Fonctions numériques à plusieurs variables

I. Fonctions numériques à plusieurs variables.

Dans ce chapitre, nous allons étudier les fonctions de plusieurs variables dans le cadre particulier de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, mais également dans le cadre général de $\mathbb{R}^n$. Ces fonctions seront donc de la forme

$$f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},$$

où $n \geqslant 1$ est un entier naturel.

Définition:

D est appelé le de la fonction.

I. Fonctions numériques à plusieurs variables.

Dans ce chapitre, nous allons étudier les fonctions de plusieurs variables dans le cadre particulier de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, mais également dans le cadre général de $\mathbb{R}^n$. Ces fonctions seront donc de la forme

$$f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},$$

où $n \geqslant 1$ est un entier naturel.

Définition:

D est appelé le **domaine de définition** de la fonction.

Dans ce chapitre, nous allons étudier les fonctions de plusieurs variables dans le cadre particulier de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, mais également dans le cadre général de $\mathbb{R}^n$. Ces fonctions seront donc de la forme

$$f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},$$

où $n \geqslant 1$ est un entier naturel.

Définition:

D est appelé le **domaine de définition** de la fonction.

Autrement dit, les éléments de l'ensemble de départ D seront des n-uplets du type $(x_1, \ldots, x_n)$ que l'on peut considérer comme des vecteurs, et les éléments de l'ensemble d'arrivée seront des réels.

1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $f: \begin{array}{ccc} D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

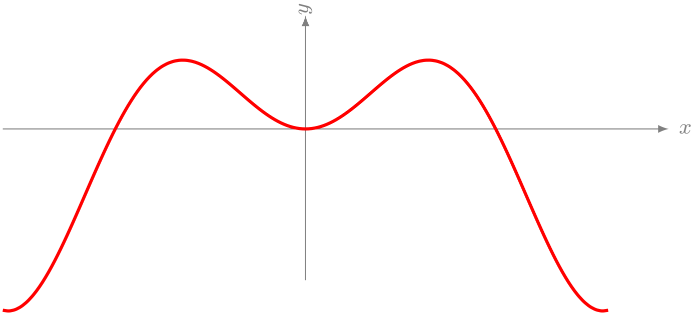
Les fonctions $f : \begin{array}{ccc} D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

Voici les graphes des fonctions $\boldsymbol{f : x \longmapsto x\sin(x)}$ et $g : x \longmapsto \sqrt{x}$:

1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $f : \begin{array}{ccc} D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

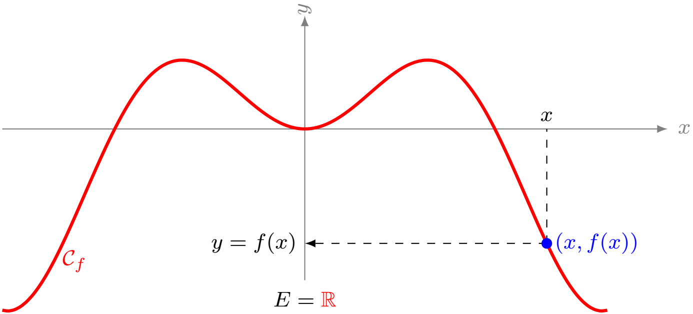
Voici les graphes des fonctions $\boldsymbol{f : x \longmapsto x \sin(x)}$ et $g : x \longmapsto \sqrt{x}$:



1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $\begin{array}{rrcl} f : & D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

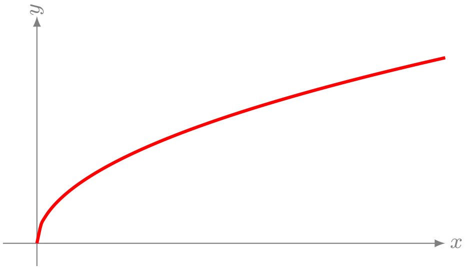
Voici les graphes des fonctions $\boldsymbol{f : x \longmapsto x \sin(x)}$ et $g : x \longmapsto \sqrt{x}$:



1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $\begin{array}{rrcl} f : & D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

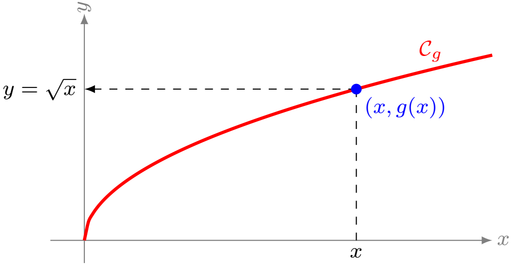
Voici les graphes des fonctions $f : x \longmapsto x\sin(x)$ et $\boldsymbol{g : x \longmapsto \sqrt{x}}$:



1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

Voici les graphes des fonctions $f : x \longmapsto x\sin(x)$ et $\boldsymbol{g : x \longmapsto \sqrt{x}}$:

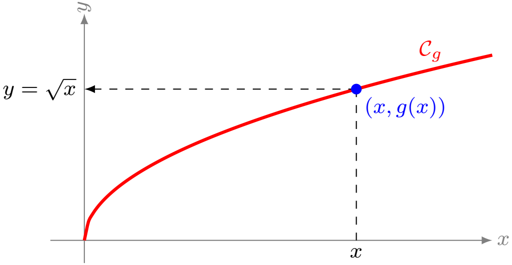


$E = [\mathbf{0}, +\infty[$

1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

Voici les graphes des fonctions $f : x \longmapsto x\sin(x)$ et $\boldsymbol{g : x \longmapsto \sqrt{x}}$:



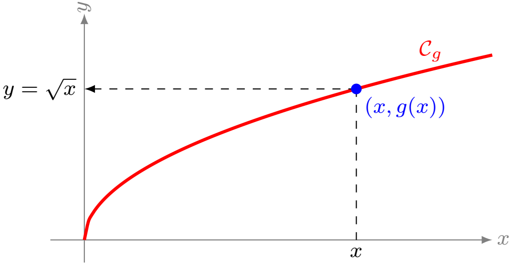
$$E = [0, +\infty[$$

La variable x est **libre**,

1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

Voici les graphes des fonctions $f : x \longmapsto x\sin(x)$ et $\boldsymbol{g : x \longmapsto \sqrt{x}}$:



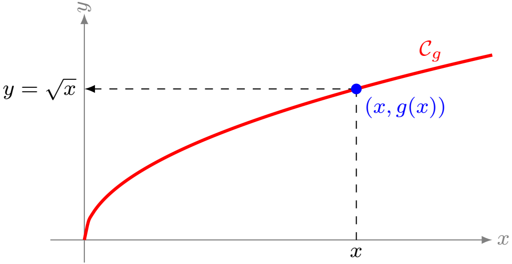
$$E = [\mathbf{0}, +\infty[$$

La variable x est **libre**, alors que la variable y $\big(= f(x)\big)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de x.

1. Fonction numérique à une variable $n = 1$:

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}$ sont connues depuis le lycée.

Voici les graphes des fonctions $f : x \longmapsto x\sin(x)$ et $\boldsymbol{g : x \longmapsto \sqrt{x}}$:



$$E = \left[\mathbf{0}, +\infty\right[$$

La variable x est **libre**, alors que la variable y $\big(= f(x)\big)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de x.
La courbe obtenue est de dimension **1**.

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x, y) & \longmapsto & f(x, y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rrcl} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables x **et** y sont **libres**,

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x, y) & \longmapsto & f(x, y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables x **et** y sont **libres**, alors que la variable $z = f(x, y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de x **et** y.

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x, y) & \longmapsto & f(x, y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables x **et** y sont **libres**, alors que la variable $z = f(x, y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de x **et** y. La surface obtenue est de dimension **2**.

Exemples :

Considérons la fonction $\begin{array}{rccc} f: & [0\,;\,4] \times [-4\,;\,4] & \longrightarrow & [0\,,\,+\infty[\\ & (x\ ,\ y) & \longmapsto & \dfrac{4}{1 + x^2 + y^2} \end{array}$

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccl} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$ sont **libres**, alors que la variable $z = f(x,y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$. La surface obtenue est de dimension **2**.

Exemples :
Considérons la fonction $f : [0\,;\,4] \times [-4\,;\,4] \longrightarrow [0\,,\,+\infty[$
$$(x\,,\,y) \longmapsto \frac{4}{1+x^2+y^2}$$

- La variable x prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rcl} f: D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$ sont **libres**, alors que la variable $z = f(x,y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$. La surface obtenue est de dimension **2**.

Exemples :
Considérons la fonction $\begin{array}{rcl} f: [0\,;\,4] \times [-4\,;\,4] & \longrightarrow & [0\,,\,+\infty[\\ (x\;,\;y) & \longmapsto & \dfrac{4}{1+x^2+y^2} \end{array}$

- La variable x prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $\mathbf{[0\,;\,4]}$

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables x **et** y sont **libres**, alors que la variable $z = f(x,y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de x **et** y. La surface obtenue est de dimension **2**.

