Probabilités et statistiques.

Les variables aléatoires X et Y sont définies sur un même univers Ω tels que :

$$X(\Omega) = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\} \text{ et } Y(\Omega) = \{y_1, y_2, \ldots, y_N\}$$

Probabilités	**Statistiques**
$E(X) = \sum_{i=1}^{N} x_i P(X = x_i)$	$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$
E est linéaire	La moyenne est linéaire
$V(X) = \sum_{i=1}^{N} \big(E(X) - x_i\big)^2 P(X = x_i) = E\Big[E(X) - X\Big] = E(X^2) - E(X)^2$	$V(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\overline{x} - x_i)^2 = \overline{(\overline{x} - x)^2} = \overline{x^2} - \overline{x}^2$
$Cov(X,Y) = E\Big[\big(E(X) - X\big)\big(E(Y) - Y\big)\Big] = E(XY) - E(X)E(Y)$	$Cov(x,y) = \overline{(\overline{x} - x_i)(\overline{y} - y_i)} = \overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}$
$V(aX + bY) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2ab\,Cov(X,Y)$	$V(ay + by) = a^2V(x) + b^2V(y) + 2ab\,Cov(x,y)$

Où $E(XY) = \sum_{i,j=1}^{N} x_i y_j P\big((X = x_i) \cap (Y = y_j)\big)$

Lois de Probabilités discrètes.

Loi	Probabilités $P(X = k)$	Espérance	Variance	Approximation
Binomiale $\mathcal{B}(n,p)$	$\binom{n}{k} \times p^k(1-p)^{n-k}$	np	npq	$\mathcal{N}(np, \sqrt{npq})$
Hypergéométrique $\mathcal{H}\left(n, N, \frac{b}{N}\right)$	$\frac{\binom{b}{k} \times \binom{N-b}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	np	$npq\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$	$\mathcal{N}\left(np, \sqrt{npq\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}\right)$

Lois de Probabilités continues.

Loi	Fonction de répartition	Espérance	Variance	Approximation
Exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$	$1 - \mathrm{e}^{-\lambda x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	
χ^2 à k degrés de liberté		k	$2k$	$\mathcal{N}(k, \sqrt{2k})$ dès que $k \geqslant 100$
Student à k degrés de liberté		0	$\frac{k}{k-2}$	$\mathcal{N}(0, 1)$ dès que $k \geqslant 30$

Intervalles de confiances.

Conditions	Intervalle de confiance d'une proportion.
Grand échantillon : $n \geqslant 30$ $n\hat{p} \geqslant 5$ $n(1-\hat{p}) \geqslant 5$	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \times \frac{N-n}{N-1}\ ,\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \times \frac{N-n}{N-1}}\right]$ si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$

Conditions	**Intervalle de confiance d'une moyenne** où **l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$** de la population est **connu**.
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\ ;\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right]$ si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$
Conditions	**Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon** où **l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$** de la population est **connu** et $\boldsymbol{X}$ suit une **loi normale**.
Petit échantillon : $n < 30$	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\ ;\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right]$ si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$
Conditions	**Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon** où **l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$** de la population est **connu** et $\boldsymbol{X}$ suit une **loi inconnue**.
Petit échantillon : $n < 30$	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\ ;\ \overline{x} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right]$ si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \overline{x} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

Conditions	**Intervalle de confiance d'une moyenne sur un grand échantillon** où **l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$** de la population est **inconnu**.
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}} \; ; \; \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}\right]$ si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \; ; \; \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}}\right]$

Conditions	**Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon** où **l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$** de la population est **inconnu** et $\boldsymbol{X}$ suit une **loi normale**.
Petit échantillon : $n < 30$	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}} \; ; \; \overline{x} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}\right]$ si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \; ; \; \overline{x} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}}\right]$

Conditions	**Intervalle de confiance d'une moyenne sur un petit échantillon** où **l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$** de la population est **inconnu** et $\boldsymbol{X}$ suit une **loi inconnue**.
Petit échantillon : $n < 30$	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}} \; ; \; \overline{x} + \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}\right]$ si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) : ☞ $IC_\alpha = \left[\overline{x} - \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \; ; \; \overline{x} + \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}} \dfrac{S_c}{\sqrt{n}}\right]$

Test de validité d'hypothèses.

