



Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 1 - Semestre 1

Remise à niveau I.

Année 2022-2023

Ecritures scientifiques.

Exercice n° 1: Complète avec une puissance de dix.

1. $5457 = 54,57 \times \dots$

2. $60005 = 60,005 \times \dots$

3. $68 = 0,0068 \times \dots$

4. $8,51 = 851 \times \dots$

5. $3,141\,592\,653\,589\,793 = 3\,141\,592\,653,589793 \times \dots$

6. $74,2 \times 10^4 = 742 \times \dots$

7. $65536 \times 10^{-10} = 65,536 \times \dots$

8. $0,00341 \times 10^6 = 3410 \times \dots$

9. $480 \times 10^3 = 0,0048 \times \dots$

Exercice n° 2: Ecrire sous la forme $a \times 10^n$ où a est un chiffre non nul.

1. $740,56 = \dots$

2. $5814 \times 10^2 = \dots$

3. $0,023 = \dots$

4. $5 \underbrace{00 \dots 00}_{121 \text{ zéros}} = \dots$

5. $54 \underbrace{00 \dots 00}_{121 \text{ zéros}} = \dots$

6. $0, \underbrace{00 \dots 00}_{121 \text{ zéros}} 5 = \dots$

7. $0, \underbrace{00 \dots 00}_{121 \text{ zéros}} 54 = \dots$

8. $0, \underbrace{00 \dots 00}_{1000 \text{ zéros}} 1024 = \dots$

9. $10^{108} \times 10^{32} \times 10^{-10} = \dots\dots\dots$

10. $7 \times 10^3 \times 3 \times 10^2 = \dots\dots\dots$

11. $0,0025 \times 4000 = \dots\dots\dots$

12. $\frac{10^4 \times 10^2}{10^5 \times 10^{-3}} = \dots\dots\dots$

13. $\frac{0,00032}{800} = \dots\dots\dots$

14. $\frac{1000\ 00000\ 00000\ 00000}{0,0000\ 0000\ 0000\ 00004} = \dots\dots\dots$

Utilisation de la calculatrice**Exercice n° 3:** Détermine l'expression mathématique associée à chaque saisie.

a) $4 + 5 \div 3 + 2$

f) $\cos(x + 1)^2$

b) $4 + 5 \div (3 + 2)$

g) $\ln(x^2 - 1)^3 \div x^2 * x$

c) $2 * 3 - 5 \div (3 + t)(x + 3)$

h) $\sin(x^2) \div (x + 1 \div x^3 + x \div (x + 1)^4) \div x^3$

d) $-3 \div x^2$

i) $1 \div 2 \div 3 \div 4 \div 5 \div 6 \div 7 \div 8 \div 9$

e) $x(x + 1)^3 \div (4 - x)^2 + 1$

j) $1 \div 2 \times 3 \div 4 \times 5 \div 6 \times 7 \div 8 \times 9$

Exercice n° 4: Détermine la valeur exacte des expressions suivantes :

1. $\frac{4 - \frac{5}{7}}{1 - \frac{\frac{5}{7}}{4 - \frac{5}{7}}}$

2. On cherche à calculer $a^3 - 2a^2 + 5a - 2$ où $a = \frac{15}{11}$

3. Soit $f(x) = \frac{x^2 + 1}{1 - x}$. Calcule les images de 3, -8, $\frac{4}{3}$, et 1.

Résolution de systèmes d'équations.**Exercice n° 5:** Résolvons par combinaison linéaire le système suivant :

$$\begin{cases} -7x + 10y = 6 & L_1 \\ 2x - 5y = 9 & L_2 \end{cases}$$

1. Pour déterminer la valeur de l'inconnue x , il faut supprimer l'inconnue y .

Pour ce faire, on calcule la $L_1 + 2L_2$: soit $x = \dots$

2. Pour déterminer la valeur de l'inconnue y , il faut supprimer l'inconnue x .

Pour ce faire, on calcule la $\dots L_1 + \dots L_2$: soit $y = \dots$

Le système a pour unique solution le couple

Mathématiquement, on écrit

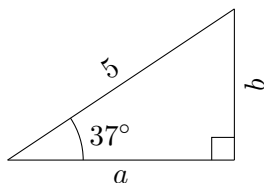
Exercice n° 6: On va résoudre ce système de deux équations par combinaison linéaire.

$$\begin{cases} 6x + 9y = 4 \\ -4x + 7y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 2y = 3 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 12x + 9y = 7 \\ 20x + 15y = 1 \end{cases}$$

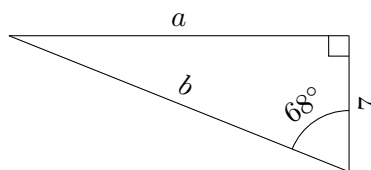
Trigonométrie.

Exercice n° 7: Détermine les longueurs a et b au dixième d'unité près :

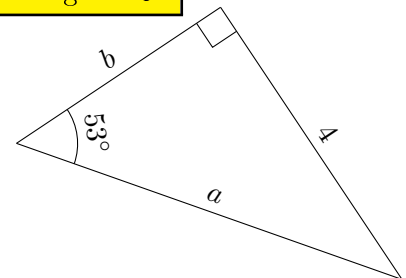
Triangle n° 1 :



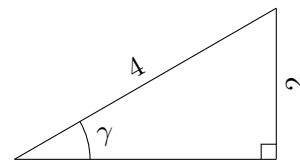
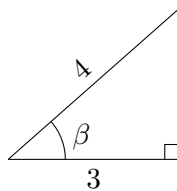
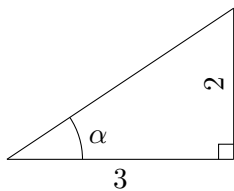
Triangle n° 2 :



Triangle n° 3 :



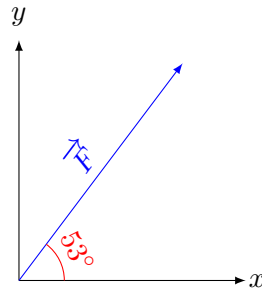
Exercice n° 8: Détermine la mesure de chacun des angles aigus suivants au dixième de degré près :



Application aux composantes d'une force.

