



### Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

•  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) =$



#### Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) =$$



## Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$



#### Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

a.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t)$  (linéarité)

b.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s - 2}\right) =$



#### Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \text{ (linéarité)}$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s-2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) =$$



#### Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s - 2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s - 2}\right) = 4e^{2t}$$



#### Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

a.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t)$  (linéarité)

b.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s - 2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s - 2}\right) = 4e^{2t}$

c.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4}\right) =$



## Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s-2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) = 4e^{2t}$$

$$c. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3!}{s^4}\right)$$



## Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s-2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) = 4e^{2t}$$

$$c. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3!}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}t^3 =$$



#### Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s-2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) = 4e^{2t}$$

$$c. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3!}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}t^3 = \frac{t^3}{6}$$



## Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s-2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) = 4e^{2t}$$

$$c. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3!}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}t^3 = \frac{t^3}{6}$$

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) =$$



## Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s-2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) = 4e^{2t}$$

$$c. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3!}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}t^3 = \frac{t^3}{6}$$

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) =$$



## Méthode

Pour inverser une transformée de Laplace, on procède à une lecture inversée des transformées usuelles en utilisant les propriétés ci-dessus.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$a. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 + 9}\right) = \frac{1}{3}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 3^2}\right) = \frac{1}{3}\sin(3t) \quad (\text{linéarité})$$

$$b. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s-2}\right) = 4\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) = 4e^{2t}$$

$$c. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3!}{s^4}\right) = \frac{1}{3!}t^3 = \frac{t^3}{6}$$

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

d.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$

e.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) =$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{d. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$\text{e. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

d.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$

e.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$

f.  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) =$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

$$g. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 3}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

$$g. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{s^2 - (\sqrt{3})^2}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

$$g. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{s^2 - (\sqrt{3})^2}\right) = \frac{\text{sh}(\sqrt{3}t)}{\sqrt{3}}$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

$$g. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{s^2 - (\sqrt{3})^2}\right) = \frac{\text{sh}(\sqrt{3}t)}{\sqrt{3}}$$

$$h. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

$$g. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{s^2 - (\sqrt{3})^2}\right) = \frac{\text{sh}(\sqrt{3}t)}{\sqrt{3}}$$

$$h. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

$$g. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{s^2 - (\sqrt{3})^2}\right) = \frac{\text{sh}(\sqrt{3}t)}{\sqrt{3}}$$

$$h. \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$d. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + (\sqrt{2})^2}\right) = \cos(\sqrt{2}t)$$

$$e. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s}\right) = 3$$

$$f. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{6s}{s^2 - 16}\right) = 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 - 4^2}\right) = 6\text{ch}(4t)$$

$$g. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{s^2 - (\sqrt{3})^2}\right) = \frac{\text{sh}(\sqrt{3}t)}{\sqrt{3}}$$

$$h. \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{i. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) =$$

### III. Transformée inverse de Laplace.

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{i. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) =$$

**Exercice n°1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{a. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\text{b. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\text{c. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) =$$

**Exercice n°1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) =$$

**Exercice n°1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3\sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\textcircled{a} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\textcircled{b} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\textcircled{c} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3 \sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\textcircled{d} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3\sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) = \frac{5}{\sqrt{5}}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{s^2-(\sqrt{5})^2}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3 \sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) = \frac{5}{\sqrt{5}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{s^2-(\sqrt{5})^2}\right) = \sqrt{5} \operatorname{sh}(\sqrt{5}t)$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{a. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\text{b. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\text{c. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3 \sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\text{d. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) = \frac{5}{\sqrt{5}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{s^2-(\sqrt{5})^2}\right) = \sqrt{5} \operatorname{sh}(\sqrt{5}t)$$

$$\text{e. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\textcircled{a} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\textcircled{b} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\textcircled{c} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3 \sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\textcircled{d} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) = \frac{5}{\sqrt{5}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{s^2-(\sqrt{5})^2}\right) = \sqrt{5} \operatorname{sh}(\sqrt{5}t)$$

$$\textcircled{e} \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2}\right) = 3\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right) = 3t$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{h. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\text{i. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\text{j. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3 \sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\text{k. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) = \frac{5}{\sqrt{5}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{s^2-(\sqrt{5})^2}\right) = \sqrt{5} \operatorname{sh}(\sqrt{5}t)$$

$$\text{l. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2}\right) = 3\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right) = 3t$$

$$\text{n. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2s}{s^2+4}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{h. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\text{i. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\text{j. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3 \sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\text{k. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) = \frac{5}{\sqrt{5}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{s^2-(\sqrt{5})^2}\right) = \sqrt{5} \operatorname{sh}(\sqrt{5}t)$$

$$\text{l. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2}\right) = 3\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right) = 3t$$

$$\text{m. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2s}{s^2+4}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2+2^2}\right) =$$

**Exercice n° 1** : Trouve chacune des transformées inverses de Laplace suivantes :

$$\text{h. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^3}\right) = \frac{5}{2!} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2!}{s^3}\right) = \frac{5t^2}{2!} = \frac{5t^2}{2}$$

$$\text{i. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+1}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-(-1)}\right) = 2e^{-t}$$

$$\text{j. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2+7}\right) = \frac{3}{\sqrt{7}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}}{s^2+(\sqrt{7})^2}\right) = \frac{3 \sin(\sqrt{7}t)}{\sqrt{7}}$$

$$\text{k. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{5}{s^2-5}\right) = \frac{5}{\sqrt{5}} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{s^2-(\sqrt{5})^2}\right) = \sqrt{5} \operatorname{sh}(\sqrt{5}t)$$

$$\text{l. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3}{s^2}\right) = 3\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right) = 3t$$

$$\text{m. } \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2s}{s^2+4}\right) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2+2^2}\right) = 2 \cos(2t)$$

## 1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$

## 1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s^2}$	

1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>
$\frac{1}{s^n}, n \in \mathbb{N}^*$	

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s^2}$	<b>t</b>

1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$	$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>	$\frac{1}{s^2}$	<b><math>t</math></b>
$\frac{1}{s^n}, n \in \mathbb{N}^*$	<b><math>\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}</math></b>	$\frac{1}{s-a}$	

1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$	$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>	$\frac{1}{s^2}$	<b><math>t</math></b>
$\frac{1}{s^n}, n \in \mathbb{N}^*$	<b><math>\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}</math></b>	$\frac{1}{s-a}$	<b><math>e^{at}</math></b>
$\frac{1}{s^2 + a^2}$			

## 1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$	$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>	$\frac{1}{s^2}$	<b><math>t</math></b>
$\frac{1}{s^n}, n \in \mathbb{N}^*$	<b><math>\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}</math></b>	$\frac{1}{s-a}$	<b><math>e^{at}</math></b>
$\frac{1}{s^2 + a^2}$	<b><math>\frac{\sin(at)}{a}</math></b>	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	