1. Test de comparaison d'une moyenne $\boldsymbol{\mu_0}$ d'une population à celle $\boldsymbol{\overline{x}}$ de l'un de ses échantillons.

$\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}$	L'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de la population est connu	L'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de la population est inconnu
si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) :	$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$	$\dfrac{S_c}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$
si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) :	$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\dfrac{S_c}{\sqrt{n}}$

La variance et la variance corrigée sont reliées par la formule : $\boxed{S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2}$

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
Petit échantillon : $n < 30$ et σ connu	$\boldsymbol{X}$ suit une **loi normale**	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
Petit échantillon : $n < 30$ et σ inconnu	$\boldsymbol{X}$ suit une **loi normale**	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

2. Test de comparaison d'une proportion p_0 sur une population à celle $\hat{p}$ observée sur l'un de ses échantillons.

$\overline{P}$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa proportion, on note $\sigma_{\overline{P}}$ son écart-type.

	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) :	si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) :
$\boldsymbol{\sigma_{\overline{P}}}$	$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n} \times \dfrac{N-n}{N-1}}$	$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	$n_1\hat{p} \geqslant 5$ et $n_1\hat{q} \geqslant 5$ où $\hat{q} = 1 - \hat{p}$	$T = \dfrac{\lvert\hat{p} - p_0\rvert}{\sigma_{\overline{P}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$

3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$.

On calcule proportion commune aux deux échantillons p_c, pondérée par leur taille :

$$p_c = \frac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} \text{ et } q_c = 1 - p_c$$

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grands échantillons : $n_1 \geqslant 30$ et $n_2 \geqslant 30$	$n_1\hat{p_1} \geqslant 5$ et $n_1\hat{q_1} \geqslant 5$ $n_2\hat{p_2} \geqslant 5$ et $n_2\hat{q_2} \geqslant 5$	$T = \dfrac{\lvert\hat{p_1} - \hat{p_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{p_c q_c}{n_1} + \dfrac{p_c q_c}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$

4. Test de comparaison des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$.

a. Les écart-types $\boldsymbol{\sigma_1}$ et $\boldsymbol{\sigma_2}$ sont connus :

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grands échantillons : $n_1 \geqslant 30$ et $n_2 \geqslant 30$	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
n_1 ou $n_2 < 30$	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**		

b. Les écart-types $\boldsymbol{\sigma_1}$ et $\boldsymbol{\sigma_2}$ sont inconnus :

Effectif	Ecart-types	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grands échantillons : $n_1 \geqslant 30$ et $n_2 \geqslant 30$	Aucune condition	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{S_{1c}^2}{n_1} + \dfrac{S_{2c}^2}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
n_1 ou $n_2 < 30$	σ_1 et σ_2 sont inconnus mais égaux	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{S_p^{\star}\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$
$n_1 = n_2 < 30$	σ_1 et σ_2 sont inconnus mais(☆) $\frac{1}{3} \leqslant \frac{S_{1c}^2}{S_{2c}^2} \leqslant 3$	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**		
n_1 ou $n_2 < 30$ $n_1 \neq n_2$	σ_1 et σ_2 sont inconnus et inégaux	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{S_{1c}^2}{n_1} + \dfrac{S_{2c}^2}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, k}$ où k est l'entier le plus proche de $\dfrac{\left(\dfrac{S_{1c}^2}{n_1} + \dfrac{S_{2c}^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{1}{n_1-1}\left(\dfrac{S_{1c}^2}{n_1}\right)^2 + \dfrac{1}{n_2-1}\left(\dfrac{S_{2c}^2}{n_2}\right)^2}$

(★) $S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1-1)S_{1c}^2 + (n_2-1)S_{2c}^2}{n_1+n_2-2}}$ est la racine carrée de la moyenne pondérée par leur degré de liberté des variances

(☆) $\dfrac{1}{3} \leqslant \dfrac{S_{1c}^2}{S_{2c}^2} \leqslant 3$ signifie que les variances estimées ne sont pas trop différentes (dans un rapport de 3).

Tests de comparaison d'une distribution à une distribution théorique.

Nous observons des effectifs $O_1, O_2, \ldots O_n$ sur un échantillon.