Exemples :

Considérons la fonction $f : [0\,;\,4] \times [-4\,;\,4] \longrightarrow [0\,,\,+\infty[$

$$(x\,,\,y) \longmapsto \frac{4}{1+x^2+y^2}$$

- La variable x prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $[\mathbf{0}\,;\,\mathbf{4}]$
- La variable y prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x, y) & \longmapsto & f(x, y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$ sont **libres**, alors que la variable $z = f(x, y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$. La surface obtenue est de dimension $\mathbf{2}$.

Exemples :

Considérons la fonction $f : [0\,;\,4] \times [-4\,;\,4] \longrightarrow [0\,,+\infty[$

$$(x\,,\,y) \longmapsto \frac{4}{1 + x^2 + y^2}$$

- La variable x prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $\mathbf{[0\,;\,4]}$
- La variable y prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $\mathbf{[-4\,;\,4]}$

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$ sont **libres**, alors que la variable $z = f(x,y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de $\boldsymbol{x}$ **et** $\boldsymbol{y}$. La surface obtenue est de dimension **2**.

Exemples :

Considérons la fonction $\begin{array}{rccc} f: & [0\,;\,4] \times \big[-4\,;\,4\big] & \longrightarrow & [0\,,\,+\infty[\\ & (x\ ,\ y) & \longmapsto & \dfrac{4}{1+x^2+y^2} \end{array}$

- La variable x prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $\big[\mathbf{0}\,;\,\mathbf{4}\big]$
- La variable y prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $\big[-\mathbf{4}\,;\,\mathbf{4}\big]$
- $\big[0\,;\,4\big] \times \big[-4\,;\,4\big]$ est

2. Fonction numérique à deux variables $n = 2$.

Les fonctions $\begin{array}{rccc} f: & D \subset \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x, y) & \longmapsto & f(x, y) \end{array}$ sont représentées par des surfaces.

Les variables x **et** y sont **libres**, alors que la variable $z = f(x, y)$ ne l'est pas puisqu'elle est fonction de x **et** y. La surface obtenue est de dimension **2**.

Exemples :

Considérons la fonction $\begin{array}{rccc} f: & [0\,;\,4] \times [-4\,;\,4] & \longrightarrow & [0\,,+\infty[\\ & (x\ ,\ y) & \longmapsto & \dfrac{4}{1 + x^2 + y^2} \end{array}$

- La variable x prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $\mathbf{[0\,;\,4]}$
- La variable y prend toutes les valeurs situées dans l'intervalle $\mathbf{[-4\,;\,4]}$
- $[0\,;\,4] \times [-4\,;\,4]$ est **le domaine de définition de la fonction f**.

3. Représentation graphique.

3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y.

3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) =$

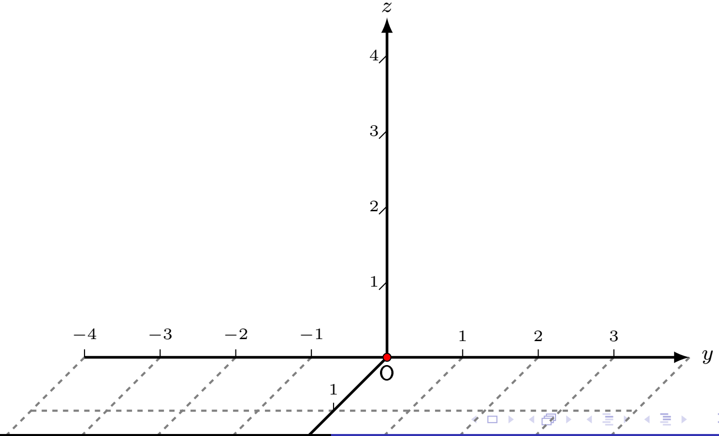
3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \mathbf{\dfrac{4}{1 + y^2}}$

3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{1 + y^2}}$ et on obtient :

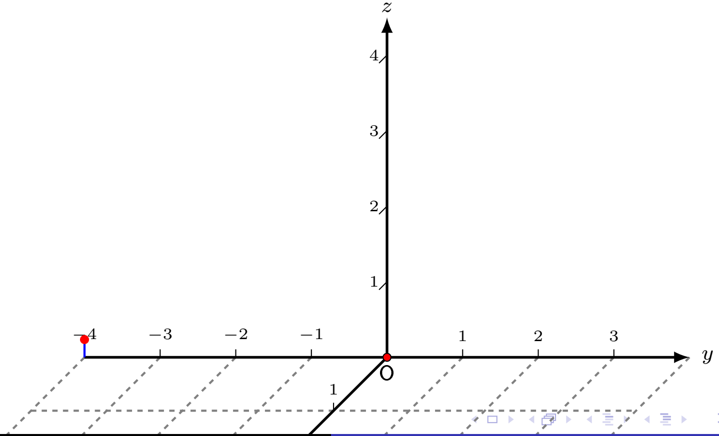
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$									