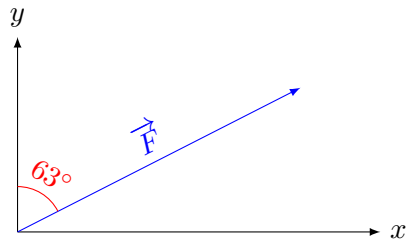
Exercice n° 9: Détermine la valeur des composantes horizontale et verticale des forces suivantes :

a. $F = 15\text{kN}$



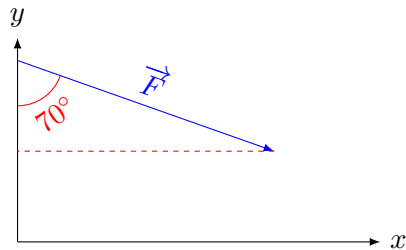
- La valeur de la composante horizontale de \vec{F} est
- La valeur de la composante verticale de \vec{F} est

b. $F = 22\text{kN}$



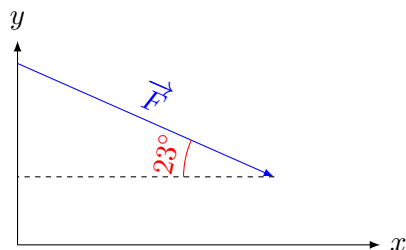
- La valeur de la composante horizontale de \vec{F} est
- La valeur de la composante verticale de \vec{F} est

c. $F = 18\text{kN}$



- La valeur de la composante horizontale de \vec{F} est
- La valeur de la composante verticale de \vec{F} est

d. $F = 30\text{kN}$



- La valeur de la composante horizontale de \vec{F} est
- La valeur de la composante verticale de \vec{F} est

Résolution d'équations se ramenant au second degré.

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,
on commence par calculer le discriminant $\Delta = \dots\dots\dots$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dots\dots\dots$ et $x_2 = \dots\dots\dots$;
Et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution : $x_1 = \dots\dots$ et $ax^2 + bx + c = a\left(x + \dots\dots\dots\right)^2$
- Si $\Delta < 0$ alors l'équation n'a pas de solutions réelles, mais des solutions complexes conjuguées :
 $z_1 = \dots\dots\dots$ et $z_2 = \dots\dots\dots$ et $az^2 + bz + c = \dots\dots\dots$

Exercice n° 10: Résolution dans \mathbb{C} d'équations se ramenant au 2nd degré.

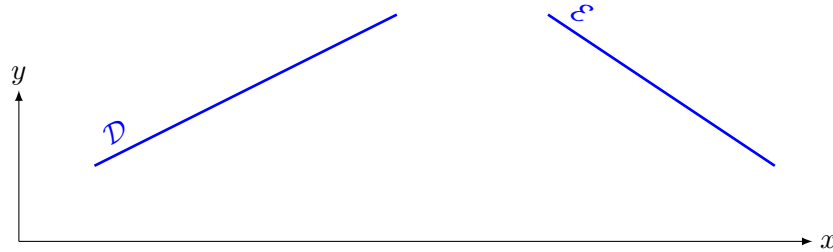
- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> i. $-x^2 + 3x = 4$ ii. $x^2 = 49$ iii. $x^2 = -49$ iv. $x^2 = 5$ v. $x^2 = -5$ | <ul style="list-style-type: none"> vi. $(9x^2 - 24x + 16)(x^2 - 8x + 15) = 0$ vii. (★) $\frac{x}{x+1} = \frac{3-x}{x}$ viii. (★) $\frac{7}{x-4} - \frac{6}{x-2} = 2$ ix. (★) $\frac{2x+5}{2x} - \frac{x}{x+5} = 1$ |
|---|--|



Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 2 - Semestre 1
Remise à niveau II
Année 2022-2023

Pente d'une droite



La de la droite \mathcal{D} est La de la droite \mathcal{E} est

— =

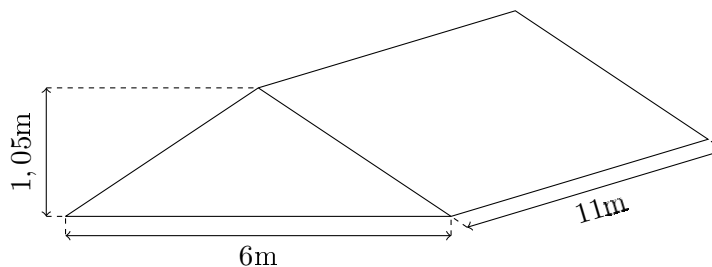
— =

Ici, la pente est Ici, la pente est

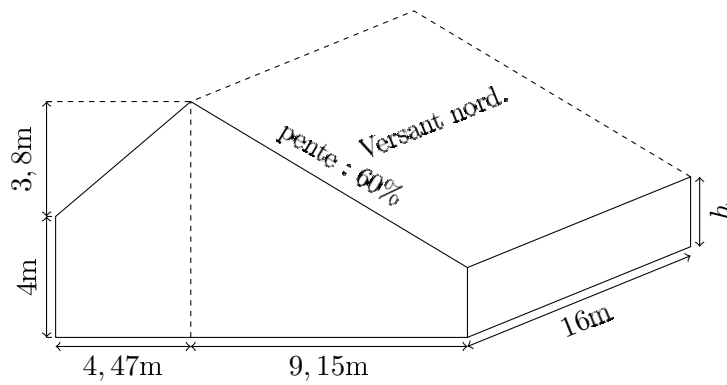
La est aussi appelée

Exercice n° 1: Pente d'une droite :

1. Donne l'angle de la pente d'une route de 8%.
2. L'angle de la pente d'une route est de 45° . Quelle est sa pente en pour cent ?
3. Donne la pente et l'angle de cette toiture parfaitement symétrique :



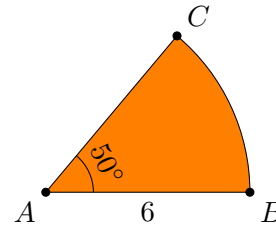
Exercice n° 2: Etude d'un bâtiment :



- Détermine la pente au pour cent près et l'angle au degré près du versant sud de la toiture.
- Détermine l'angle du versant nord. Dédus-en la hauteur h du mur orienté au nord.
- Calcule la surface du versant nord.
- Calcule l'aire des deux pignons.

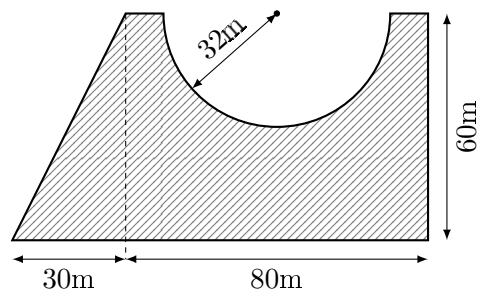
Superficie.

