

## Probabilités et statistiques.

Les variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sont définies sur un même univers  $\Omega$  tels que :

$$X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \text{ et } Y(\Omega) = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$$

| Probabilités  | Statistiques  |
|---|---|
| $E(X) = \sum_{i=1}^N x_i P(X = x_i)$  | $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  |
| $E$ est linéaire  | La moyenne est linéaire   |
| $V(X) = \sum_{i=1}^N (E(X) - x_i)^2 P(X = x_i)$ $= E[E(X) - X]^2$ $= E(X^2) - E(X)^2$ | $V(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2$ $= \overline{(x - \bar{x})^2}$ $= \overline{x^2} - \bar{x}^2$ |
| $Cov(X, Y) = E[(E(X) - X)(E(Y) - Y)]$ $= E(XY) - E(X)E(Y)$                            | $Cov(x, y) = \overline{(\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)}$ $= \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}$                        |
| $V(aX + bY) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)$                                       | $V(ay + by) = a^2V(x) + b^2V(y) + 2abCov(x, y)$   |

Où  $E(XY) = \sum_{i,j=1}^N x_i y_j P((X = x_i) \cap (Y = y_j))$

## Lois de Probabilités discrètes.

| Loi  | Probabilités $P(X = k)$                                     | Espérance | Variance                           | Approximation   |
|--|---|-----------|------------------------------------|---|
| Binomiale $\mathcal{B}(n, p)$                        | $\binom{n}{k} \times p^k (1-p)^{n-k}$                       | $np$      | $npq$                              | $\mathcal{N}(np, \sqrt{npq})$   |
| Hypergéométrique<br>$\mathcal{H}(n, N, \frac{b}{N})$ | $\frac{\binom{b}{k} \times \binom{N-b}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ | $np$      | $npq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ | $\mathcal{N}\left(np, \sqrt{npq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)}\right)$ |

## Lois de Probabilités continues.

| Loi                                     | Fonction de répartition | Espérance           | Variance              | Approximation                                       |
|---|-------------------------|---------------------|-----------------------|---|
| Exponentielle<br>$\mathcal{E}(\lambda)$ | $1 - e^{-\lambda x}$    | $\frac{1}{\lambda}$ | $\frac{1}{\lambda^2}$ |   |
| $\chi^2$ à $k$ degrés de liberté        |                         | $k$                 | $2k$                  | $\mathcal{N}(k, \sqrt{2k})$ dès que<br>$k \geq 100$ |
| Student à $k$ degrés de liberté         |                         | $0$                 | $\frac{k}{k-2}$       | $\mathcal{N}(0, 1)$ dès que<br>$k \geq 30$          |

## Intervalles de confiance.

La variance et la variance corrigée sont reliées par la formule :  $S_c^2 = \frac{n}{n-1} S^2$

|  |  |
|--|--|
| <b>Conditions</b>  | <b>Intervalle de confiance d'une proportion.</b>   |
| Grand échantillon :<br>$n \geq 30$<br>$n\hat{p} \geq 5$<br>$n(1-\hat{p}) \geq 5$ | $IC_\alpha = \left[ \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$                          |
| <b>Conditions</b>  | <b>Intervalle de confiance d'une moyenne<br/>où l'écart-type <math>\sigma</math> de la population est connu.</b>   |
| Grand échantillon :<br>$n \geq 30$   | $IC_\alpha = \left[ \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$  |
| <b>Conditions</b>  | <b>Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon<br/>où l'écart-type <math>\sigma</math> de la population est connu et <math>\mathbf{X}</math> suit une loi normale.</b>    |
| Petit échantillon :<br>$n < 30$  | $IC_\alpha = \left[ \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$  |
| <b>Conditions</b>  | <b>Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon<br/>où l'écart-type <math>\sigma</math> de la population est connu et <math>\mathbf{X}</math> suit une loi inconnue.</b>   |
| Petit échantillon :<br>$n < 30$  | $IC_\alpha = \left[ \bar{x} - \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$  |
| <b>Conditions</b>  | <b>Intervalle de confiance d'une moyenne sur un grand échantillon<br/>où l'écart-type <math>\sigma</math> de la population est inconnu.</b>  |
| Grand échantillon :<br>$n \geq 30$   | $IC_\alpha = \left[ \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_c}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_c}{\sqrt{n}} \right]$  |
| <b>Conditions</b>  | <b>Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon<br/>où l'écart-type <math>\sigma</math> de la population est inconnu et <math>\mathbf{X}</math> suit une loi normale.</b>  |
| Petit échantillon :<br>$n < 30$  | $IC_\alpha = \left[ \bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_c}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_c}{\sqrt{n}} \right]$  |
| <b>Conditions</b>  | <b>Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon<br/>où l'écart-type <math>\sigma</math> de la population est inconnu et <math>\mathbf{X}</math> suit une loi inconnue.</b> |
| Petit échantillon :<br>$n < 30$  | $IC_\alpha = \left[ \bar{x} - \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{S_c}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{S_c}{\sqrt{n}} \right]$  |