## 1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$	$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>	$\frac{1}{s^2}$	<b><math>t</math></b>
$\frac{1}{s^n}, n \in \mathbb{N}^*$	<b><math>\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}</math></b>	$\frac{1}{s-a}$	<b><math>e^{at}</math></b>
$\frac{1}{s^2 + a^2}$	<b><math>\frac{\sin(at)}{a}</math></b>	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	<b><math>\cos(at)</math></b>
$\frac{1}{s^2 - a^2}$			

## 1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$	$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>	$\frac{1}{s^2}$	<b><math>t</math></b>
$\frac{1}{s^n}, n \in \mathbb{N}^*$	<b><math>\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}</math></b>	$\frac{1}{s-a}$	<b><math>e^{at}</math></b>
$\frac{1}{s^2 + a^2}$	<b><math>\frac{\sin(at)}{a}</math></b>	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	<b><math>\cos(at)</math></b>
$\frac{1}{s^2 - a^2}$	<b><math>\frac{\text{sh}(at)}{a}</math></b>	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	

## 1. Tableau des transformées inverses de Laplace

$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$	$f(s)$	$\mathcal{L}^{-1}[f(s)]$
$\frac{1}{s}$	<b>1</b>	$\frac{1}{s^2}$	<b><math>t</math></b>
$\frac{1}{s^n}, n \in \mathbb{N}^*$	<b><math>\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}</math></b>	$\frac{1}{s-a}$	<b><math>e^{at}</math></b>
$\frac{1}{s^2+a^2}$	<b><math>\frac{\sin(at)}{a}</math></b>	$\frac{s}{s^2+a^2}$	<b><math>\cos(at)</math></b>
$\frac{1}{s^2-a^2}$	<b><math>\frac{\text{sh}(at)}{a}</math></b>	$\frac{s}{s^2-a^2}$	<b><math>\text{ch}(at)</math></b>

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$=$$

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} \right]$$

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} \right]$$

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$
$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} \right]$$

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\ = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\ = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} \right] \end{aligned}$$

**Exercice n° 2 : Trouve**

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\ = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\ = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \dots \times \frac{s}{s^2 + 3^2} \right] \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\ = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\ = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} \right] \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + \dots \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right]$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$(a) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + 6 \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right]$$

$$= 5t +$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + 6 \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= 5t + 4 \times \frac{t^{3-1}}{(3-1)!}
 \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \mathbf{2} \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + \mathbf{6} \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= 5t + 4 \times \frac{t^{3-1}}{(3-1)!} - \mathbf{2} \cos(3t) +
 \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + 6 \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= 5t + 4 \times \frac{t^{3-1}}{(3-1)!} - 2 \cos(3t) + 6 \sin(3t) +
 \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + 6 \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= 5t + 4 \times \frac{t^{3-1}}{(3-1)!} - 2 \cos(3t) + 6 \sin(3t) + 24 \times \frac{t^3}{3!}
 \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + 6 \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= 5t + 4 \times \frac{t^{3-1}}{(3-1)!} - 2 \cos(3t) + 6 \sin(3t) + 24 \times \frac{t^3}{3!} \\
 &= 5t +
 \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \mathbf{2} \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + \mathbf{6} \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= 5t + 4 \times \frac{t^{3-1}}{(3-1)!} - \mathbf{2} \cos(3t) + \mathbf{6} \sin(3t) + 24 \times \frac{t^3}{3!} \\
 &= 5t + 2t^2 - 2 \cos(3t) + 6 \sin(3t) +
 \end{aligned}$$

## Exercice n° 2 : Trouve

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{2s}{s^2 + 9} + \frac{18}{s^2 + 9} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - 2 \times \frac{s}{s^2 + 3^2} + 6 \times \frac{3}{s^2 + 3^2} + \frac{24}{s^4} \right] \\
 &= 5t + 4 \times \frac{t^{3-1}}{(3-1)!} - 2 \cos(3t) + 6 \sin(3t) + 24 \times \frac{t^3}{3!} \\
 &= 5t + 2t^2 - 2 \cos(3t) + 6 \sin(3t) + 4t^3
 \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\dots}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right]$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right] \\ &= \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2-16/9} \right] + \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-16/9} \right] \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2-16/9} \right] + \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-16/9} \right] \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2-16/9} \right] + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-16/9} \right] \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2-16/9} \right] + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-16/9} \right] \\ &= \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2-16/9} \right] + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-16/9} \right] \\ &= \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4/3}{s^2-(4/3)^2} \right] + \frac{4}{9} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-(4/3)^2} \right] \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2-16/9} \right] + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-16/9} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4/3}{s^2-(4/3)^2} \right] + \frac{4}{9} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-(4/3)^2} \right] \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{3}}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{9s^2-16} \right] + \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s}{9s^2-16} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2-16/9} \right] + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-16/9} \right] \\ &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4/3}{s^2-(4/3)^2} \right] + \frac{4}{9} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2-(4/3)^2} \right] \\ &= \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right) \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] = \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right]$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] = \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right]$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] = \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right]$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] &= \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right] \\ &= \dots \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3/4}{s^2+(3/4)^2} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+(3/4)^2} \right] \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] &= \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right] \\ &= \frac{2}{3} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3/4}{s^2+(3/4)^2} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+(3/4)^2} \right] \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] &= \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right] \\ &= \frac{2}{3} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3/4}{s^2+(3/4)^2} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+(3/4)^2} \right] \\ &= \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] &= \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right] \\ &= \frac{2}{3} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3/4}{s^2+(3/4)^2} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+(3/4)^2} \right] \\ &= \frac{2}{3} \sin \left( \frac{3t}{4} \right) - \frac{3}{8} \cos \left( \frac{3t}{4} \right) \end{aligned}$$

$$(b) \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} - \frac{3+4s}{9s^2-16} + \frac{8-6s}{16s^2+9} \right]$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{6}{2s-3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3}{s-3/2} \right] = 3e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3+4s}{9s^2-16} \right] = \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{8-6s}{16s^2+9} \right] &= \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^2+9/16} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+9/16} \right] \\ &= \frac{2}{3} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3/4}{s^2+(3/4)^2} \right] - \frac{3}{8} \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2+(3/4)^2} \right] \\ &= \frac{2}{3} \sin \left( \frac{3t}{4} \right) - \frac{3}{8} \cos \left( \frac{3t}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi, } \mathcal{L}^{-1}[\dots] = 3e^{\frac{3}{2}t} - \frac{1}{4} \operatorname{sh} \left( \frac{4t}{3} \right) - \frac{4}{9} \operatorname{ch} \left( \frac{4t}{3} \right) + \frac{2}{3} \sin \left( \frac{3t}{4} \right) - \frac{3}{8} \cos \left( \frac{3t}{4} \right)$$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] =$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!},$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s - 5)^3}\right] =$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s - 5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s - 5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s + 2)^2}\right] = \dots\dots\dots$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \dots\dots\dots$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$
- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = \dots\dots\dots$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$
- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t}$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t}$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] =$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t}$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t)$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$
- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t}$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$
- $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t)$ , et donc :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] =$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t}$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t)$ , et donc :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t}\cos(4t)$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}$ , et d'après la formule d'amortissement :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t}$  car  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t)$ , et donc :  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t} \cos(4t)$