Exercice n° 3: Calcule l'aire exacte du secteur angulaire suivant :



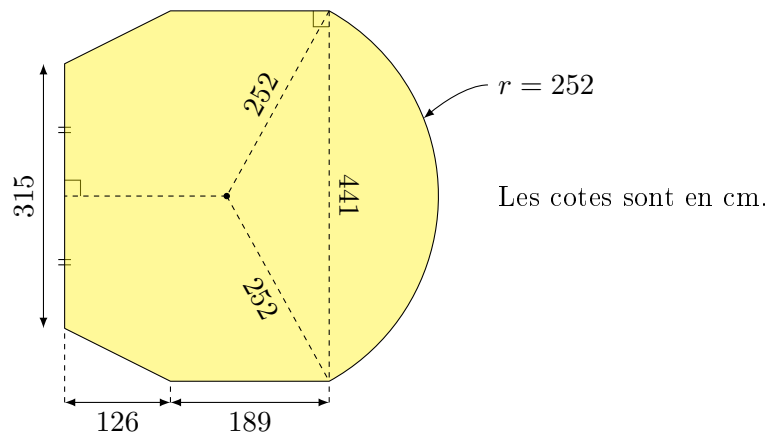
Exercice n° 4: Calcule d'une aires à une précision demandée.

- A combien de mètres carrés, un décimètre carré est-il égale ?
- Calcule l'aire, en m^2 , de la figure suivante à un dm^2 près :



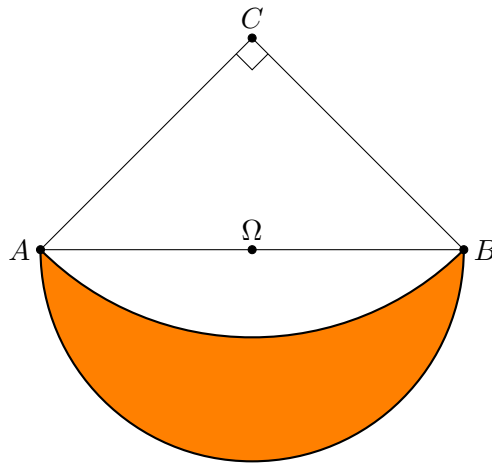
Exercice n° 5: Poids d'une dalle de béton.

- A combien de mètres cubes, un centimètre cube est-il égale ?
- Calcule l'aire de la dalle suivante au centimètre carré près :



3. Cette dalle a un épaisseur de 22cm, sachant que la masse volumique du béton est $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, calcule sa masse.

Exercice n° 6: Ce lunule est constitué de deux arcs de cercle, l'un centré en C , l'autre en Ω .



Calcule l'aire de ce Lunule sachant que $\Omega A = \Omega B = 4$.



Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 3 - Semestre 1

Trigonométrie

Année 2022-2023

Exercice n° 1: Ecris sous la forme $\frac{\sqrt{a}}{b}$ ou $a\sqrt{b}$.

i. $\frac{14}{\sqrt{7}} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{1}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{5}{\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{3}{2\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$

Exercice n° 2: Complète le tableau ci-dessous :

Degrés		60		30	150		-135			-225
Radians	π		$\frac{\pi}{4}$			$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	

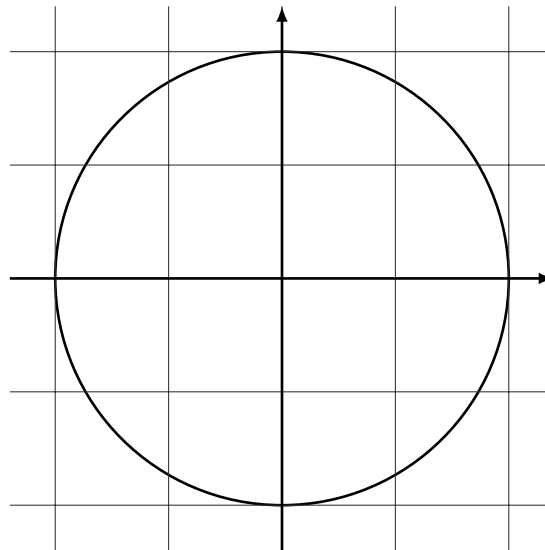
Exercice n° 3: Pour chacun des angles α_i ci-dessous, détermine sa mesure principale en degrés, puis place le point A_i correspondant sur le cercle trigonométrique donné.

i. $\alpha_1 = 1485^\circ$;

ii. $\alpha_2 = -2550^\circ$;

iii. $\alpha_3 = 4815^\circ$;

iv. $\alpha_4 = -5970^\circ$.



Exercice n° 4: Pour chacun des angles α_i ci-dessous, détermine sa mesure principale en radians, puis place le point A_i correspondant sur le cercle trigonométrique donné.

i. $\alpha_1 = \frac{43\pi}{6}$

iii. $\alpha_3 = 5\pi$

v. $\alpha_5 = -\frac{39\pi}{2}$

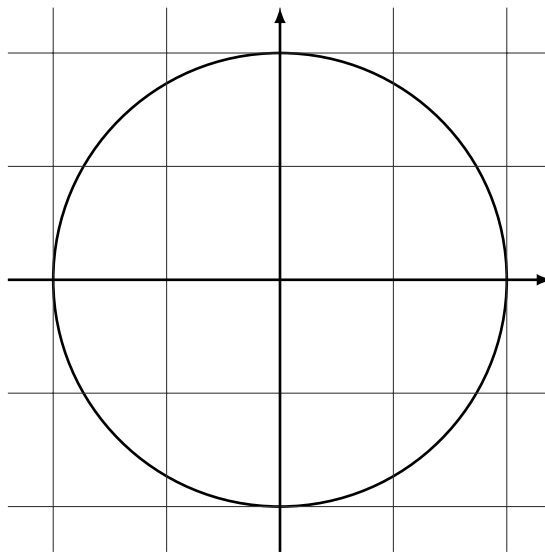
vii. $\alpha_7 = 18\pi$

ii. $\alpha_2 = -\frac{97\pi}{2}$

iv. $\alpha_4 = -\frac{63\pi}{4}$

vi. $\alpha_6 = -\frac{19\pi}{4}$

viii. $\alpha_8 = -\frac{77\pi}{6}$



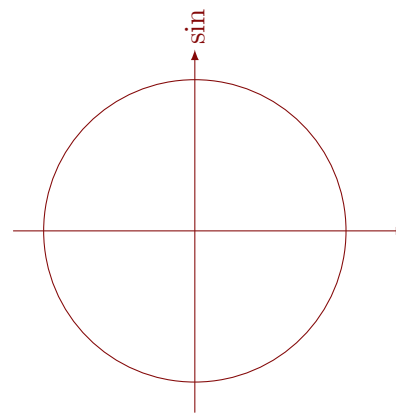
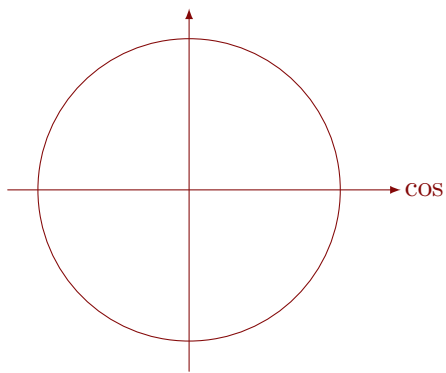
Exercice n° 5: Détermine les solutions exactes des équations trigonométriques suivantes :

$$\text{i. } \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \left| \quad \text{ii. } \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \left| \quad \text{iii. } 2 \cos(x) = \sqrt{3} \quad \left| \quad \text{iv. } \cos(x) = -1$$