1 On émet l'hypothèse (H_0) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus $C_1, C_2, \ldots, C_n$:

Ces effectifs calculés, les C_i, ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

3 A partir de ces données calculées (C_i) et observées (O_i) on calcule la quantité suivante :

$$T = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

Si l'hypothèse (H_0) est vraie alors T suit une loi du χ^2 de degré de liberté :

$$\text{ddl} = \begin{pmatrix} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{pmatrix} - 1 - \begin{pmatrix} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{pmatrix}^*$$

4 La règle de décision est la suivante : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \; T \leqslant \chi^2_{\alpha,\,\text{ddl}} \\ H_1 : \; T > \chi^2_{\alpha,\,\text{ddl}} \end{array} \right.$

$(^*)$ *Généralement la moyenne ou l'écart-type quand ils sont inconnus.*

Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.

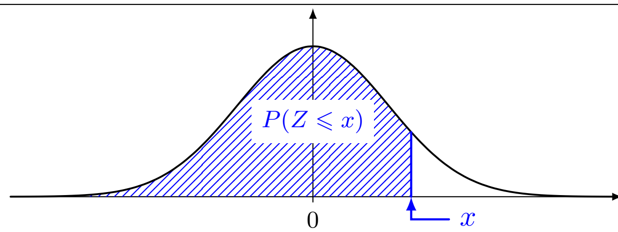
L'équation réduite de la droite de régression linéaire par la méthode des moindres carrés est :

$$y = ax + b \text{ où } a = \frac{cov(x,y)}{V(x)} \text{ et } b = \overline{y} - a\overline{x}$$

Le coefficient de corrélation est : $\rho = \dfrac{cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$

Tables de statistiques.

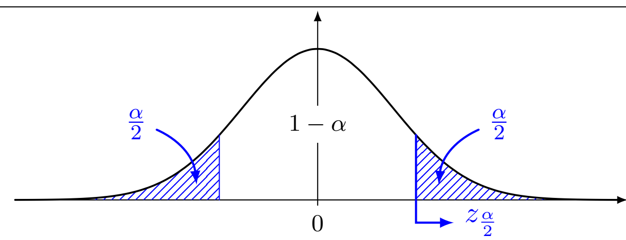
Table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964

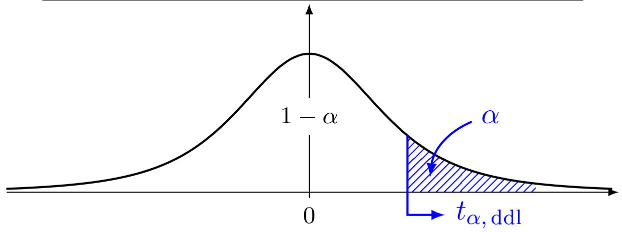
x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$



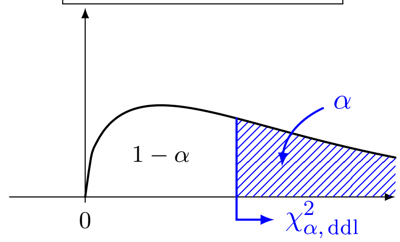
α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