•  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6s-4}{s^2-4s+20}\right] =$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}, \text{ et d'après la formule d'amortissement : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t} \text{ car } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t), \text{ et donc : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t} \cos(4t)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6s-4}{s^2-4s+20}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6(s-2)+8}{(s-2)^2+16}\right] \\ &= \dots \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] + \end{aligned}$$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}, \text{ et d'après la formule d'amortissement : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t} \text{ car } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t), \text{ et donc : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t} \cos(4t)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6s-4}{s^2-4s+20}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6(s-2)+8}{(s-2)^2+16}\right] \\ &= 6\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] + \end{aligned}$$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}, \text{ et d'après la formule d'amortissement : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t} \text{ car } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t), \text{ et donc : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t} \cos(4t)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6s-4}{s^2-4s+20}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6(s-2)+8}{(s-2)^2+16}\right] \\ &= 6\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] + \dots \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\dots}{(s-2)^2+4^2}\right] \end{aligned}$$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}, \text{ et d'après la formule d'amortissement : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t} \text{ car } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t), \text{ et donc : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t} \cos(4t)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6s-4}{s^2-4s+20}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6(s-2)+8}{(s-2)^2+16}\right] \\ &= 6\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] + 2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{(s-2)^2+4^2}\right] \end{aligned}$$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}, \text{ et d'après la formule d'amortissement : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t} \text{ car } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t), \text{ et donc : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t} \cos(4t)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6s-4}{s^2-4s+20}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6(s-2)+8}{(s-2)^2+16}\right] \\ &= 6\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] + 2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{(s-2)^2+4^2}\right] \\ &= 6e^{2t} \cos(4t) + 2e^{2t} \sin(4t) = \end{aligned}$$

## 2. Amortissement inversé.



### Transformée inverse d'amortissement

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

Exemple n° 6 :

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3}\right] = \frac{t^2}{2!}, \text{ et d'après la formule d'amortissement : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s-5)^3}\right] = \frac{1}{2}e^{5t}t^2$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-3}{(s+2)^2}\right] = -3te^{-2t} \text{ car } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{t^1}{1!}$$

$$\bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2}\right] = \cos(4t), \text{ et donc : } \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] = e^{2t} \cos(4t)$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6s-4}{s^2-4s+20}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{6(s-2)+8}{(s-2)^2+16}\right] \\ &= 6\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(s-2)}{(s-2)^2+4^2}\right] + 2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{(s-2)^2+4^2}\right] \\ &= 6e^{2t} \cos(4t) + 2e^{2t} \sin(4t) = 2e^{2t} [3 \cos(4t) + \sin(4t)] \end{aligned}$$

**Exercice n° 3 :** Calcule

$$\bullet \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] =$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4s+12}{s^2+8s+16}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4(s+4)-4}{(s+4)^2}\right]$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right]$$

=

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}\bullet \quad \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4s+12}{s^2+8s+16}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4(s+4)-4}{(s+4)^2}\right] \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{s+4}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{(s+4)^2}\right]\end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned} \bullet \quad \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4s+12}{s^2+8s+16}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4(s+4)-4}{(s+4)^2}\right] \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{s+4}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{(s+4)^2}\right] \\ &= \end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}\bullet \quad \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4s+12}{s^2+8s+16}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4(s+4)-4}{(s+4)^2}\right] \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{s+4}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{(s+4)^2}\right] \\ &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t}\end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}\bullet \quad \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4s+12}{s^2+8s+16}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4(s+4)-4}{(s+4)^2}\right] \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{s+4}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{4}{(s+4)^2}\right] \\ &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1-t)\end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned} \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\ &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t) \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] =$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t)
 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3(s - 1) + 10}{(s - 1)^2 - 4} \right]$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3(s - 1) + 10}{(s - 1)^2 - 4} \right] \\
 &=
 \end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3(s - 1) + 10}{(s - 1)^2 - 4} \right] \\
 &= 3\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{(s - 1)}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] + 5\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{2}{(s - 1)^2 - 2^2} \right]
 \end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3(s - 1) + 10}{(s - 1)^2 - 4} \right] \\
 &= 3\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{(s - 1)}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] + 5\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{2}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] \\
 &=
 \end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3(s - 1) + 10}{(s - 1)^2 - 4} \right] \\
 &= 3\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{(s - 1)}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] + 5\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{2}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] \\
 &= 3e^t \operatorname{ch}(2t) + 5e^t \operatorname{sh}(2t)
 \end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3(s - 1) + 10}{(s - 1)^2 - 4} \right] \\
 &= 3\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{(s - 1)}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] + 5\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{2}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] \\
 &= 3e^t \operatorname{ch}(2t) + 5e^t \operatorname{sh}(2t) \\
 &=
 \end{aligned}$$

**Exercice n° 3** : Calcule

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4(s + 4) - 4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{s + 4} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{4}{(s + 4)^2} \right] \\
 &= 4e^{-4t} - 4te^{-4t} = 4e^{-4t}(1 - t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{3(s - 1) + 10}{(s - 1)^2 - 4} \right] \\
 &= 3\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{(s - 1)}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] + 5\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{2}{(s - 1)^2 - 2^2} \right] \\
 &= 3e^t \operatorname{ch}(2t) + 5e^t \operatorname{sh}(2t) \\
 &= \left[ 3\operatorname{ch}(2t) + 5\operatorname{sh}(2t) \right] e^t
 \end{aligned}$$

### 1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

### 1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) =$

### 1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$

### 1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$

## 1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

## 1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] = \frac{1}{s-1}$$

## 1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \end{aligned}$$

1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

On décompose en éléments simples :  $\frac{s}{(s-1)(s+1)} =$

1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

On décompose en éléments simples :  $\frac{s}{(s-1)(s+1)} = \frac{\dots}{s-1} + \frac{\dots}{s+1}$

1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

On décompose en éléments simples :  $\frac{s}{(s-1)(s+1)} = \frac{1/2}{s-1} + \frac{\dots}{s+1}$