## Test de validité d'hypothèses.

### 1. Test de comparaison d'une moyenne $\mu_0$ d'une population à celle $\bar{x}$ de l'un de ses échantillons.

La variance et la variance corrigée sont reliées par la formule :  $S_c^2 = \frac{n}{n-1} S^2$

| Effectif  | Conditions d'application             | Statistique du test                                     | Seuil de signification (test bilatéral)           |
|---|--------------------------------------|---|---|
| Grand échantillon :<br>$n \geq 30$<br>et $\sigma$ connu   | Aucune                               | $T = \frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ | rejet de $H_0$ si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$      |
| Grand échantillon :<br>$n \geq 30$<br>et $\sigma$ inconnu | Aucune                               | $T = \frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$    | rejet de $H_0$ si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$      |
| Petit échantillon :<br>$n < 30$<br>et $\sigma$ connu      | <b>X</b> suit une <b>loi normale</b> | $T = \frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ | rejet de $H_0$ si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$      |
| Petit échantillon :<br>$n < 30$<br>et $\sigma$ inconnu    | <b>X</b> suit une <b>loi normale</b> | $T = \frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$    | rejet de $H_0$ si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ |

### 2. Test de comparaison d'une proportion $p_0$ sur une population à celle $\hat{p}$ observée sur l'un de ses échantillons.

| Effectif                           | Conditions d'application   | Statistique du test   | Seuil de signification (test bilatéral)      |
|------------------------------------|--|---|--|
| Grand échantillon :<br>$n \geq 30$ | $n_1 \hat{p} \geq 5$ et $n_1 \hat{q} \geq 5$<br>où $\hat{q} = 1 - \hat{p}$ | $T = \frac{ \hat{p} - p_0 }{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}$ | rejet de $H_0$ si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$ |

### 3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p}_1$ et $\hat{p}_2$ .

On calcule proportion commune aux deux échantillons  $p_c$ , pondérée par leur taille :

$$p_c = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2} \text{ et } q_c = 1 - p_c$$

| Effectif  | Conditions d'application   | Quantité à calculer  | Seuil de signification (test bilatéral)      |
|---|--|--|--|
| Grands échantillons :<br>$n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$ | $n_1 \hat{p}_1 \geq 5$ et $n_1 \hat{q}_1 \geq 5$<br>$n_2 \hat{p}_2 \geq 5$ et $n_2 \hat{q}_2 \geq 5$ | $T = \frac{ \hat{p}_1 - \hat{p}_2 }{\sqrt{\frac{p_c q_c}{n_1} + \frac{p_c q_c}{n_2}}}$ | Rejet de $H_0$ si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$ |

#### 4. Test de comparaison des moyennes observées $\bar{x}_1$ et $\bar{x}_2$ .

a. Les écart-types  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont connus :

| Effectif  | Conditions d'application  | Quantité à calculer  | Seuil de signification (test bilatéral)      |
|---|---|--|--|
| Grands échantillons :<br>$n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$ | Aucune  | $T = \frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ | rejet de $H_0$ si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$ |
| $n_1$ ou $n_2 < 30$                                     | <b><math>X_1</math> et <math>X_2</math></b><br>suivent des <b>lois normales</b> |  |  |

b. Les écart-types  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont inconnus :

| Effectif  | Ecart-types   | Conditions d'application  | Quantité à calculer  | Seuil de signification (test bilatéral)                 |
|---|---|---|--|---|
| Grands échantillons :<br>$n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$ | Aucune condition  | Aucune  | $T = \frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{S_{1c}^2}{n_1} + \frac{S_{2c}^2}{n_2}}}$ | Rejet de $H_0$ si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$            |
| $n_1$ ou $n_2 < 30$                                     | $\sigma_1$ et $\sigma_2$ sont inconnus mais égaux   | <b><math>X_1</math> et <math>X_2</math></b><br>suivent des <b>lois normales</b> | $T = \frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{S_p^* \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$         | Rejet de $H_0$ si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$ |
| $n_1 = n_2 < 30$  | $\sigma_1$ et $\sigma_2$ sont inconnus mais <sup>(*)</sup><br>$\frac{1}{3} \leq \frac{S_{1c}^2}{S_{2c}^2} \leq 3$ | <b><math>X_1</math> et <math>X_2</math></b><br>suivent des <b>lois normales</b> |  |   |

(\*)  $S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_{1c}^2 + (n_2 - 1)S_{2c}^2}{n_1 + n_2 - 2}}$  est la racine carrée de la moyenne pondérée par leur degré de liberté des variances

(\*)  $\frac{1}{3} \leq \frac{S_{1c}^2}{S_{2c}^2} \leq 3$  signifie que les variances estimées ne sont pas trop différentes (dans un rapport de 3).