Table de la loi de Student $\mathcal{T}(\text{ddl})$



ddl \ α	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40
1	63,657	31,821	12,706	6,314	3,078	1,376	1,000	0,727	0,325
2	9,925	6,965	4,303	2,920	1,886	1,061	0,816	0,617	0,289
3	5,841	4,541	3,182	2,353	1,638	0,978	0,765	0,584	0,277
4	4,604	3,747	2,776	2,132	1,533	0,941	0,741	0,569	0,271
5	4,032	3,365	2,571	2,015	1,476	0,920	0,727	0,559	0,267
6	3,707	3,143	2,447	1,943	1,440	0,906	0,718	0,553	0,265
7	3,499	2,998	2,365	1,895	1,415	0,896	0,711	0,549	0,263
8	3,355	2,896	2,306	1,860	1,397	0,889	0,706	0,546	0,262
9	3,250	2,821	2,262	1,833	1,383	0,883	0,703	0,543	0,261
10	3,169	2,764	2,228	1,812	1,372	0,879	0,700	0,542	0,260
11	3,106	2,718	2,201	1,796	1,363	0,876	0,697	0,540	0,260
12	3,055	2,681	2,179	1,782	1,356	0,873	0,695	0,539	0,259
13	3,012	2,650	2,160	1,771	1,350	0,870	0,694	0,538	0,259
14	2,977	2,624	2,145	1,761	1,345	0,868	0,692	0,537	0,258
15	2,947	2,602	2,131	1,753	1,341	0,866	0,691	0,536	0,258
16	2,921	2,583	2,120	1,746	1,337	0,865	0,690	0,535	0,258
17	2,898	2,567	2,110	1,740	1,333	0,863	0,689	0,534	0,257
18	2,878	2,552	2,101	1,734	1,330	0,862	0,688	0,534	0,257
19	2,861	2,539	2,093	1,729	1,328	0,861	0,688	0,533	0,257
20	2,845	2,528	2,086	1,725	1,325	0,860	0,687	0,533	0,257
21	2,831	2,518	2,080	1,721	1,323	0,859	0,686	0,532	0,257
22	2,819	2,508	2,074	1,717	1,321	0,858	0,686	0,532	0,256
23	2,807	2,500	2,069	1,714	1,319	0,858	0,685	0,532	0,256
24	2,797	2,492	2,064	1,711	1,318	0,857	0,685	0,531	0,256
25	2,787	2,485	2,060	1,708	1,316	0,856	0,684	0,531	0,256
26	2,779	2,479	2,056	1,706	1,315	0,856	0,684	0,531	0,256
27	2,771	2,473	2,052	1,703	1,314	0,855	0,684	0,531	0,256
28	2,763	2,467	2,048	1,701	1,313	0,855	0,683	0,530	0,256
29	2,756	2,462	2,045	1,699	1,311	0,854	0,683	0,530	0,256

Table du χ^2(ddl)



ddl \ α	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,750	0,900	0,950	0,990	0,995
1	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706	1,323	0,1015	0,01579	0,003932	0,000157	0,000039
2	10,60	9,210	7,378	5,991	4,605	2,773	0,5754	0,2107	0,1026	0,02010	0,01003
3	12,84	11,34	9,348	7,815	6,251	4,108	1,213	0,5844	0,3518	0,1148	0,07172
4	14,86	13,28	11,14	9,488	7,779	5,385	1,923	1,064	0,7107	0,2971	0,2070
5	16,75	15,09	12,83	11,07	9,236	6,626	2,675	1,610	1,145	0,5543	0,4117
6	18,55	16,81	14,45	12,59	10,64	7,841	3,455	2,204	1,635	0,8721	0,6757
7	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	9,037	4,255	2,833	2,167	1,239	0,9893
8	21,95	20,09	17,53	15,51	13,36	10,22	5,071	3,490	2,733	1,646	1,344
9	23,59	21,67	19,02	16,92	14,68	11,39	5,899	4,168	3,325	2,088	1,735
10	25,19	23,21	20,48	18,31	15,99	12,55	6,737	4,865	3,940	2,558	2,156
11	26,76	24,72	21,92	19,68	17,28	13,70	7,584	5,578	4,575	3,053	2,603
12	28,30	26,22	23,34	21,03	18,55	14,85	8,438	6,304	5,226	3,571	3,074
13	29,82	27,69	24,74	22,36	19,81	15,98	9,299	7,042	5,892	4,107	3,565
14	31,32	29,14	26,12	23,68	21,06	17,12	10,17	7,790	6,571	4,660	4,075
15	32,80	30,58	27,49	25,00	22,31	18,25	11,04	8,547	7,261	5,229	4,601
16	34,27	32,00	28,85	26,30	23,54	19,37	11,91	9,312	7,962	5,812	5,142
17	35,72	33,41	30,19	27,59	24,77	20,49	12,79	10,09	8,672	6,408	5,697
18	37,16	34,81	31,53	28,87	25,99	21,60	13,68	10,86	9,390	7,015	6,265
19	38,58	36,19	32,85	30,14	27,20	22,72	14,56	11,65	10,12	7,633	6,844
20	40,00	37,57	34,17	31,41	28,41	23,83	15,45	12,44	10,85	8,260	7,434
21	41,40	38,93	35,48	32,67	29,62	24,93	16,34	13,24	11,59	8,897	8,034
22	42,80	40,29	36,78	33,92	30,81	26,04	17,24	14,04	12,34	9,542	8,643
23	44,18	41,64	38,08	35,17	32,01	27,14	18,14	14,85	13,09	10,20	9,260
24	45,56	42,98	39,36	36,42	33,20	28,24	19,04	15,66	13,85	10,86	9,886
25	46,93	44,31	40,65	37,65	34,38	29,34	19,94	16,47	14,61	11,52	10,52
26	48,29	45,64	41,92	38,89	35,56	30,43	20,84	17,29	15,38	12,20	11,16
27	49,64	46,96	43,19	40,11	36,74	31,53	21,75	18,11	16,15	12,88	11,81
28	50,99	48,28	44,46	41,34	37,92	32,62	22,66	18,94	16,93	13,56	12,46
29	52,34	49,59	45,72	42,56	39,09	33,71	23,57	19,77	17,71	14,26	13,12
30	53,67	50,89	46,98	43,77	40,26	34,80	24,48	20,60	18,49	14,95	13,79
31	55,00	52,19	48,23	44,99	41,42	35,89	25,39	21,43	19,28	15,66	14,46
32	56,33	53,49	49,48	46,19	42,58	36,97	26,30	22,27	20,07	16,36	15,13
33	57,65	54,78	50,73	47,40	43,75	38,06	27,22	23,11	20,87	17,07	15,82
34	58,96	56,06	51,97	48,60	44,90	39,14	28,14	23,95	21,66	17,79	16,50
35	60,27	57,34	53,20	49,80	46,06	40,22	29,05	24,80	22,47	18,51	17,19
36	61,58	58,62	54,44	51,00	47,21	41,30	29,97	25,64	23,27	19,23	17,89
37	62,88	59,89	55,67	52,19	48,36	42,38	30,89	26,49	24,07	19,96	18,59
38	64,18	61,16	56,90	53,38	49,51	43,46	31,81	27,34	24,88	20,69	19,29
39	65,48	62,43	58,12	54,57	50,66	44,54	32,74	28,20	25,70	21,43	20,00