1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

On décompose en éléments simples :  $\frac{s}{(s-1)(s+1)} = \frac{1/2}{s-1} + \frac{1/2}{s+1}$

1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

On décompose en éléments simples :  $\frac{s}{(s-1)(s+1)} = \frac{1/2}{s-1} + \frac{1/2}{s+1}$

Il s'en suit que  $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1/2}{s-1} + \frac{1/2}{s+1}\right] =$

1. Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a  $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$  et  $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$  donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

On décompose en éléments simples :  $\frac{s}{(s-1)(s+1)} = \frac{1/2}{s-1} + \frac{1/2}{s+1}$

Il s'en suit que  $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1/2}{s-1} + \frac{1/2}{s+1}\right] = \frac{1}{2}e^t + \frac{1}{2}e^{-t}$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

On a :  $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}[y'](s) = \end{array} \right.$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

On a :  $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = \end{array} \right.$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

On a :  $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \end{array} \right.$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = \end{cases}$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = \end{cases}$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \end{cases}$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \end{cases}$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2)$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2) + 2\mathcal{L}[y](s) =$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2) + 2\mathcal{L}[y](s) = \frac{1}{s-3}$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2) + 2\mathcal{L}[y](s) = \frac{1}{s-3}$$

En posant :  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , l'équation devient :

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2) + 2\mathcal{L}[y](s) = \frac{1}{s-3}$$

En posant :  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , l'équation devient :

$$s^2Y(s) - 2s - 1$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2) + 2\mathcal{L}[y](s) = \frac{1}{s-3}$$

En posant :  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , l'équation devient :

$$s^2Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2)$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2) + 2\mathcal{L}[y](s) = \frac{1}{s-3}$$

En posant :  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , l'équation devient :

$$s^2Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) =$$

## 2. Equations différentielles linéaires d'ordre 2

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

$$\text{On a : } \begin{cases} \mathcal{L}[y'](s) = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 2 \\ \mathcal{L}[y''](s) = s^2\mathcal{L}[y](s) - sy(0) - y'(0) = s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 \\ \mathcal{L}[e^{3t}](s) = \frac{1}{s-3} \end{cases}$$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2\mathcal{L}[y](s) - 2s - 1 - 3(s\mathcal{L}[y](s) - 2) + 2\mathcal{L}[y](s) = \frac{1}{s-3}$$

En posant :  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , l'équation devient :

$$s^2Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(\dots\dots\dots) Y(s) \dots\dots\dots = \frac{1}{s - 3}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) \dots \dots \dots = \frac{1}{s - 3}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$Y(s) =$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} +$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)}$$

=

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} \\ &= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} \end{aligned}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines :}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s - 1)(s - 2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s - 3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s - 3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s - 3)(s - 1)(s - 2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s - 1} +$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s-3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s-1)(s-2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} +$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s-3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s-1)(s-2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s-3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s-1)(s-2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3}$$

Il s'en suit que  $y(t) =$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s-3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s-1)(s-2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3}$$

$$\text{Il s'en suit que } y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3} \right] (t) =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s-3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } 1 \text{ et } 2, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s-1)(s-2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3}$$

$$\text{Il s'en suit que } y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3} \right] (t) = \frac{7}{2} e^t$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s-3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{2}, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s-1)(s-2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3}$$

$$\text{Il s'en suit que } y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3} \right] (t) = \frac{7}{2}e^t - 2e^{2t} +$$

## IV. Application aux équations différentielles.

Considérons l'Equation Différentielle  $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 1 \end{cases}$

La transformée de Laplace de l'ED est :

$$s^2 Y(s) - 2s - 1 - 3(sY(s) - 2) + 2Y(s) = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) - 2s + 5 = \frac{1}{s-3}$$

$$(s^2 - 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s-3} + 2s - 5$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} + \frac{2s - 5}{(s^2 - 3s + 2)} = \frac{1 + (2s - 5)(s - 3)}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)}$$

$$= \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s^2 - 3s + 2)} \text{ comme } s^2 - 3s + 2 \text{ a deux racines : } 1 \text{ et } 2, \text{ on a :}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 - 11s + 16}{(s-3)(s-1)(s-2)} \text{ dont la DES est : } Y(s) = \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3}$$

$$\text{Il s'en suit que } y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{7/2}{s-1} + \frac{-2}{s-2} + \frac{1/2}{s-3} \right] (t) = \frac{7}{2}e^t - 2e^{2t} + \frac{1}{2}e^{3t}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 4** : Résous l'équation différentielle linéaire du second ordre :

$$\begin{cases} y'' - 2y' - 8y = e^{4t} \\ y'(0) = 0 \text{ et } y(0) = 1 \end{cases}$$

**Exercice n° 5** : Résous l'équation différentielle linéaire du second ordre :

$$\begin{cases} y'' + 9y = \cos(2t) \\ y'(0) = c \text{ et } y(0) = 1 \end{cases}$$

**Exercice n° 6** : Résous l'équation différentielle linéaire du troisième ordre :

$$\begin{cases} y''' - y'' + 3y' + 5y = 0 \\ y''(0) = -9, y'(0) = -1 \text{ et } y(0) = 3 \end{cases}$$

Indication :  $s^3 - s^2 + 3s + 5$  s'annule en  $-1$ .

**Exercice n° 7** : Résous l'équation différentielle linéaire du troisième ordre :

$$\begin{cases} y''' - 3y'' + 3y' - y = t^2 e^t \\ y''(0) = -2, y'(0) = 0 \text{ et } y(0) = 1 \end{cases}$$

Indication :  $s^3 - 3s^2 + 3s - 1$  s'annule en  $1$ .

## 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

## 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (\quad)X + \dots Y = 8 \\ \dots X + (\quad)Y = 3 \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + \dots Y = 8 \\ \dots X + (\dots)Y = 3 \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s - 2)X + 3Y = 8 \\ \dots X + (\dots)Y = 3 \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s - 2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (\quad)Y = 3 \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s - 2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s - 1)Y = 3 \end{cases}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

- $X(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}}{(s+1)(s-\dots)} = \frac{\dots}{(s+1)(s-\dots)} = \frac{\dots}{s+1} + \frac{\dots}{s-\dots}$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n°7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8(s-1) - 9}{(s+1)(s-\dots)} = \frac{8s-11}{(s+1)(s-\dots)} = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s-\dots}$$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n°7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-\dots)} = \frac{8s-17}{s+1} + \frac{\dots}{s-\dots}$$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n°7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-\dots)} = \frac{\quad}{s+1} + \frac{\quad}{s-\dots}$$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n°7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{\quad}{s+1} + \frac{\quad}{s-\dots}$$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n°7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s-4}$$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n°7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{A}{s+1} + \frac{\quad}{s-4}$$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n°7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s+1$  :

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{8s-17}{s-4} = A + \frac{B(s+1)}{s-4}$

On évalue en

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{8s-17}{s-4} = A + \frac{B(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{8s-17}{s-4} = A + \frac{B(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = A$  donc  $A = 5$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{8s-17}{s-4} = A + \frac{B(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = A$  donc  $A = 5$ .