## Tests de comparaison d'une distribution à une distribution théorique.

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

- 1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).
- 2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

**Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.**

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

- 3 A partir de ces données calculées ( $C_i$ ) et observées ( $O_i$ ) on calcule la quantité suivante :

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

Si l'hypothèse ( $H_0$ ) est vraie alors  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  de degré de liberté :

$$\text{ddl} = \left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right) - 1 - \left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)^*$$

- 4 La règle de décision est la suivante :  
$$\begin{cases} H_0 : T \leq \chi_{\alpha, \text{ddl}}^2 \\ H_1 : T > \chi_{\alpha, \text{ddl}}^2 \end{cases}$$

---

(\*) Généralement la moyenne ou l'écart-type quand ils sont inconnus.

## Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.

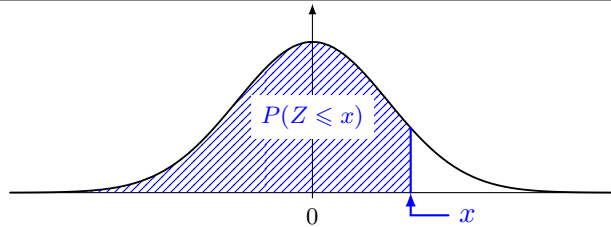
L'équation réduite de la droite de régression linéaire par la méthode des moindres carrés est :

$$y = ax + b \text{ où } a = \frac{\text{cov}(x, y)}{V(x)} \text{ et } b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Le coefficient de corrélation est :  $\rho = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$

**Tables de statistiques.**

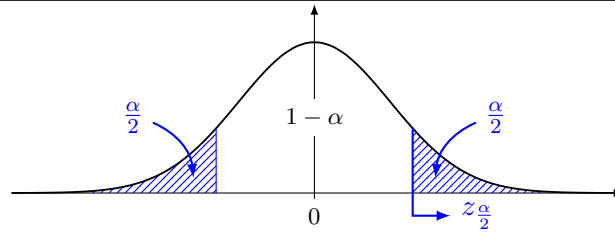
**Table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0,1)$**



| $x$ | 0,00   | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |

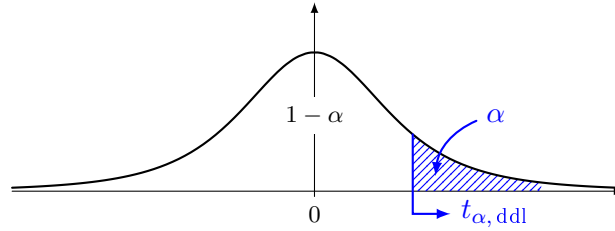
|     |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $x$ | 0,00   | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| 3,1 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| 3,2 | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| 3,3 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |
| 3,4 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 |
| 3,5 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| 3,6 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 3,7 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 3,8 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 3,9 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| 4,0 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

**Table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$**



|          |          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\alpha$ | 0,00     | 0,01  | 0,02  | 0,03  | 0,04  | 0,05  | 0,06  | 0,07  | 0,08  | 0,09  |
| 0,00     | $\infty$ | 2,576 | 2,326 | 2,170 | 2,054 | 1,960 | 1,881 | 1,812 | 1,751 | 1,695 |
| 0,10     | 1,645    | 1,598 | 1,555 | 1,514 | 1,476 | 1,440 | 1,405 | 1,372 | 1,341 | 1,311 |
| 0,20     | 1,282    | 1,254 | 1,227 | 1,200 | 1,175 | 1,150 | 1,126 | 1,103 | 1,080 | 1,058 |
| 0,30     | 1,036    | 1,015 | 0,994 | 0,974 | 0,954 | 0,935 | 0,915 | 0,896 | 0,878 | 0,860 |
| 0,40     | 0,842    | 0,824 | 0,806 | 0,789 | 0,772 | 0,755 | 0,739 | 0,722 | 0,706 | 0,690 |
| 0,50     | 0,674    | 0,659 | 0,643 | 0,628 | 0,613 | 0,598 | 0,583 | 0,568 | 0,553 | 0,539 |
| 0,60     | 0,524    | 0,510 | 0,496 | 0,482 | 0,468 | 0,454 | 0,440 | 0,426 | 0,412 | 0,399 |
| 0,70     | 0,385    | 0,372 | 0,358 | 0,345 | 0,332 | 0,319 | 0,305 | 0,292 | 0,279 | 0,266 |
| 0,80     | 0,253    | 0,240 | 0,228 | 0,215 | 0,202 | 0,189 | 0,176 | 0,164 | 0,151 | 0,138 |
| 0,90     | 0,126    | 0,113 | 0,100 | 0,088 | 0,075 | 0,063 | 0,050 | 0,038 | 0,025 | 0,013 |