Rappel:

- $\cos x = \cos \alpha \iff x = \pm \alpha [2\pi]$
- $\sin x = \sin \alpha \iff x = \alpha [2\pi] \text{ ou } x = \pi - \alpha [2\pi]$



Exercice n° 6 (★): Résoudre

$$\text{i. } 4 \cos^2(x) = 3 \quad \left| \quad \text{ii. } \sin^2(x) = \frac{1}{2} \quad \left| \quad \text{iii. } \sin^2(x) = 1$$



Mathématiques pour le technicien 1

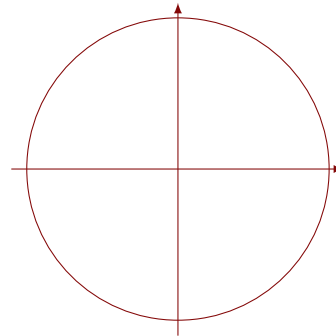
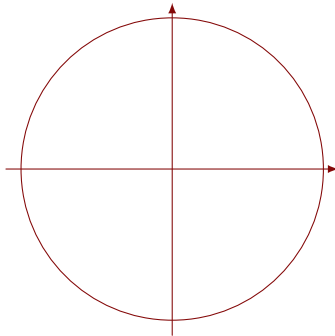
TD d'algèbre n° 4 - Semestre 1

Equations trigonométriques

Année 2022-2023

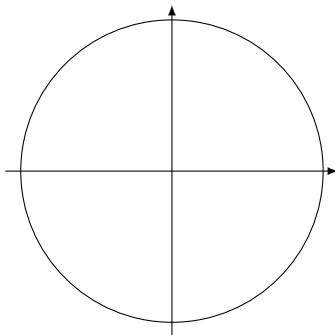
Rappel:

- L'arc de sinus de x ($\arcsin(x)$ ou $\sin^{-1}(x)$) donne la solution de l'équation $\sin \alpha = x$ qui est située sur l'arc $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$;
- L'arc de cosinus de x ($\arccos(x)$ ou $\cos^{-1}(x)$) donne la solution de l'équation $\cos \alpha = x$ qui est située sur l'arc $[0, \pi]$.

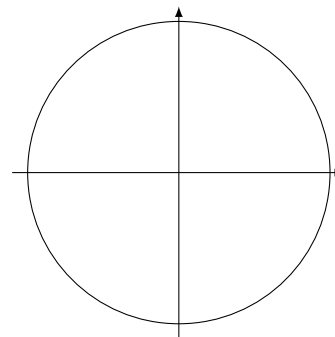


Exercice n° 1: Résoudre en donnant les solutions en degrés (à 10^{-1} près) et en radians (à 10^{-4} près), puis les placer sur le cercle trigonométrique associé.

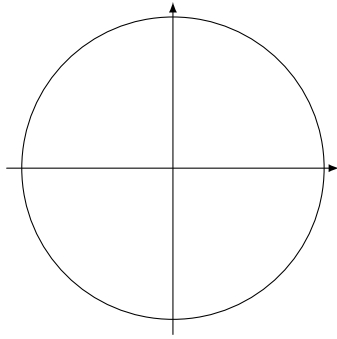
i. $\sin(x) = 0,6$



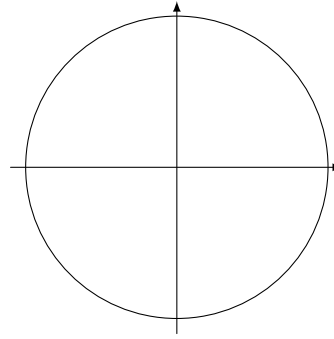
ii. $\cos(x) = 0,6$



iii. $\sin(x) = -0,37$



iv. $\cos(x) = -0,75$



Pour résoudre le système $\begin{cases} \cos(x) = a \\ \sin(x) = b \end{cases}$:

1. On construit le cercles trigonométrique sur $] -\pi, \pi]$;
2. On cherche les deux valeurs de x possibles pour le cosinus ;
3. x a le même signe (sur $] -\pi, \pi]$) que son sinus.



si $a^2 + b^2 \neq 1$ alors le système n'a pas de solution.

Exercice n° 2: Résoudre

i. $\begin{cases} \cos(x) = -1 \\ \sin(x) = 0 \end{cases}$

ii. $\begin{cases} \cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

iii. $\begin{cases} \cos(x) = \frac{1}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

iv. $\begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

v. $\begin{cases} \cos(x) = \frac{1}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$

vi. $\begin{cases} \cos(x) = -\frac{1}{2} \\ \sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$



Rappel:

$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \sin(b) \cos(a)$ et $\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$

Exercice n° 3: Calcule :

- i. $\sin(75^\circ)$
- ii. $\sin(105^\circ)$
- iii. $\sin(15^\circ)$



Résolution de $a \sin(x) + b \cos(x) = c$

Si $(a, b) \neq (0, 0)$ alors en posant $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et en définissant α par $\cos(\alpha) = \frac{a}{r}$ et $\sin(\alpha) = \frac{b}{r}$ alors :

$$a \sin(x) + b \cos(x) = c \iff r \sin(x + \alpha) = c.$$

Mnémotechnique : $\sin(\alpha + x) = \cos(\alpha) \sin(x) + \sin(\alpha) \cos(x)$ donc :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{coefficient du sin}}{r} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{\text{coefficient du cos}}{r}$$

Le nombre r est appelé et α le

Exercice n° 4: Détermine l'amplitude et le déphasage des signaux suivants, puis écrit les sous la forme :

$$r \sin(x + \alpha)$$

- i. $f_1(x) = 5 \cos(x) - 3 \sin(x)$.
- ii. $f_2(x) = -2 \cos(x) + \sin(x)$.
- iii. $f_3(x) = -\cos(x) + \sin(x)$.
- iv. $f_4(x) = -\sqrt{3} \cos(x) + \sin(x)$.

