la fonction définie par $f(x) = \mathrm{e}^{0,2x} - 1$ sur l'intervalle $[0;6]$.

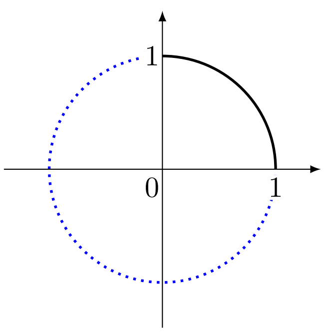


Détermine le volume de la surface de révolution obtenue en faisant tourner $\mathcal{C}_f$ autour de l'axe des abscisses.

Exercice n° 4: Calcule la longueur de l'arc de parabole défini par la fonction $f\colon \begin{array}{ccc} [0\,,\,2] & \longrightarrow & [0\,,\,4] \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$

Indication : on pourra utiliser le changement de variable $x = \dfrac{1}{2}\tan(u)$.

Exercice n° 5 (★): On considère le quart de cercle de rayon 1 suivant :

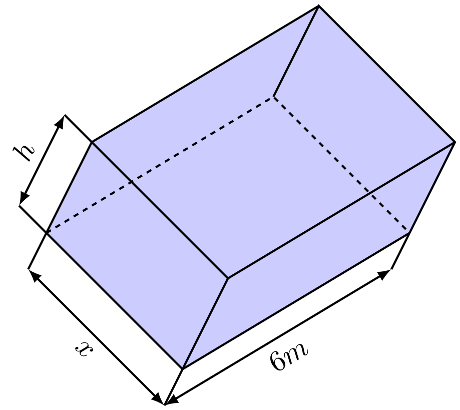


1. Démontre que ce quart de cercle est la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0;1]$ par $f(x) = \sqrt{1-x^2}$
2. En faisant le changement de variable $x(u) = \sin(u)$ démontre que l'aire du cercle est π.
3. Démontre que la longueur de $\mathcal{C}_f$ est $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$.
4. Déduis-en la circonférence du cercle.

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 8 - Semestre 2
Mise en situation n° 1.
Année 2023-2024

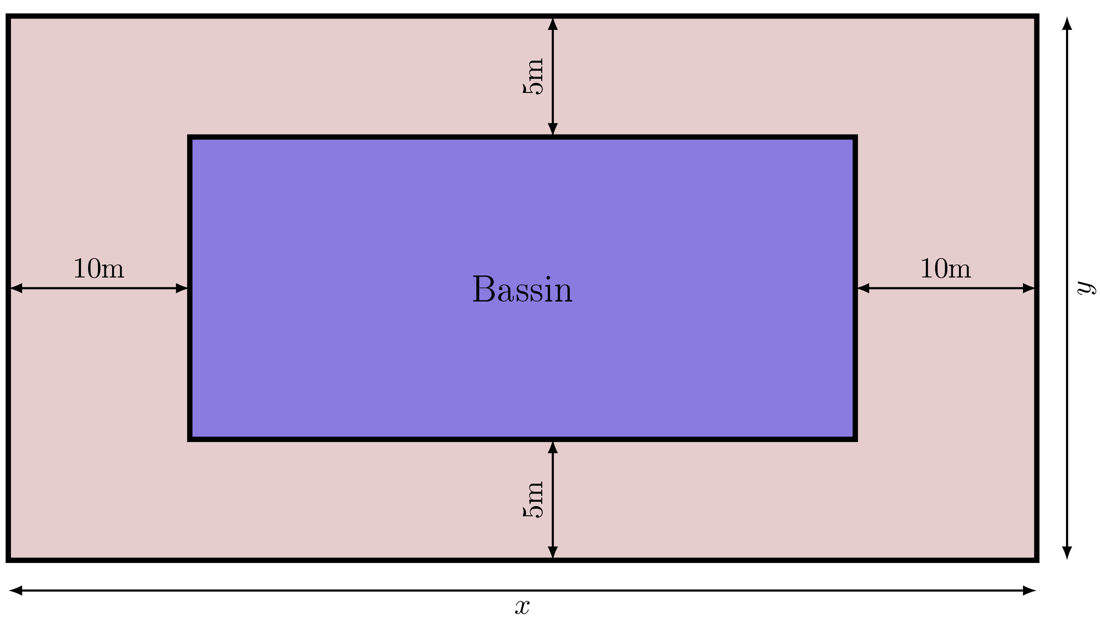
Exercice n° 1: On se propose de fabriquer avec le moins de tôle possible un conteneur en forme de parallélépipède rectangle dont le volume intérieur est 37,5m^3 :



1. Quel est le volume $V(x, h)$ du parallélépipède ?
2. Démontre que l'aire totale du conteneur (c'est-à-dire la somme des aires des six faces) s'écrit en fonction de x :
$$S(x) = 12x + 12,5 + \frac{75}{x}$$
3. Détermine les valeurs de x et de h pour lesquelles l'aire est minimale.