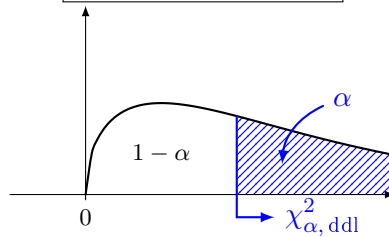
Table de la loi de Student  $\mathcal{T}(\text{ddl})$



| ddl \ $\alpha$ | 0,005  | 0,01   | 0,025  | 0,05  | 0,10  | 0,20  | 0,25  | 0,30  | 0,40  |
|----------------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1              | 63,657 | 31,821 | 12,706 | 6,314 | 3,078 | 1,376 | 1,000 | 0,727 | 0,325 |
| 2              | 9,925  | 6,965  | 4,303  | 2,920 | 1,886 | 1,061 | 0,816 | 0,617 | 0,289 |
| 3              | 5,841  | 4,541  | 3,182  | 2,353 | 1,638 | 0,978 | 0,765 | 0,584 | 0,277 |
| 4              | 4,604  | 3,747  | 2,776  | 2,132 | 1,533 | 0,941 | 0,741 | 0,569 | 0,271 |
| 5              | 4,032  | 3,365  | 2,571  | 2,015 | 1,476 | 0,920 | 0,727 | 0,559 | 0,267 |
| 6              | 3,707  | 3,143  | 2,447  | 1,943 | 1,440 | 0,906 | 0,718 | 0,553 | 0,265 |
| 7              | 3,499  | 2,998  | 2,365  | 1,895 | 1,415 | 0,896 | 0,711 | 0,549 | 0,263 |
| 8              | 3,355  | 2,896  | 2,306  | 1,860 | 1,397 | 0,889 | 0,706 | 0,546 | 0,262 |
| 9              | 3,250  | 2,821  | 2,262  | 1,833 | 1,383 | 0,883 | 0,703 | 0,543 | 0,261 |
| 10             | 3,169  | 2,764  | 2,228  | 1,812 | 1,372 | 0,879 | 0,700 | 0,542 | 0,260 |
| 11             | 3,106  | 2,718  | 2,201  | 1,796 | 1,363 | 0,876 | 0,697 | 0,540 | 0,260 |
| 12             | 3,055  | 2,681  | 2,179  | 1,782 | 1,356 | 0,873 | 0,695 | 0,539 | 0,259 |
| 13             | 3,012  | 2,650  | 2,160  | 1,771 | 1,350 | 0,870 | 0,694 | 0,538 | 0,259 |
| 14             | 2,977  | 2,624  | 2,145  | 1,761 | 1,345 | 0,868 | 0,692 | 0,537 | 0,258 |
| 15             | 2,947  | 2,602  | 2,131  | 1,753 | 1,341 | 0,866 | 0,691 | 0,536 | 0,258 |
| 16             | 2,921  | 2,583  | 2,120  | 1,746 | 1,337 | 0,865 | 0,690 | 0,535 | 0,258 |
| 17             | 2,898  | 2,567  | 2,110  | 1,740 | 1,333 | 0,863 | 0,689 | 0,534 | 0,257 |
| 18             | 2,878  | 2,552  | 2,101  | 1,734 | 1,330 | 0,862 | 0,688 | 0,534 | 0,257 |
| 19             | 2,861  | 2,539  | 2,093  | 1,729 | 1,328 | 0,861 | 0,688 | 0,533 | 0,257 |
| 20             | 2,845  | 2,528  | 2,086  | 1,725 | 1,325 | 0,860 | 0,687 | 0,533 | 0,257 |
| 21             | 2,831  | 2,518  | 2,080  | 1,721 | 1,323 | 0,859 | 0,686 | 0,532 | 0,257 |
| 22             | 2,819  | 2,508  | 2,074  | 1,717 | 1,321 | 0,858 | 0,686 | 0,532 | 0,256 |
| 23             | 2,807  | 2,500  | 2,069  | 1,714 | 1,319 | 0,858 | 0,685 | 0,532 | 0,256 |
| 24             | 2,797  | 2,492  | 2,064  | 1,711 | 1,318 | 0,857 | 0,685 | 0,531 | 0,256 |
| 25             | 2,787  | 2,485  | 2,060  | 1,708 | 1,316 | 0,856 | 0,684 | 0,531 | 0,256 |
| 26             | 2,779  | 2,479  | 2,056  | 1,706 | 1,315 | 0,856 | 0,684 | 0,531 | 0,256 |
| 27             | 2,771  | 2,473  | 2,052  | 1,703 | 1,314 | 0,855 | 0,684 | 0,531 | 0,256 |
| 28             | 2,763  | 2,467  | 2,048  | 1,701 | 1,313 | 0,855 | 0,683 | 0,530 | 0,256 |
| 29             | 2,756  | 2,462  | 2,045  | 1,699 | 1,311 | 0,854 | 0,683 | 0,530 | 0,256 |