Exercice n° 5 (★★): Résoudre

i. $4 \cos(x) + 3 \sin(x) = 6$

ii. $\cos(x) - \sqrt{3} \sin(x) = 1$

iii. $2 \sin(x) + \cos(x) = -\sqrt{5}$



Mathématiques pour le technicien 1

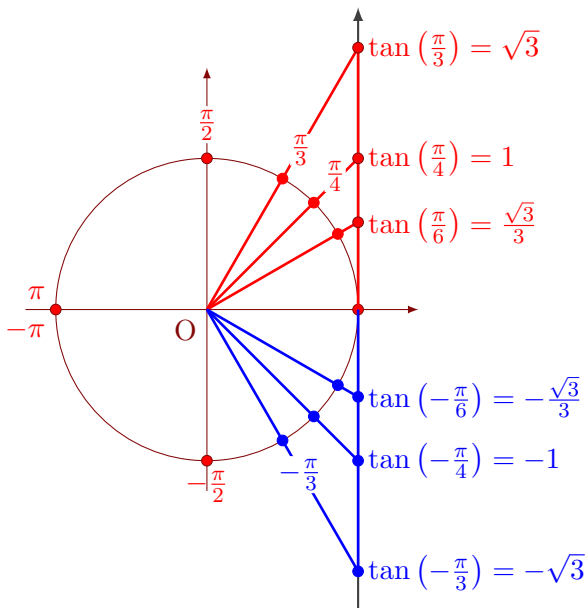
TD d'algèbre n° 5 - Semestre 1

Utilisation de l'arc de tangente - Coordonnées polaires.

Année 2022-2023

Exercice n° 1: Détermine les mesures principales solutions des équations trigonométriques suivantes :

 **Rappel:**

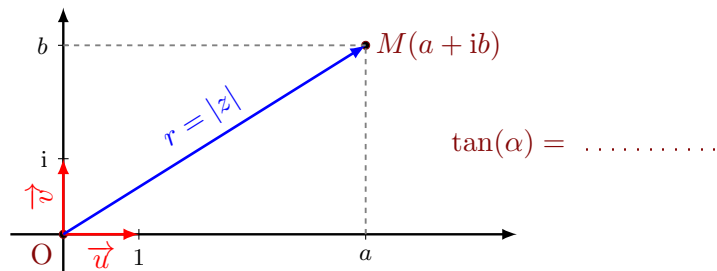


- | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| i. $\tan(x) = \sqrt{3}$. | v. $\tan(x) = 1$. |
| ii. $\tan(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. | vi. $\tan(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. |
| iii. $\tan(x) = -1$. | vii. $\tan(x) = 0$. |
| iv. $\tan(x) = -\sqrt{3}$. | viii. $\tan(x) = +\infty$. |

Exercice n° 2: Détermine une mesure principale des arguments des nombres complexes suivants :

 **Rappel:**

Si $z = a+ib$ un nombre complexe dont la est non nul, alors il un unique mesure principale α tel que :



- La mesure principale α est du que la partie imaginaire b ;
- la forme trigonométrique de z est ;
- la forme exponentielle de z est

i. $1 + i\sqrt{3}$.

ii. $\sqrt{3} - i$.

iii. $\sqrt{6} - i\sqrt{6}$.

Exercice n° 3: Dans un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , détermine une mesure principale de chacun des angles $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$ où :

i. $M(-\sqrt{3}, 3)$.

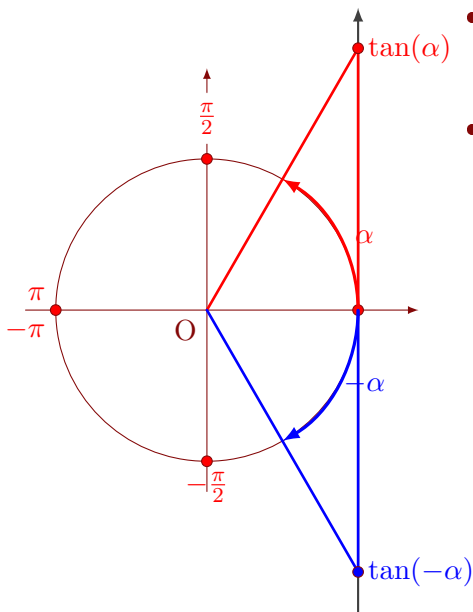
ii. $M(-5; 5)$.

iii. $M(\sqrt{6}, \sqrt{6})$.

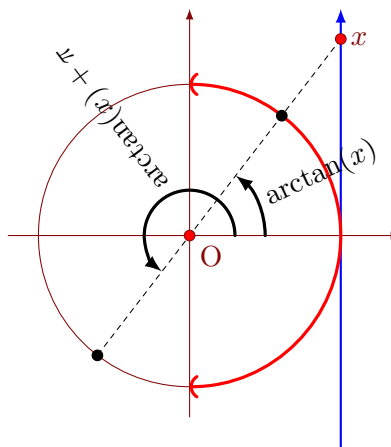
iv. $M(2\sqrt{2}, -2\sqrt{6})$.

Exercice n° 4: Détermine les mesures principales, en degrés à 10^{-1} près, des solutions des équations trigonométriques suivantes :

Rappel:



- L'arc de tangente de x ($\arctan(x)$ ou $\tan^{-1}(x)$) donne la solution de l'équation $\tan \alpha = x$ qui est située sur l'arc $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$;
- $\tan x = \tan \alpha \iff x = \alpha [2\pi] \text{ ou } x = \alpha + \pi [2\pi]$



i. $\tan(x) = 5$.

ii. $\tan(x) = -0,5$.

Exercice n° 5: Dans un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , détermine une mesure principale, en degrés à 10^{-1} près, de chacun des angles $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$ où :

i. $M(4, 3)$;

iii. $M(-6, -10)$;

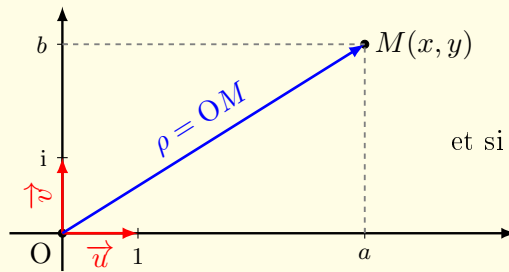
ii. $M(5, -7)$;

iv. $M(10, 6)$.

Coordonnées polaires.