ddl \ α	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,750	0,900	0,950	0,990	0,995
40	66,77	63,69	59,34	55,76	51,81	45,62	33,66	29,05	26,51	22,16	20,71
41	68,05	64,95	60,56	56,94	52,95	46,69	34,58	29,91	27,33	22,91	21,42
42	69,34	66,21	61,78	58,12	54,09	47,77	35,51	30,77	28,14	23,65	22,14
43	70,62	67,46	62,99	59,30	55,23	48,84	36,44	31,63	28,96	24,40	22,86
44	71,89	68,71	64,20	60,48	56,37	49,91	37,36	32,49	29,79	25,15	23,58
45	73,17	69,96	65,41	61,66	57,51	50,98	38,29	33,35	30,61	25,90	24,31
46	74,44	71,20	66,62	62,83	58,64	52,06	39,22	34,22	31,44	26,66	25,04
47	75,70	72,44	67,82	64,00	59,77	53,13	40,15	35,08	32,27	27,42	25,77
48	76,97	73,68	69,02	65,17	60,91	54,20	41,08	35,95	33,10	28,18	26,51
49	78,23	74,92	70,22	66,34	62,04	55,27	42,01	36,82	33,93	28,94	27,25
50	79,49	76,15	71,42	67,50	63,17	56,33	42,94	37,69	34,76	29,71	27,99
51	80,75	77,39	72,62	68,67	64,30	57,40	43,87	38,56	35,60	30,48	28,73
52	82,00	78,62	73,81	69,83	65,42	58,47	44,81	39,43	36,44	31,25	29,48
53	83,25	79,84	75,00	70,99	66,55	59,53	45,74	40,31	37,28	32,02	30,23
54	84,50	81,07	76,19	72,15	67,67	60,60	46,68	41,18	38,12	32,79	30,98
55	85,75	82,29	77,38	73,31	68,80	61,66	47,61	42,06	38,96	33,57	31,73
56	86,99	83,51	78,57	74,47	69,92	62,73	48,55	42,94	39,80	34,35	32,49
57	88,24	84,73	79,75	75,62	71,04	63,79	49,48	43,82	40,65	35,13	33,25
58	89,48	85,95	80,94	76,78	72,16	64,86	50,42	44,70	41,49	35,91	34,01
59	90,72	87,17	82,12	77,93	73,28	65,92	51,36	45,58	42,34	36,70	34,77
60	91,95	88,38	83,30	79,08	74,40	66,98	52,29	46,46	43,19	37,48	35,53
61	93,19	89,59	84,48	80,23	75,51	68,04	53,23	47,34	44,04	38,27	36,30
62	94,42	90,80	85,65	81,38	76,63	69,10	54,17	48,23	44,89	39,06	37,07
63	95,65	92,01	86,83	82,53	77,75	70,16	55,11	49,11	45,74	39,86	37,84
64	96,88	93,22	88,00	83,68	78,86	71,23	56,05	50,00	46,59	40,65	38,61
65	98,11	94,42	89,18	84,82	79,97	72,28	56,99	50,88	47,45	41,44	39,38
66	99,33	95,63	90,35	85,96	81,09	73,34	57,93	51,77	48,31	42,24	40,16
67	100,6	96,83	91,52	87,11	82,20	74,40	58,87	52,66	49,16	43,04	40,94
68	101,8	98,03	92,69	88,25	83,31	75,46	59,81	53,55	50,02	43,84	41,71
69	103,0	99,23	93,86	89,39	84,42	76,52	60,76	54,44	50,88	44,64	42,49
70	104,2	100,4	95,02	90,53	85,53	77,58	61,70	55,33	51,74	45,44	43,28
71	105,4	101,6	96,19	91,67	86,64	78,63	62,64	56,22	52,60	46,25	44,06
72	106,6	102,8	97,35	92,81	87,74	79,69	63,58	57,11	53,46	47,05	44,84
73	107,9	104,0	98,52	93,95	88,85	80,75	64,53	58,01	54,33	47,86	45,63
74	109,1	105,2	99,68	95,08	89,96	81,80	65,47	58,90	55,19	48,67	46,42
75	110,3	106,4	100,8	96,22	91,06	82,86	66,42	59,79	56,05	49,48	47,21
76	111,5	107,6	102,0	97,35	92,17	83,91	67,36	60,69	56,92	50,29	48,00
77	112,7	108,8	103,2	98,48	93,27	84,97	68,31	61,59	57,79	51,10	48,79
78	113,9	110,0	104,3	99,62	94,37	86,02	69,25	62,48	58,65	51,91	49,58
79	115,1	111,1	105,5	100,7	95,48	87,08	70,20	63,38	59,52	52,72	50,38
80	116,3	112,3	106,6	101,9	96,58	88,13	71,14	64,28	60,39	53,54	51,17
81	117,5	113,5	107,8	103,0	97,68	89,18	72,09	65,18	61,26	54,36	51,97
82	118,7	114,7	108,9	104,1	98,78	90,24	73,04	66,08	62,13	55,17	52,77
83	119,9	115,9	110,1	105,3	99,88	91,29	73,99	66,98	63,00	55,99	53,57
84	121,1	117,1	111,2	106,4	101,0	92,34	74,93	67,88	63,88	56,81	54,37
85	122,3	118,2	112,4	107,5	102,1	93,39	75,88	68,78	64,75	57,63	55,17
86	123,5	119,4	113,5	108,6	103,2	94,45	76,83	69,68	65,62	58,46	55,97