Table du  $\chi^2$ (ddl)



| ddl \ $\alpha$ | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,250 | 0,750  | 0,900   | 0,950    | 0,990    | 0,995    |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|----------|----------|----------|
| 1              | 7,879 | 6,635 | 5,024 | 3,841 | 2,706 | 1,323 | 0,1015 | 0,01579 | 0,003932 | 0,000157 | 0,000039 |
| 2              | 10,60 | 9,210 | 7,378 | 5,991 | 4,605 | 2,773 | 0,5754 | 0,2107  | 0,1026   | 0,02010  | 0,01003  |
| 3              | 12,84 | 11,34 | 9,348 | 7,815 | 6,251 | 4,108 | 1,213  | 0,5844  | 0,3518   | 0,1148   | 0,07172  |
| 4              | 14,86 | 13,28 | 11,14 | 9,488 | 7,779 | 5,385 | 1,923  | 1,064   | 0,7107   | 0,2971   | 0,2070   |
| 5              | 16,75 | 15,09 | 12,83 | 11,07 | 9,236 | 6,626 | 2,675  | 1,610   | 1,145    | 0,5543   | 0,4117   |
| 6              | 18,55 | 16,81 | 14,45 | 12,59 | 10,64 | 7,841 | 3,455  | 2,204   | 1,635    | 0,8721   | 0,6757   |
| 7              | 20,28 | 18,48 | 16,01 | 14,07 | 12,02 | 9,037 | 4,255  | 2,833   | 2,167    | 1,239    | 0,9893   |
| 8              | 21,95 | 20,09 | 17,53 | 15,51 | 13,36 | 10,22 | 5,071  | 3,490   | 2,733    | 1,646    | 1,344    |
| 9              | 23,59 | 21,67 | 19,02 | 16,92 | 14,68 | 11,39 | 5,899  | 4,168   | 3,325    | 2,088    | 1,735    |
| 10             | 25,19 | 23,21 | 20,48 | 18,31 | 15,99 | 12,55 | 6,737  | 4,865   | 3,940    | 2,558    | 2,156    |
| 11             | 26,76 | 24,72 | 21,92 | 19,68 | 17,28 | 13,70 | 7,584  | 5,578   | 4,575    | 3,053    | 2,603    |
| 12             | 28,30 | 26,22 | 23,34 | 21,03 | 18,55 | 14,85 | 8,438  | 6,304   | 5,226    | 3,571    | 3,074    |
| 13             | 29,82 | 27,69 | 24,74 | 22,36 | 19,81 | 15,98 | 9,299  | 7,042   | 5,892    | 4,107    | 3,565    |
| 14             | 31,32 | 29,14 | 26,12 | 23,68 | 21,06 | 17,12 | 10,17  | 7,790   | 6,571    | 4,660    | 4,075    |
| 15             | 32,80 | 30,58 | 27,49 | 25,00 | 22,31 | 18,25 | 11,04  | 8,547   | 7,261    | 5,229    | 4,601    |
| 16             | 34,27 | 32,00 | 28,85 | 26,30 | 23,54 | 19,37 | 11,91  | 9,312   | 7,962    | 5,812    | 5,142    |
| 17             | 35,72 | 33,41 | 30,19 | 27,59 | 24,77 | 20,49 | 12,79  | 10,09   | 8,672    | 6,408    | 5,697    |
| 18             | 37,16 | 34,81 | 31,53 | 28,87 | 25,99 | 21,60 | 13,68  | 10,86   | 9,390    | 7,015    | 6,265    |