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s-4$  :

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{8s-17}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} + B$

On évalue en

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{8s-17}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} + B$

On évalue en 4 :

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{B}{s-4}$$

On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{8s-17}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} + B$

On évalue en 4 :  $\frac{15}{5} = A$  donc  $B =$

### 3. Systèmes différentielles

**Exemple n° 7** : On va résoudre  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = y(t) - 2x(t) \end{cases}$  où  $x(0) = 8$  et  $y(0) = 3$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$ , on a :  $\begin{cases} \mathcal{L}[x'](s) = sX(s) - x(0) = sX(s) - 8 \\ \mathcal{L}[y'](s) = sY(s) - y(0) = sY(s) - 3 \end{cases}$

Le système devient  $\begin{cases} sX - 8 = 2X - 3Y \\ sY - 3 = Y - 2X \end{cases}$  soit  $\begin{cases} (s-2)X + 3Y = 8 \\ 2X + (s-1)Y = 3 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{8s-17}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} + B$

On évalue en 4 :  $\frac{15}{5} = A$  donc  $B = 3$ .

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}}{s^2-3s-4} = \frac{\quad}{s+1} - \frac{\quad}{s-4}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{s^2-3s-4}{s^2-3s-4} = \frac{s^2-3s-4}{s^2-3s-4} = \frac{s+1}{s+1} - \frac{s-4}{s-4}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{3s-22}{s+1} - \frac{3s-22}{s-4}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{1}{s+1} - \frac{3}{s-4}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{C}{s+1} - \frac{1}{s-4}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{C}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{C}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

✎ On multiplie par  $s+1$  :

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{C}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{C}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{C}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C =$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

↗ On multiplie par  $s-4$  :

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

↗ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

↷ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

↷ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{D}{s-4}$$

➤ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

➤ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D =$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{2}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

↗ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D = 2$ .

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) + \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{2}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

↗ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D = 2$ .

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{s-4}\right](t) = \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{2}{s-4}$$

⚡ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

⚡ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D = 2$ .

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{s-4}\right](t) = 5e^{-t} + \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{2}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

↗ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D = 2$ .

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{s-4}\right](t) = 5e^{-t} + 3e^{4t} \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) - \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{2}{s-4}$$

↗ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

↗ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D = 2$ .

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{s-4}\right](t) = 5e^{-t} + 3e^{4t} \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s-4}\right](t) = \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{2}{s-4}$$

⚡ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

⚡ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D = 2$ .

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{s-4}\right](t) = 5e^{-t} + 3e^{4t} \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s-4}\right](t) = 5e^{-t} - 2e^{4t} \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & s-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{8s-17}{s^2-3s-4} = \frac{8s-17}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} + \frac{3}{s-4}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-2 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-2 & 3 \\ 2 & s-1 \end{vmatrix}} = \frac{3s-22}{s^2-3s-4} = \frac{3s-22}{(s+1)(s-4)} = \frac{5}{s+1} - \frac{2}{s-4}$$

⚡ On multiplie par  $s+1$  :  $\frac{3s-22}{s-4} = C - \frac{D(s+1)}{s-4}$

On évalue en  $-1$  :  $\frac{-25}{-5} = C$  donc  $C = 5$ .

⚡ On multiplie par  $s-4$  :  $\frac{3s-22}{s+1} = \frac{5(s-4)}{s+1} - D$

On évalue en  $4$  :  $\frac{-10}{5} = -D$  donc  $D = 2$ .

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{s-4}\right](t) = 5e^{-t} + 3e^{4t} \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right](t) - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s-4}\right](t) = 5e^{-t} - 2e^{4t} \end{cases}$$

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = \\ \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

$$\text{soit } \begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

- $X(s) =$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \dots \times \frac{7}{s^2+49}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{2s-7}{s^2+49} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{2s-7}{s^2+49} = 2 \times \frac{s}{s^2+49} - \frac{7}{s^2+49}$$

D'où  $\begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{2s-7}{s^2+49} = 2 \times \frac{s}{s^2+49} - \frac{7}{s^2+49}$$

D'où  $\begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \cos(7t) + \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n°8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{2s-7}{s^2+49} = 2 \times \frac{s}{s^2+49} - \frac{7}{s^2+49}$$

D'où  $\begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \cos(7t) + 3\sin(7t) \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{2s-7}{s^2+49} = 2 \times \frac{s}{s^2+49} - \frac{7}{s^2+49}$$

D'où  $\begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \cos(7t) + 3\sin(7t) \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = 2\cos(7t) - \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

**Exercice n° 8** : On considère le système différentiel  $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$ .

(a) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = 1$  et  $y(0) = 2$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  le système devient  $\begin{cases} sX - 1 = X + 10Y \\ sY - 2 = -5X - Y \end{cases}$

soit  $\begin{cases} (s-1)X - 10Y = 1 \\ 5X + (s+1)Y = 2 \end{cases}$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 2 & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{s+21}{s^2+49} = \frac{s}{s^2+49} + \frac{21}{7} \times \frac{7}{s^2+49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{2s-7}{s^2+49} = 2 \times \frac{s}{s^2+49} - \frac{7}{s^2+49}$$

D'où  $\begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \cos(7t) + 3\sin(7t) \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = 2\cos(7t) - \sin(7t) \end{cases}$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

•  $X(s) =$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a + 10b)}{s^2 + 49} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \dots \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \frac{a+10b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\bullet Y(s) =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \frac{a+10b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & a \\ 5 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \frac{a+10b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & a \\ 5 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{bs - (5a+b)}{s^2 + 49} =$$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \frac{a+10b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & a \\ 5 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{bs - (5a+b)}{s^2 + 49} = b \times \frac{s}{s^2 + 49} - \dots \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

## IV. Application aux équations différentielles.

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \frac{a+10b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & a \\ 5 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{bs - (5a+b)}{s^2 + 49} = b \times \frac{s}{s^2 + 49} - \frac{5a+b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = \end{cases}$$

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \frac{a+10b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & a \\ 5 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{bs - (5a+b)}{s^2 + 49} = b \times \frac{s}{s^2 + 49} - \frac{5a+b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = a \cos(7t) + \frac{1}{7}(a+10b) \sin(7t) \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = \end{cases}$$

(b) Résous ce système avec les conditions initiales  $x(0) = a$  et  $y(0) = b$ .