 **Propriété**

Si les coordonnées d'un point M dans un repère ne sont pas nuls, alors il existe une unique mesure principale θ tel que :



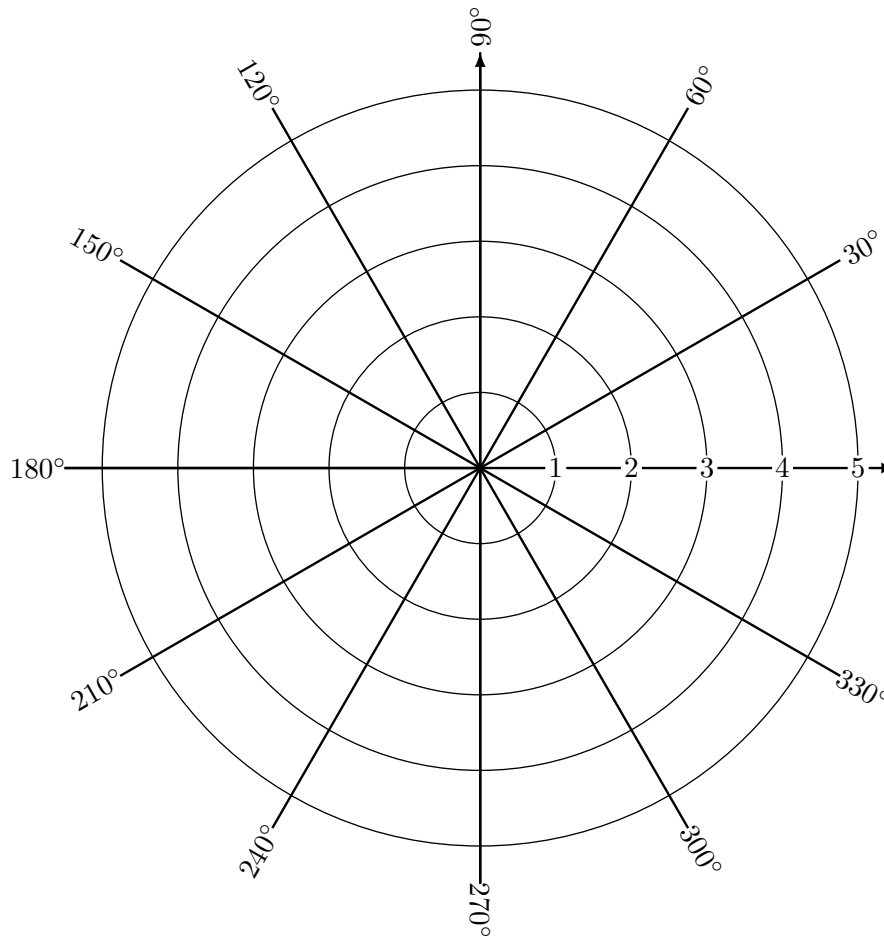
et si $x \neq 0$, $\tan(\theta) = \dots\dots\dots$

• La mesure principale θ est du même signe que son

• Les coordonnées du point M , notées, sont définies par $\begin{cases} x = \rho \cos(\theta) \\ y = \rho \sin(\theta) \end{cases}$

ρ est la coordonnée et θ la coordonnée

Exercice n° 6: On considère le diagramme polaire suivant :



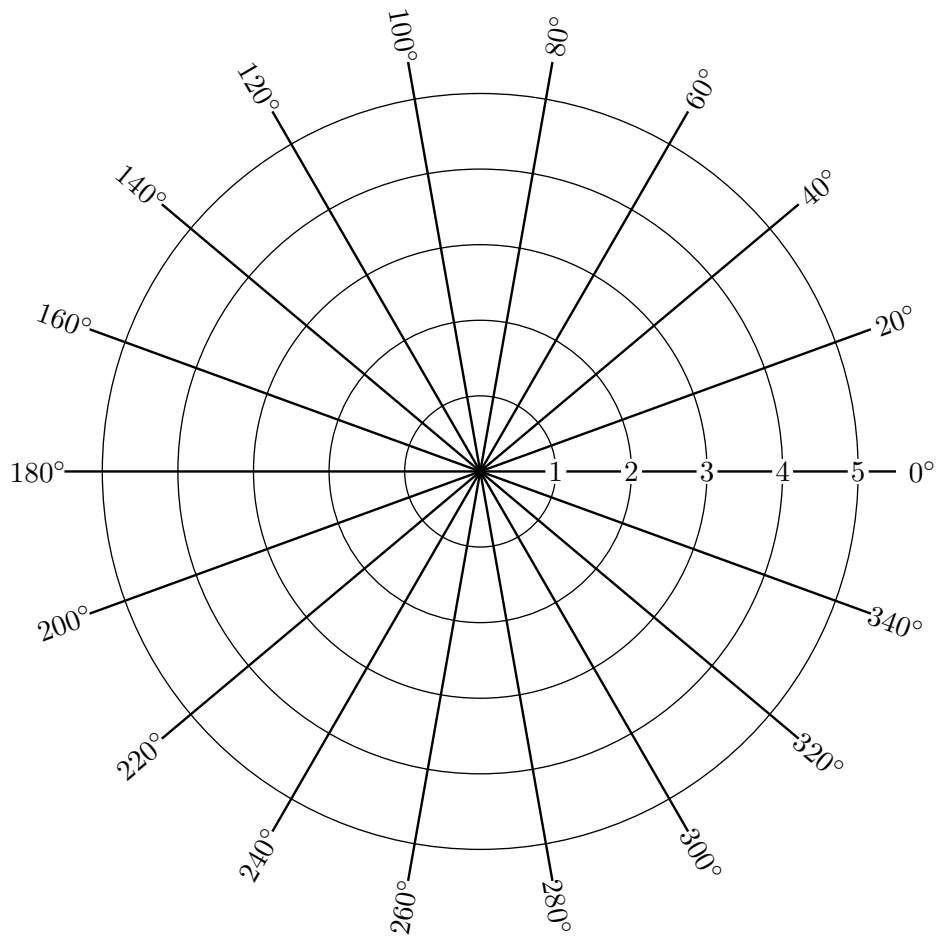
1. Place les points $A(3; 60^\circ)$, $B(4; -120^\circ)$, $C(2; 150^\circ)$, et $D(1; \frac{2\pi}{3})$
2. Place les points $E(5e^{\frac{i\pi}{6}})$, $F(3e^{i\pi})$, $G(4e^{-\frac{i\pi}{3}})$, et $H(-5e^{\frac{i\pi}{3}})$.
3. Calcule les coordonnées exactes des points A , B , G , et H .
4. Quelles sont les coordonnées polaires du point H ?

Exercice n° 7: Dans un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points $A \begin{vmatrix} -3 \\ 4 \end{vmatrix}$, $B \begin{vmatrix} 2 \\ -5 \end{vmatrix}$ et $C(-4 - 7i)$.

Détermine les coordonnées polaires de chacun de ces points.