| $\alpha$<br>ddl | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,250 | 0,750 | 0,900 | 0,950 | 0,990 | 0,995 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 19              | 38,58 | 36,19 | 32,85 | 30,14 | 27,20 | 22,72 | 14,56 | 11,65 | 10,12 | 7,633 | 6,844 |
| 20              | 40,00 | 37,57 | 34,17 | 31,41 | 28,41 | 23,83 | 15,45 | 12,44 | 10,85 | 8,260 | 7,434 |
| 21              | 41,40 | 38,93 | 35,48 | 32,67 | 29,62 | 24,93 | 16,34 | 13,24 | 11,59 | 8,897 | 8,034 |
| 22              | 42,80 | 40,29 | 36,78 | 33,92 | 30,81 | 26,04 | 17,24 | 14,04 | 12,34 | 9,542 | 8,643 |
| 23              | 44,18 | 41,64 | 38,08 | 35,17 | 32,01 | 27,14 | 18,14 | 14,85 | 13,09 | 10,20 | 9,260 |
| 24              | 45,56 | 42,98 | 39,36 | 36,42 | 33,20 | 28,24 | 19,04 | 15,66 | 13,85 | 10,86 | 9,886 |
| 25              | 46,93 | 44,31 | 40,65 | 37,65 | 34,38 | 29,34 | 19,94 | 16,47 | 14,61 | 11,52 | 10,52 |
| 26              | 48,29 | 45,64 | 41,92 | 38,89 | 35,56 | 30,43 | 20,84 | 17,29 | 15,38 | 12,20 | 11,16 |
| 27              | 49,64 | 46,96 | 43,19 | 40,11 | 36,74 | 31,53 | 21,75 | 18,11 | 16,15 | 12,88 | 11,81 |
| 28              | 50,99 | 48,28 | 44,46 | 41,34 | 37,92 | 32,62 | 22,66 | 18,94 | 16,93 | 13,56 | 12,46 |
| 29              | 52,34 | 49,59 | 45,72 | 42,56 | 39,09 | 33,71 | 23,57 | 19,77 | 17,71 | 14,26 | 13,12 |
| 30              | 53,67 | 50,89 | 46,98 | 43,77 | 40,26 | 34,80 | 24,48 | 20,60 | 18,49 | 14,95 | 13,79 |
| 31              | 55,00 | 52,19 | 48,23 | 44,99 | 41,42 | 35,89 | 25,39 | 21,43 | 19,28 | 15,66 | 14,46 |
| 32              | 56,33 | 53,49 | 49,48 | 46,19 | 42,58 | 36,97 | 26,30 | 22,27 | 20,07 | 16,36 | 15,13 |
| 33              | 57,65 | 54,78 | 50,73 | 47,40 | 43,75 | 38,06 | 27,22 | 23,11 | 20,87 | 17,07 | 15,82 |
| 34              | 58,96 | 56,06 | 51,97 | 48,60 | 44,90 | 39,14 | 28,14 | 23,95 | 21,66 | 17,79 | 16,50 |
| 35              | 60,27 | 57,34 | 53,20 | 49,80 | 46,06 | 40,22 | 29,05 | 24,80 | 22,47 | 18,51 | 17,19 |
| 36              | 61,58 | 58,62 | 54,44 | 51,00 | 47,21 | 41,30 | 29,97 | 25,64 | 23,27 | 19,23 | 17,89 |
| 37              | 62,88 | 59,89 | 55,67 | 52,19 | 48,36 | 42,38 | 30,89 | 26,49 | 24,07 | 19,96 | 18,59 |
| 38              | 64,18 | 61,16 | 56,90 | 53,38 | 49,51 | 43,46 | 31,81 | 27,34 | 24,88 | 20,69 | 19,29 |
| 39              | 65,48 | 62,43 | 58,12 | 54,57 | 50,66 | 44,54 | 32,74 | 28,20 | 25,70 | 21,43 | 20,00 |
| 40              | 66,77 | 63,69 | 59,34 | 55,76 | 51,81 | 45,62 | 33,66 | 29,05 | 26,51 | 22,16 | 20,71 |
| 41              | 68,05 | 64,95 | 60,56 | 56,94 | 52,95 | 46,69 | 34,58 | 29,91 | 27,33 | 22,91 | 21,42 |