En posant  $X(s) = \mathcal{L}[x](s)$  et  $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$  on a 
$$\begin{cases} (s-1)X - 10Y = a \\ 5X + (s+1)Y = b \end{cases}$$

$$\bullet X(s) = \frac{\begin{vmatrix} a & -10 \\ b & s+1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{as + (a+10b)}{s^2 + 49} = a \times \frac{s}{s^2 + 49} + \frac{a+10b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\bullet Y(s) = \frac{\begin{vmatrix} s-1 & a \\ 5 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-1 & -10 \\ 5 & s+1 \end{vmatrix}} = \frac{bs - (5a+b)}{s^2 + 49} = b \times \frac{s}{s^2 + 49} - \frac{5a+b}{7} \times \frac{7}{s^2 + 49}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)](t) = a \cos(7t) + \frac{1}{7}(a+10b) \sin(7t) \\ y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)](t) = b \cos(7t) - \frac{1}{7}(5a+b) \sin(7t) \end{cases}$$

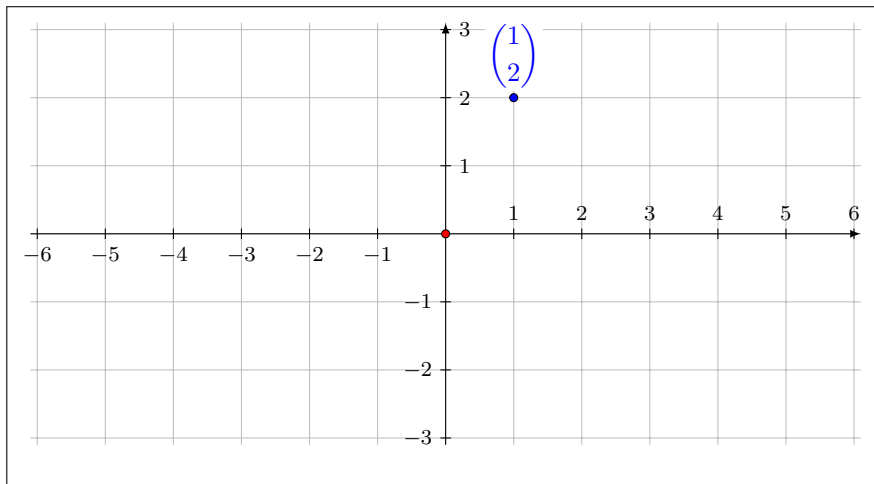
## IV. Application aux équations différentielles.

(c) Pourquoi deux courbes solutions qui se touchent sont confondues?

## IV. Application aux équations différentielles.

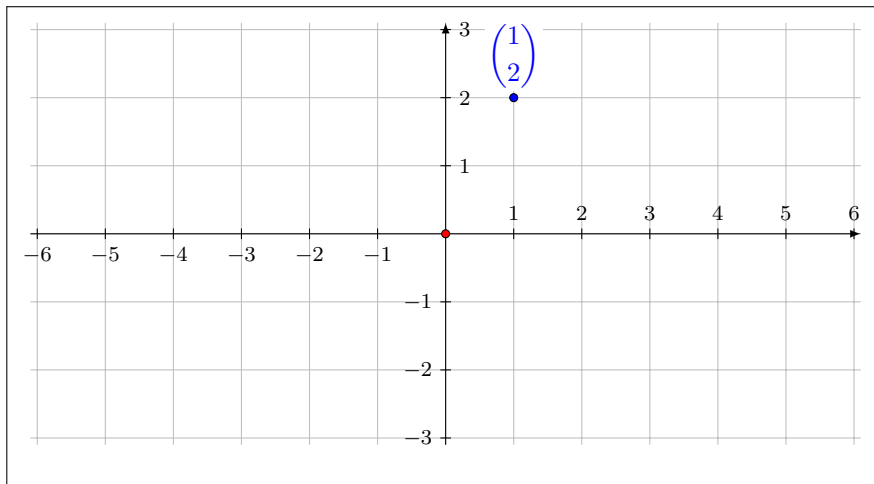
- (c) Pourquoi deux courbes solutions qui se touchent sont confondues?  
Car, le moindre point de contact est une condition initiale.

## IV. Application aux équations différentielles.



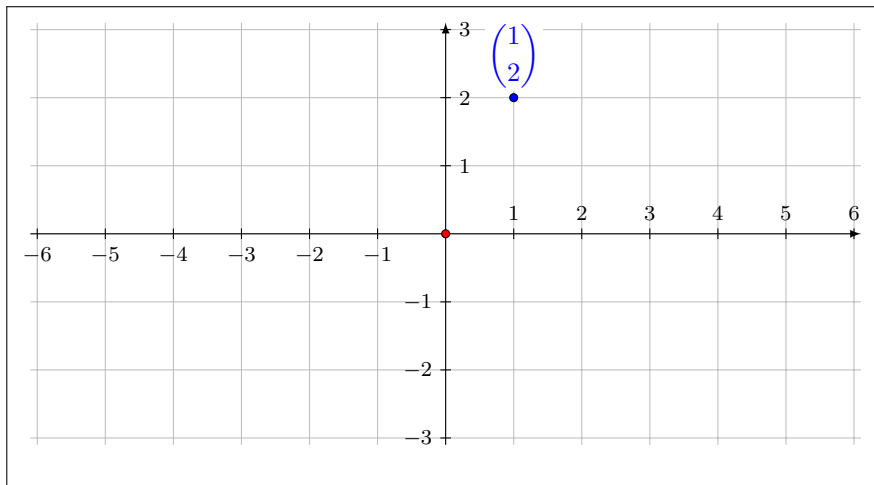
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.