Exercice n° 8: On considère la courbe de l'« œuf double » définie par $\rho(\theta) = 5 \cos^2(\theta)$. Complète le tableau de valeur suivant en plaçant au fur et à mesure les points dans diagramme polaire suivant :

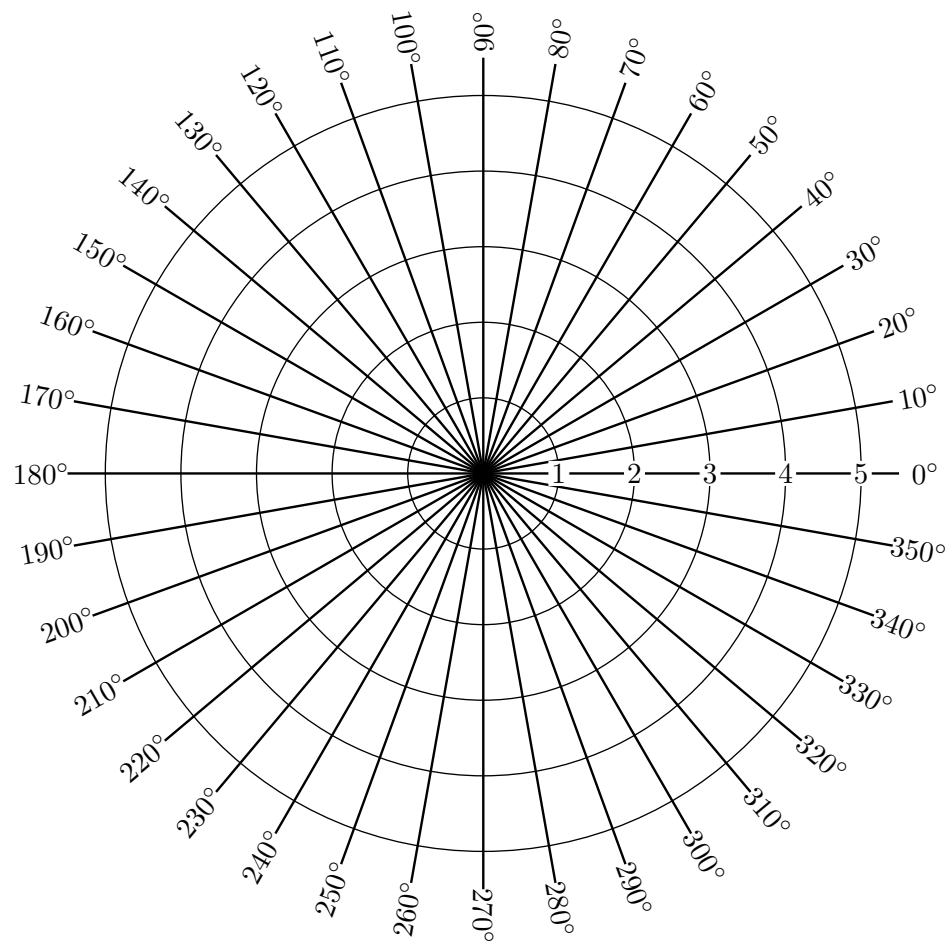
θ	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°
$\rho(\theta)$						0,2	1,3	2,9	4,4
θ	180°	200°	220°	240°	260°	280°	300°	320°	340°
$\rho(\theta)$						0,2	1,3	2,9	4,4



Exercice n° 9: On considère la courbe de le « trifolium » définie par $\rho(\theta) = 5 \cos(3\theta)$.

1. Complète le tableau de valeur suivant en plaçant au fur et à mesure les points dans diagramme polaire suivant :

θ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$\rho(\theta)$						-4,3	-5	-4,3	-2,5
θ	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°
$\rho(\theta)$						2,5	0	-2,5	-4,3



2. Démontrez que le « trifolium » est entièrement défini pour $\theta \in [0, \pi[$.



Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 6 - Semestre 1

Nombres complexes I : Rappels et/ou découverte.

Année 2022-2023

Exercice n° 1: Ecris les 10 premiers entiers dont la racine carrée est un entier.

.....

Exercice n° 2: Simplifie les racines carrées suivantes :

i. $\sqrt{75} = \dots\dots\dots$	iii. $\sqrt{147} = \dots\dots\dots$
ii. $\sqrt{72} = \dots\dots\dots$	iv. $\sqrt{88} = \dots\dots\dots$

Exercice n° 3: Ecris sous la forme $a\sqrt{b}$ ou $\frac{a\sqrt{b}}{c}$.

i. $\frac{100}{\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{10}{3\sqrt{20}} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{4}{5\sqrt{8}} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{2}{\sqrt{8}} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{6}{\sqrt{18}} = \dots\dots\dots$

vi. $\sqrt{\frac{26}{4}} = \dots\dots\dots$

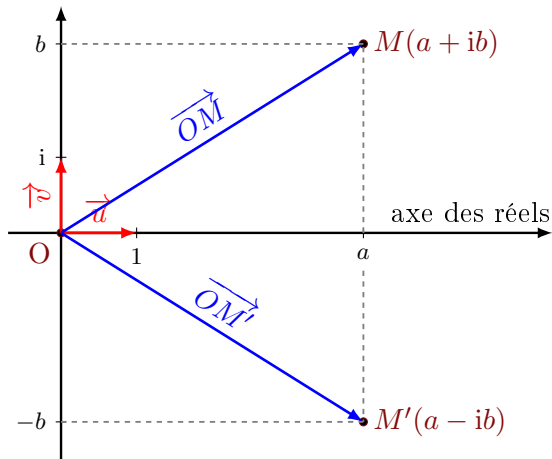
vii. $\frac{3}{2\sqrt{15}} = \dots\dots\dots$

viii. $\sqrt{\frac{27}{50}} = \dots\dots\dots$



Rappel:

Le plan complexe est muni d'un repère (O, \vec{u}, \vec{v}) orthonormé.



- $z_M = \dots\dots\dots$ est l'affixe du point M ;
- $z'_M = \dots\dots\dots$ est le conjugué de z_M ;
- M' est le $\dots\dots\dots$ du point M par rapport à l'axe des nombres réels ;
- $OM = \dots\dots\dots$;
- $z\bar{z} = \dots\dots\dots$

Exercice n° 4: Calcule les modules suivants :

- | | |
|--|-------------------------------------|
| i. $ -4 = \dots\dots\dots$ | vi. $ 2 + 4i = \dots\dots\dots$ |
| ii. $ \frac{2}{3} = \dots\dots\dots$ | vii. $ 3 - 2i = \dots\dots\dots$ |
| iii. $ \frac{-7}{13} = \dots\dots\dots$ | viii. $ -3 + 7i = \dots\dots\dots$ |
| iv. $ -\sqrt{5} = \dots\dots\dots$ | ix. $ -7i = \dots\dots\dots$ |
| v. $ 1 + i = \dots\dots\dots$ | x. $ 5i = \dots\dots\dots$ |