Exercice n° 2: On considère la fonction f définie sur $[20 ; 180]$ par $f(x) = -10x - \frac{36000}{x} + 2000$.

1. Etude de la fonction f :
   a. Détermine la fonction dérivée f' de f.
   b. Etudie le signe de f' et construis le tableau de variations de f.
   c. Place dans le tableau de variations de f les solutions de l'équation $f(x) = 600$.
   d. Résous l'équation $f(x) = 600$. On donnera des valeurs approchées au dixième près.
2. On se propose d'utiliser $1\,800\ \mathrm{m}^2$ de terrain pour construire une piscine constituée d'un bassin rectangulaire entouré d'un dallage, avec les dimensions indiquées sur la figure ci-dessous.



3. Détermine l'expression de y en fonction de x.

4. Démontre que x varie dans l'intervalle $[20\,;\,180]$.

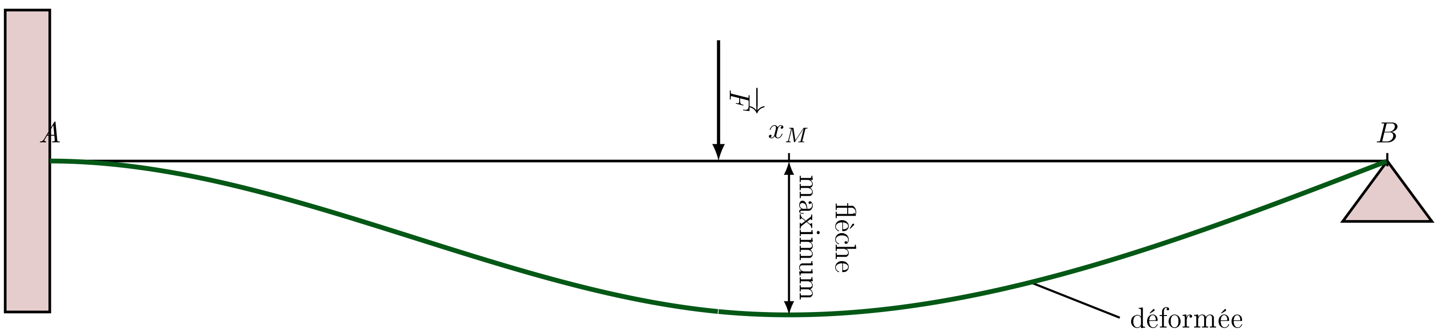
5. On note S l'aire en m^2 du bassin.

   a. Démontre que $S(x) = f(x)$.
   b. Déduis-en les dimensions x et y du terrain pour lesquelles l'aire du bassin est maximale.

6. On souhaite que le bassin ait une aire de 600 m^2. Est-ce possible ? Pour quelle(s) valeur(s) de x ?

Exercice n° 3: La poutre ci-dessous, de 3 mètres de longueur, supporte une charge concentrée de norme 1 000 Newton en son milieu C. Elle est encastrée en A et repose sur un appui simple en B. Le points A et B sont situés sur l'axe des abscisses, et l'abscisse du point A est nulle.

Sauf mention contraire, tous les calculs seront arrondis à 10^{-3} près.



Sous l'action de la charge $\overrightarrow{F}$, la poutre se déforme. La déformée a pour équation :

$$w(x) = \begin{cases} w_1(x) = -2,11 \times 10^{-3}\big(-11x^3 + 27x^2\big) & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 1,5 \\ w_2(x) = -2,11 \times 10^{-3}\big(5(x-3)^3 - 27x + 81\big) & \text{si } 1,5 \leqslant x \leqslant 3 \end{cases}$$

1. Etude de la fonction w :

   a. Détermine la fonction dérivée w_1, étudie son signe et dresse son tableau de variations.
   b. Détermine la fonction dérivée w_2, étudie son signe et dresse son tableau de variations.
   c. Dresse le tableau de variations de la fonction w.

2. Déduis-en que la flèche maximum M se situe entre C et B. Quel vaut x_M ?

3. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de la flèche maximum.

Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 9 - Semestre 2
Mise en situation n° 2
Année 2023-2024

Exercice n° 1: Une benne a la forme d'un prisme droit (les faces latérales sont des rectangles) dont la base est un trapèze isocèle $ABCD$. La longueur du côté $[CD]$ est variable. Les autres dimensions sont fixes et indiquées sur la figure n° 1. La figure n° 2 représente la base $ABCD$ du prisme. On désigne par x la longueur CH, où

H est le projeté orthogonal de B sur (CD). On se propose de déterminer x de façon à ce que la benne ait un volume maximal.

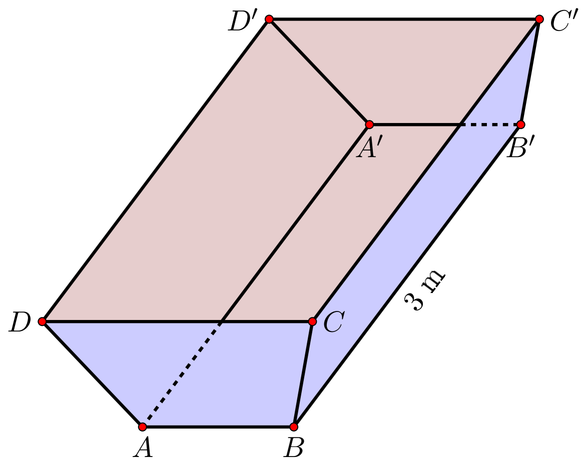
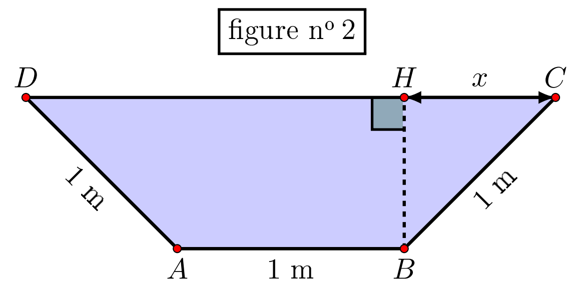


figure n° 1



1. On considère la fonction f qui à x associe $\sqrt{1-x^2}$.

   a. Détermine le domaine de définition de la fonction f

   b. Détermine la dérivée de la fonction f

2. Calcule en fonction de x, l'aire $S(x)$ du trapèze $ABCD$ puis du volume $V(x)$ de la benne.

3. Mathématiquement, sur quel domaine est définie la fonction V ?

4. Physiquement, sur quel domaine est définie la fonction V ?

5. Démontre que la dérivée V' de V est $V'(x) = \dfrac{-6x^2-3x+3}{\sqrt{1-x^2}}$.

6. Déduis-en la valeur de x pour laquelle le volume de la benne est maximal. Quel est alors ce volume ?

Exercice n° 2: Nicolas doit installer un collecteur d'eaux pluviales sur la façade d'une maison. On a représenté cette façade ci-dessous par le rectangle $ABCD$. L'eau de pluie, retenue par une gouttière $[CD]$, passe par deux tuyaux obliques $[CM]$ et $[DM]$ puis par un tuyau vertical $[MR]$ pour finir dans un réservoir R.

R est le milieu de $[AB]$; $AB = 10\text{m}$ et $BC = 6\text{m}$. Soit H le projeté orthogonal de M sur (BC), θ la mesure principale en radians de l'angle $\widehat{CMH}$ et $\ell = MC + MD + MR$.

Les trois tuyaux seront en cuivre, métal plutôt coûteux. Le but est donc de trouver la position du point M qui minimise la longueur totale ℓ de ces tuyaux.

Les longueurs, exprimées en mètres, seront arrondies au centimètre près, et les mesures angulaires en radians le seront au millième près.

0. Préliminaire :

   a. Rappelle la formule d'addition du cosinus.

   b. Calcule $\cos(x-x)$ et déduis-en une formule connue de trigonométrie.

1. Construis une figure schématisant l'énoncé.

2. Explique pourquoi le domaine de définition de θ est inclus dans l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$.

3. Démontre, à partir de la figure, que le domaine de définition de θ est l'intervalle $\left[0\,;\,0,876\right]$.

4. Exprime MC et CH en fonction de θ.
5. Déduis-en MR en fonction de θ.
6. Déduis des questions précédentes $\ell(\theta)$.
7. Démontre que la dérivée ℓ' de ℓ est $\ell'(\theta) = \dfrac{-5 + 10\sin(\theta)}{\cos^2(\theta)}$.
8. Calcule $\ell'(0,2)$ et $\ell'(0,7)$ à 10^{-1} près.
9. Construis le tableau de variation de ℓ.
10. Déduis-en la valeur optimale de la longueur MR.