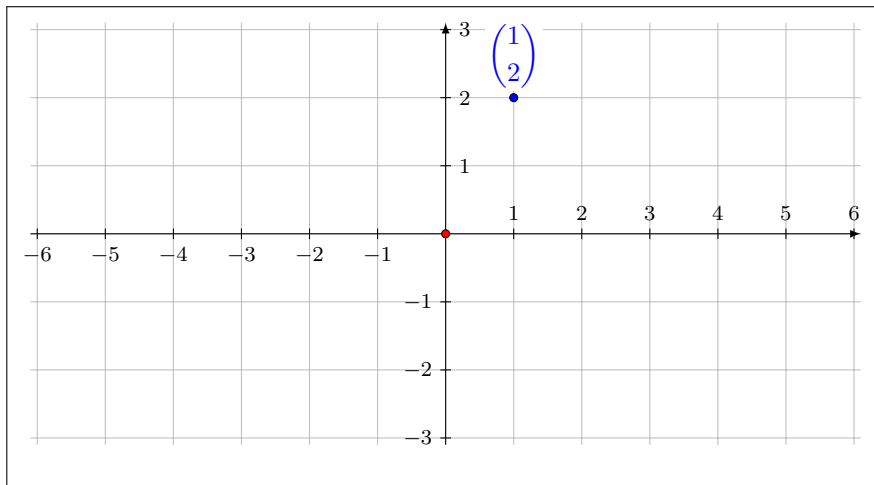
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \quad \text{donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

## IV. Application aux équations différentielles.



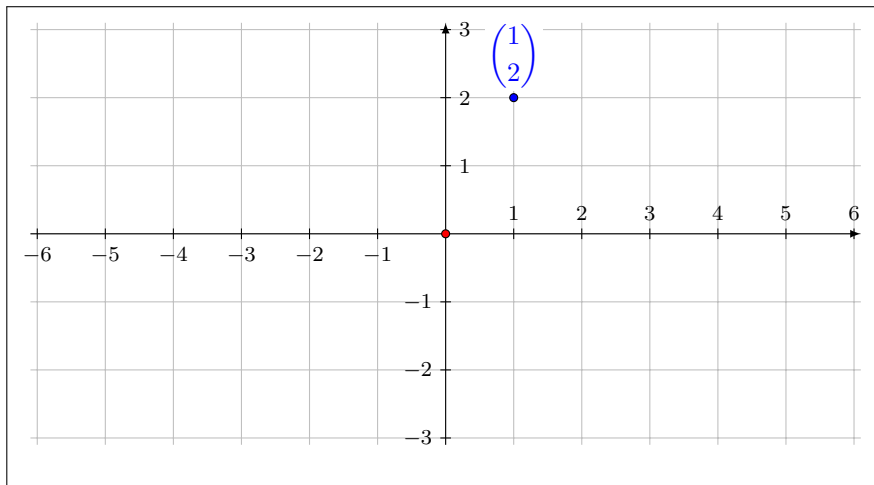
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \quad \text{donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = \dots \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = \dots \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.



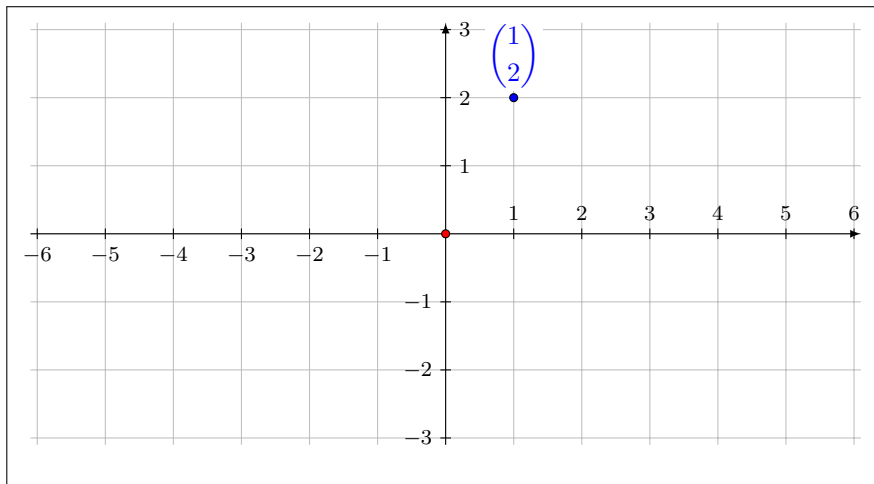
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \quad \text{donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = \dots \end{cases}$$

## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \quad \text{donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases}$$

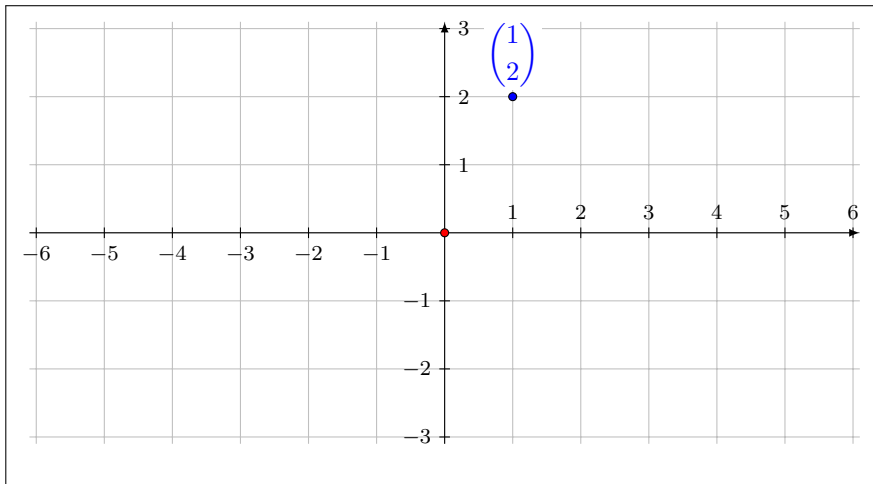
## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \text{ donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases} .$$

La pente correspondante est

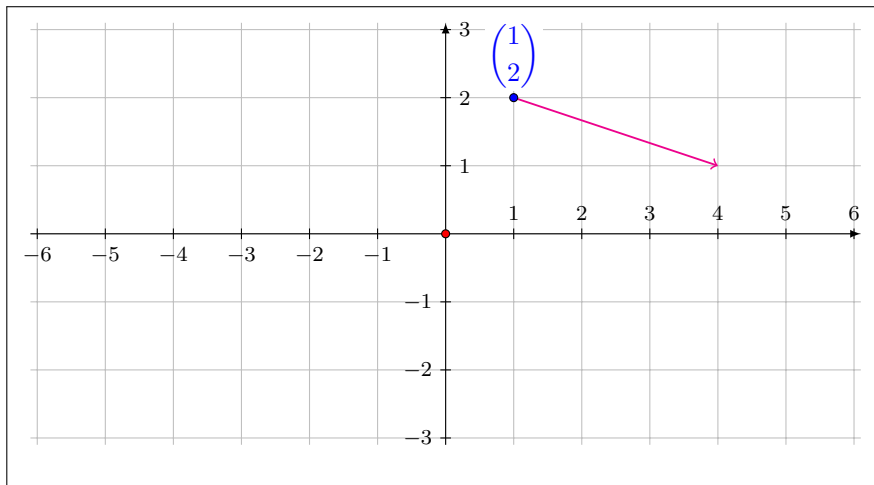
## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \text{ donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases} .$$