| $\alpha$<br>ddl | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,250 | 0,750 | 0,900 | 0,950 | 0,990 | 0,995 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 42              | 69,34 | 66,21 | 61,78 | 58,12 | 54,09 | 47,77 | 35,51 | 30,77 | 28,14 | 23,65 | 22,14 |
| 43              | 70,62 | 67,46 | 62,99 | 59,30 | 55,23 | 48,84 | 36,44 | 31,63 | 28,96 | 24,40 | 22,86 |
| 44              | 71,89 | 68,71 | 64,20 | 60,48 | 56,37 | 49,91 | 37,36 | 32,49 | 29,79 | 25,15 | 23,58 |
| 45              | 73,17 | 69,96 | 65,41 | 61,66 | 57,51 | 50,98 | 38,29 | 33,35 | 30,61 | 25,90 | 24,31 |
| 46              | 74,44 | 71,20 | 66,62 | 62,83 | 58,64 | 52,06 | 39,22 | 34,22 | 31,44 | 26,66 | 25,04 |
| 47              | 75,70 | 72,44 | 67,82 | 64,00 | 59,77 | 53,13 | 40,15 | 35,08 | 32,27 | 27,42 | 25,77 |
| 48              | 76,97 | 73,68 | 69,02 | 65,17 | 60,91 | 54,20 | 41,08 | 35,95 | 33,10 | 28,18 | 26,51 |
| 49              | 78,23 | 74,92 | 70,22 | 66,34 | 62,04 | 55,27 | 42,01 | 36,82 | 33,93 | 28,94 | 27,25 |
| 50              | 79,49 | 76,15 | 71,42 | 67,50 | 63,17 | 56,33 | 42,94 | 37,69 | 34,76 | 29,71 | 27,99 |
| 51              | 80,75 | 77,39 | 72,62 | 68,67 | 64,30 | 57,40 | 43,87 | 38,56 | 35,60 | 30,48 | 28,73 |
| 52              | 82,00 | 78,62 | 73,81 | 69,83 | 65,42 | 58,47 | 44,81 | 39,43 | 36,44 | 31,25 | 29,48 |
| 53              | 83,25 | 79,84 | 75,00 | 70,99 | 66,55 | 59,53 | 45,74 | 40,31 | 37,28 | 32,02 | 30,23 |
| 54              | 84,50 | 81,07 | 76,19 | 72,15 | 67,67 | 60,60 | 46,68 | 41,18 | 38,12 | 32,79 | 30,98 |
| 55              | 85,75 | 82,29 | 77,38 | 73,31 | 68,80 | 61,66 | 47,61 | 42,06 | 38,96 | 33,57 | 31,73 |
| 56              | 86,99 | 83,51 | 78,57 | 74,47 | 69,92 | 62,73 | 48,55 | 42,94 | 39,80 | 34,35 | 32,49 |
| 57              | 88,24 | 84,73 | 79,75 | 75,62 | 71,04 | 63,79 | 49,48 | 43,82 | 40,65 | 35,13 | 33,25 |
| 58              | 89,48 | 85,95 | 80,94 | 76,78 | 72,16 | 64,86 | 50,42 | 44,70 | 41,49 | 35,91 | 34,01 |
| 59              | 90,72 | 87,17 | 82,12 | 77,93 | 73,28 | 65,92 | 51,36 | 45,58 | 42,34 | 36,70 | 34,77 |
| 60              | 91,95 | 88,38 | 83,30 | 79,08 | 74,40 | 66,98 | 52,29 | 46,46 | 43,19 | 37,48 | 35,53 |
| 61              | 93,19 | 89,59 | 84,48 | 80,23 | 75,51 | 68,04 | 53,23 | 47,34 | 44,04 | 38,27 | 36,30 |
| 62              | 94,42 | 90,80 | 85,65 | 81,38 | 76,63 | 69,10 | 54,17 | 48,23 | 44,89 | 39,06 | 37,07 |
| 63              | 95,65 | 92,01 | 86,83 | 82,53 | 77,75 | 70,16 | 55,11 | 49,11 | 45,74 | 39,86 | 37,84 |
| 64              | 96,88 | 93,22 | 88,00 | 83,68 | 78,86 | 71,23 | 56,05 | 50,00 | 46,59 | 40,65 | 38,61 |