Propriété : Le module est compatible avec la multiplication et la division

Pour tous nombres complexes z_1 et z_2 où $z_2 \neq 0$ et tout entier relatif n , on a :

$$|z_1 \times z_2| = \dots\dots\dots, \quad \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \dots\dots\dots, \quad \text{et } |z_2^n| = \dots\dots$$

Exercice n° 5: Calcule les modules suivants :

- i. $|-7i| = \dots\dots\dots$
- ii. $|\frac{3 - 2i}{2 + 4i}| = \dots\dots\dots$
- iii. $|(2 + 3i)(1 - i)| = \dots\dots\dots$
- iv. $|(-3 + 7i)^3| = \dots\dots\dots$
- v. $|(1 - 3i)^4| = \dots\dots\dots$
- vi. $|(1 - 3i)^8| = \dots\dots\dots$

**Inverse et quotient**

Pour déterminer la forme algébrique d'un inverse ou d'un quotient, on multiplie le numérateur et le dénominateur par le conjugué du

Exercice n° 6: Détermine la forme algébrique de $\frac{1}{z_1}$ puis de $\frac{z_1}{z_2}$.

- $z_1 = 3 + i$ et $z_2 = 4 + 2i$
- $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = 3 + 4i$
- $z_1 = 4 - 4i$ et $z_2 = -1 - 3i$
- $z_1 = 3i - 1$ et $z_2 = -2 + 6i$

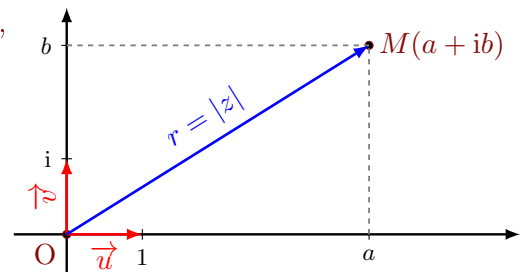
**Rappel:**

Si $z = a + ib$ un nombre complexe, alors il existe un unique réel r et un unique réel α (à $2k\pi$ près, $k \in \dots$) tels que :

$$z = r[\cos(\alpha) + i\sin(\alpha)]$$

Cette écriture est la de z .

- α est un de z ;
- r est le de z .



Exercice n° 7: Détermine la forme trigonométrique et exponentielle de :

- $z = 2i$.
- $z = -2i$.
- $z = -3$.
- $z = 1, 7$.
- $z = -i\sqrt{2}$.

**Rappel:**

Pour déterminer un argument d'un nombre complexe non nul $z = a + ib$, on résout :

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{b}{r} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Exercice n° 8: Détermine la forme trigonométrique et exponentielle de :

- | | | |
|--------------------------------------|--|-----------------------------------|
| • $z_1 = -\sqrt{3} - i$. | • $z_4 = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$. | • $z_7 = -\sqrt{3} - \sqrt{3}i$. |
| • $z_2 = 1 + i$. | • $z_5 = 4 - 3i$. | • $z_8 = 4 + i\sqrt{3}$. |
| • $z_3 = \frac{5\sqrt{3} - 5i}{2}$. | • $z_6 = 4i - 1$. | • $z_9 = -2 + i\sqrt{3}$. |



Mathématiques pour le technicien 1

TD d'algèbre n° 7 - Semestre 1

Nombres complexes II : Les formules d'Euler.

Année 2022-2023

Combinaison et linéarisation.



Définition:

Le nombre de façons de choisir p objets parmi n sans tenir compte de l'ordre est appelé la de p parmi n et est notée $\binom{n}{p}$.

Exercice n° 1: Complète :

$$\begin{array}{l} \bullet \binom{3}{0} = \\ \bullet \binom{4}{0} = \\ \bullet \binom{12}{1} = \end{array} \left| \begin{array}{l} \bullet \binom{8}{2} = \\ \bullet \binom{9}{2} = \\ \bullet \binom{2}{2} = \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \bullet \binom{9}{3} = \\ \bullet \binom{5}{3} = \\ \bullet \binom{3}{3} = \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \bullet \binom{9}{4} = \\ \bullet \binom{5}{4} = \\ \bullet \binom{4}{4} = \end{array} \right.$$

Exercice n° 2: Combien y a-t-il de façons de choisir

- une carte dans un jeu de 32 cartes ?
- 5 cartes dans un jeu de 32 cartes ?
- 27 cartes dans un jeu de 32 cartes ?
- aucune carte dans un jeu de 32 cartes ?

Exercice n° 3: Un peu de vocabulaires pour commencer :

$$\bullet (x+y)^2 = (x+y) \times (x+y) \underset{\text{développement}}{=} x^2 + xy + yx + y^2 \underset{\text{réduction}}{=} x^2 + 2xy + y^2$$

- Le coefficient du monôme xy est 2, celui du monôme x^2 est 1.

- Quelle est le coefficient du monôme x^2y^5 dans l'expression développée et réduite de $(x+y)^7$?

Indication : $(x+y)^7 = (x+y) \times (x+y) \times (x+y) \times (x+y) \times (x+y) \times (x+y) \times (x+y)$

- b. Quelle est le coefficient du monôme x^5y^{10} dans l'expression développée et réduite de $(x + y)^{15}$?
- c. Quelle est le coefficient du monôme x^2y^3 dans l'expression développée et réduite de $(2x - y)^5$?
- d. Quelle est le coefficient du monôme $x^2y^3z^4$ dans l'expression développée et réduite de $(x + y + z)^9$?

**Rappel:**

La formule du binôme de Newton : $(a + b)^n = \dots\dots\dots$

Exercice n° 4: Développe $(a + b)^4$, $(a - b)^3$ et $(a + b)^4$.

Exercice n° 5: De l'exponentielle à la trigonométrie.

1. Mettre sous forme trigonométrique :

(a) $e^{i\theta} + e^{-i\theta}$

(b) $e^{i\theta} - e^{-i\theta}$

2. Déduis-en une expression de $\sin(\theta)$ en fonction de $e^{i\theta}$ et $e^{-i\theta}$.
3. Déduis-en une expression de $\cos(\theta)$ en fonction de $e^{i\theta}$ et $e^{-i\theta}$.

**Rappel:**

Les formules d'Euler

$$\cos(\theta) = \dots\dots\dots \text{ et } \sin(\theta) = \dots\dots\dots$$

Exercice n° 6: Linéarise : $\sin^2(x)$, $\cos(x) \sin(x)$, et $\cos^4(x)$

Exercice n° 7: Linéarise : $\sin(x) \cos(y)$ et $\sin^2(x) \cos(y)$

Exercice n° 8: Calcule $\int \sin^5(x) dx$.

On rappelle que pour $a \neq 0$, $\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax)$