La pente correspondante est  $\frac{-7}{21} =$

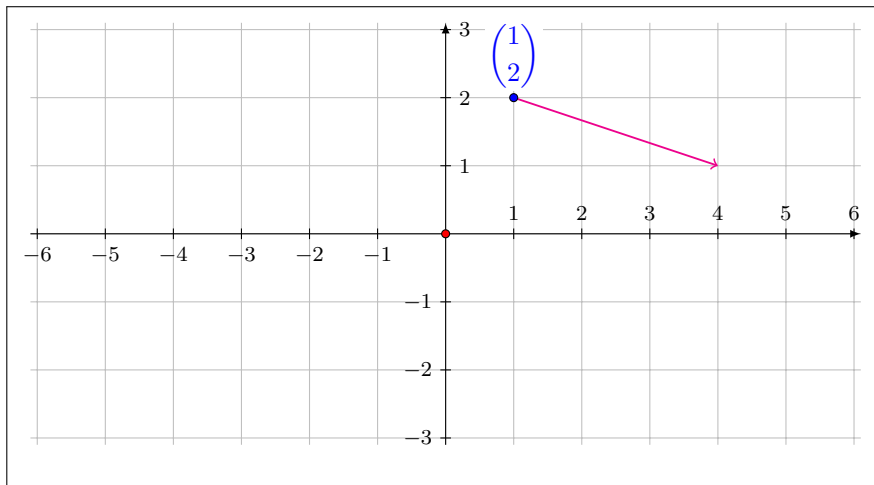
## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \text{ donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases}.$$

La pente correspondante est  $\frac{-7}{21} = -\frac{1}{3}$ .

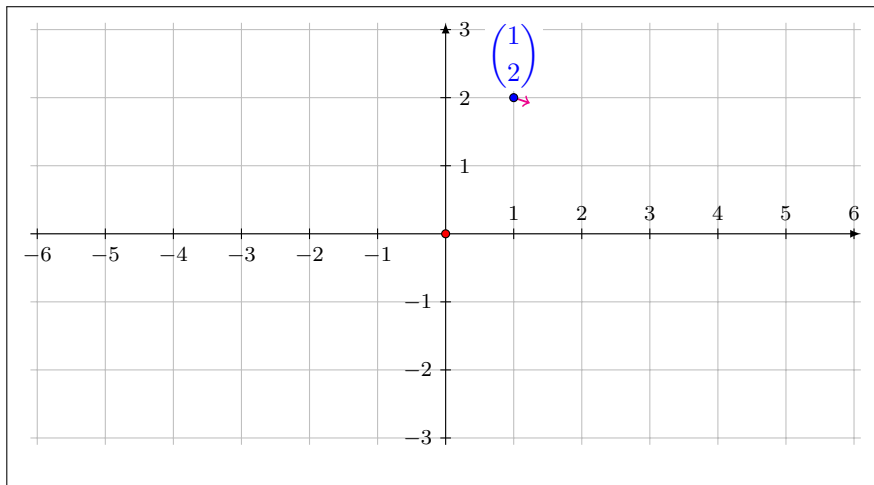
## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \text{ donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases} .$$

La pente correspondante est  $\frac{-7}{21} = -\frac{1}{3}$ .

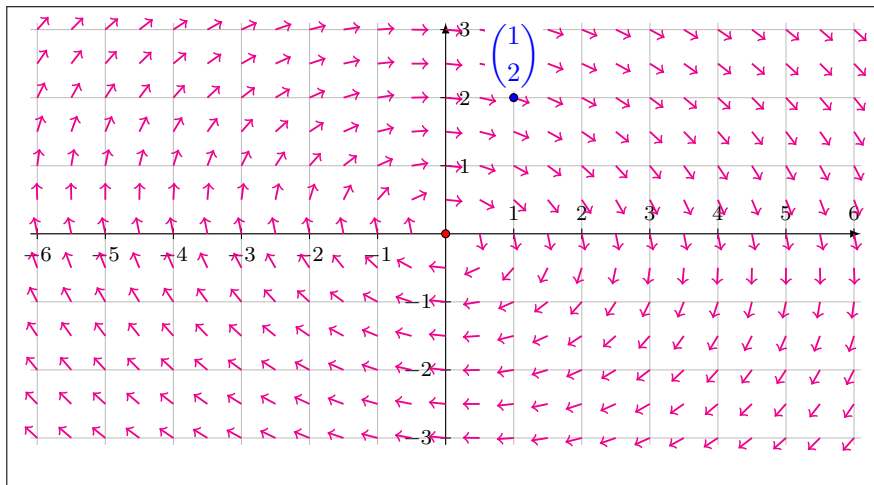
## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \text{ donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases} .$$

La pente correspondante est  $\frac{-7}{21} = -\frac{1}{3}$ .

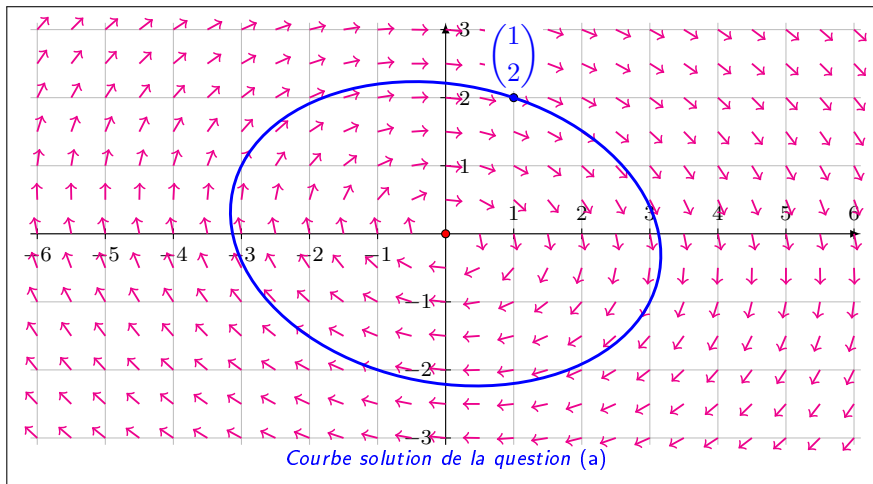
## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \text{ donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases}.$$

La pente correspondante est  $\frac{-7}{21} = -\frac{1}{3}$ .

## IV. Application aux équations différentielles.



$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 10y(t) \\ y'(t) = -5x(t) - y(t) \end{cases} \quad \text{donc si } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ alors } \begin{cases} x'(t) = 1 + 10 \times 2 = 21 \\ y'(t) = -5 \times 1 - 2 = -7 \end{cases}$$

La pente correspondante est  $\frac{-7}{21} = -\frac{1}{3}$ .