ddl \ α	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,750	0,900	0,950	0,990	0,995
87	124,7	120,6	114,7	109,8	104,3	95,50	77,78	70,58	66,50	59,28	56,78
88	125,9	121,8	115,8	110,9	105,4	96,55	78,73	71,48	67,37	60,10	57,58
89	127,1	122,9	117,0	112,0	106,5	97,60	79,68	72,39	68,25	60,93	58,39
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,65	80,62	73,29	69,13	61,75	59,20
91	129,5	125,3	119,3	114,3	108,7	99,70	81,57	74,20	70,00	62,58	60,00
92	130,7	126,5	120,4	115,4	109,8	100,8	82,52	75,10	70,88	63,41	60,81
93	131,9	127,6	121,6	116,5	110,9	101,8	83,47	76,01	71,76	64,24	61,63
94	133,1	128,8	122,7	117,6	111,9	102,8	84,42	76,91	72,64	65,07	62,44
95	134,2	130,0	123,9	118,8	113,0	103,9	85,38	77,82	73,52	65,90	63,25
96	135,4	131,1	125,0	119,9	114,1	104,9	86,33	78,73	74,40	66,73	64,06
97	136,6	132,3	126,1	121,0	115,2	106,0	87,28	79,63	75,28	67,56	64,88
98	137,8	133,5	127,3	122,1	116,3	107,0	88,23	80,54	76,16	68,40	65,69
99	139,0	134,6	128,4	123,2	117,4	108,1	89,18	81,45	77,05	69,23	66,51