| $\alpha$<br>ddl | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,250 | 0,750 | 0,900 | 0,950 | 0,990 | 0,995 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 65              | 98,11 | 94,42 | 89,18 | 84,82 | 79,97 | 72,28 | 56,99 | 50,88 | 47,45 | 41,44 | 39,38 |
| 66              | 99,33 | 95,63 | 90,35 | 85,96 | 81,09 | 73,34 | 57,93 | 51,77 | 48,31 | 42,24 | 40,16 |
| 67              | 100,6 | 96,83 | 91,52 | 87,11 | 82,20 | 74,40 | 58,87 | 52,66 | 49,16 | 43,04 | 40,94 |
| 68              | 101,8 | 98,03 | 92,69 | 88,25 | 83,31 | 75,46 | 59,81 | 53,55 | 50,02 | 43,84 | 41,71 |
| 69              | 103,0 | 99,23 | 93,86 | 89,39 | 84,42 | 76,52 | 60,76 | 54,44 | 50,88 | 44,64 | 42,49 |
| 70              | 104,2 | 100,4 | 95,02 | 90,53 | 85,53 | 77,58 | 61,70 | 55,33 | 51,74 | 45,44 | 43,28 |
| 71              | 105,4 | 101,6 | 96,19 | 91,67 | 86,64 | 78,63 | 62,64 | 56,22 | 52,60 | 46,25 | 44,06 |
| 72              | 106,6 | 102,8 | 97,35 | 92,81 | 87,74 | 79,69 | 63,58 | 57,11 | 53,46 | 47,05 | 44,84 |
| 73              | 107,9 | 104,0 | 98,52 | 93,95 | 88,85 | 80,75 | 64,53 | 58,01 | 54,33 | 47,86 | 45,63 |
| 74              | 109,1 | 105,2 | 99,68 | 95,08 | 89,96 | 81,80 | 65,47 | 58,90 | 55,19 | 48,67 | 46,42 |
| 75              | 110,3 | 106,4 | 100,8 | 96,22 | 91,06 | 82,86 | 66,42 | 59,79 | 56,05 | 49,48 | 47,21 |
| 76              | 111,5 | 107,6 | 102,0 | 97,35 | 92,17 | 83,91 | 67,36 | 60,69 | 56,92 | 50,29 | 48,00 |
| 77              | 112,7 | 108,8 | 103,2 | 98,48 | 93,27 | 84,97 | 68,31 | 61,59 | 57,79 | 51,10 | 48,79 |
| 78              | 113,9 | 110,0 | 104,3 | 99,62 | 94,37 | 86,02 | 69,25 | 62,48 | 58,65 | 51,91 | 49,58 |
| 79              | 115,1 | 111,1 | 105,5 | 100,7 | 95,48 | 87,08 | 70,20 | 63,38 | 59,52 | 52,72 | 50,38 |
| 80              | 116,3 | 112,3 | 106,6 | 101,9 | 96,58 | 88,13 | 71,14 | 64,28 | 60,39 | 53,54 | 51,17 |
| 81              | 117,5 | 113,5 | 107,8 | 103,0 | 97,68 | 89,18 | 72,09 | 65,18 | 61,26 | 54,36 | 51,97 |
| 82              | 118,7 | 114,7 | 108,9 | 104,1 | 98,78 | 90,24 | 73,04 | 66,08 | 62,13 | 55,17 | 52,77 |
| 83              | 119,9 | 115,9 | 110,1 | 105,3 | 99,88 | 91,29 | 73,99 | 66,98 | 63,00 | 55,99 | 53,57 |
| 84              | 121,1 | 117,1 | 111,2 | 106,4 | 101,0 | 92,34 | 74,93 | 67,88 | 63,88 | 56,81 | 54,37 |
| 85              | 122,3 | 118,2 | 112,4 | 107,5 | 102,1 | 93,39 | 75,88 | 68,78 | 64,75 | 57,63 | 55,17 |
| 86              | 123,5 | 119,4 | 113,5 | 108,6 | 103,2 | 94,45 | 76,83 | 69,68 | 65,62 | 58,46 | 55,97 |
| 87              | 124,7 | 120,6 | 114,7 | 109,8 | 104,3 | 95,50 | 77,78 | 70,58 | 66,50 | 59,28 | 56,78 |

| $\alpha$<br>ddl | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,250 | 0,750 | 0,900 | 0,950 | 0,990 | 0,995 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 88              | 125,9 | 121,8 | 115,8 | 110,9 | 105,4 | 96,55 | 78,73 | 71,48 | 67,37 | 60,10 | 57,58 |
| 89              | 127,1 | 122,9 | 117,0 | 112,0 | 106,5 | 97,60 | 79,68 | 72,39 | 68,25 | 60,93 | 58,39 |
| 90              | 128,3 | 124,1 | 118,1 | 113,1 | 107,6 | 98,65 | 80,62 | 73,29 | 69,13 | 61,75 | 59,20 |
| 91              | 129,5 | 125,3 | 119,3 | 114,3 | 108,7 | 99,70 | 81,57 | 74,20 | 70,00 | 62,58 | 60,00 |
| 92              | 130,7 | 126,5 | 120,4 | 115,4 | 109,8 | 100,8 | 82,52 | 75,10 | 70,88 | 63,41 | 60,81 |
| 93              | 131,9 | 127,6 | 121,6 | 116,5 | 110,9 | 101,8 | 83,47 | 76,01 | 71,76 | 64,24 | 61,63 |
| 94              | 133,1 | 128,8 | 122,7 | 117,6 | 111,9 | 102,8 | 84,42 | 76,91 | 72,64 | 65,07 | 62,44 |
| 95              | 134,2 | 130,0 | 123,9 | 118,8 | 113,0 | 103,9 | 85,38 | 77,82 | 73,52 | 65,90 | 63,25 |
| 96              | 135,4 | 131,1 | 125,0 | 119,9 | 114,1 | 104,9 | 86,33 | 78,73 | 74,40 | 66,73 | 64,06 |
| 97              | 136,6 | 132,3 | 126,1 | 121,0 | 115,2 | 106,0 | 87,28 | 79,63 | 75,28 | 67,56 | 64,88 |
| 98              | 137,8 | 133,5 | 127,3 | 122,1 | 116,3 | 107,0 | 88,23 | 80,54 | 76,16 | 68,40 | 65,69 |
| 99              | 139,0 | 134,6 | 128,4 | 123,2 | 117,4 | 108,1 | 89,18 | 81,45 | 77,05 | 69,23 | 66,51 |