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{4}{1 + y^2}$ et on obtient :

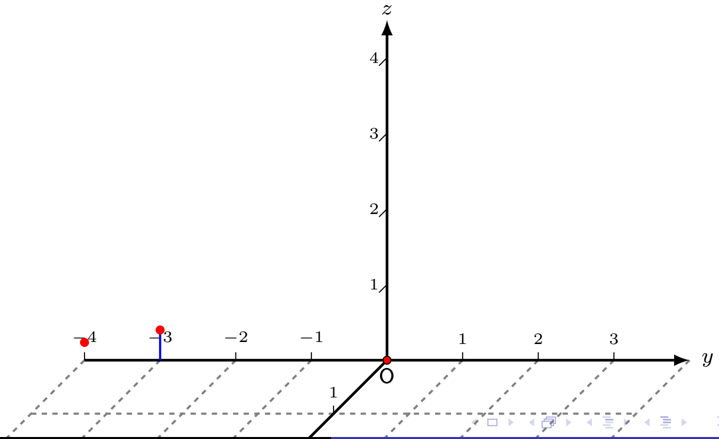
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24								



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{4}{1 + y^2}$ et on obtient :

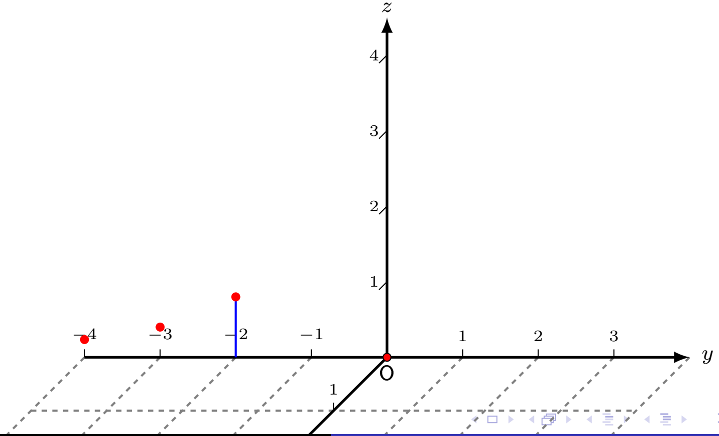
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24	0,40							



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0,y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{1+y^2}}$ et on obtient :

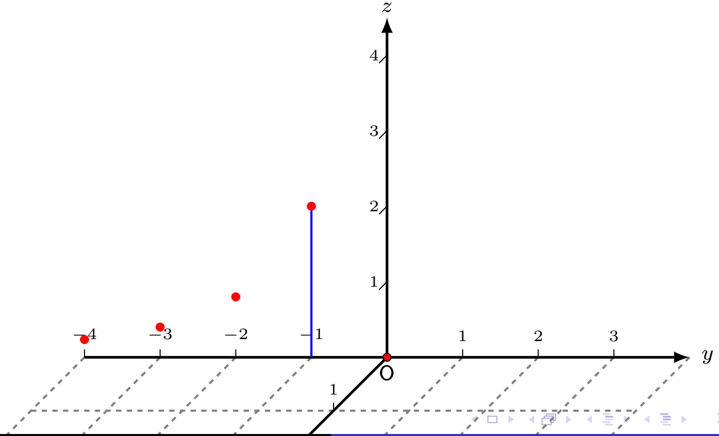
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0,y)$	0,24	0,40	0,8						



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{1 + y^2}}$ et on obtient :

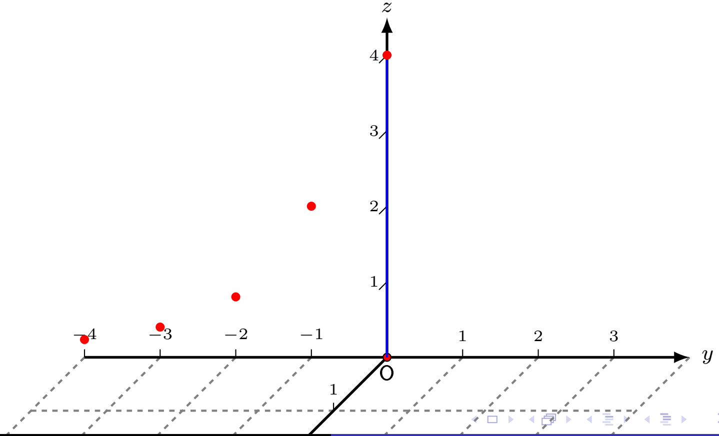
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24	0,40	0,8	2					



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0,y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{1+y^2}}$ et on obtient :

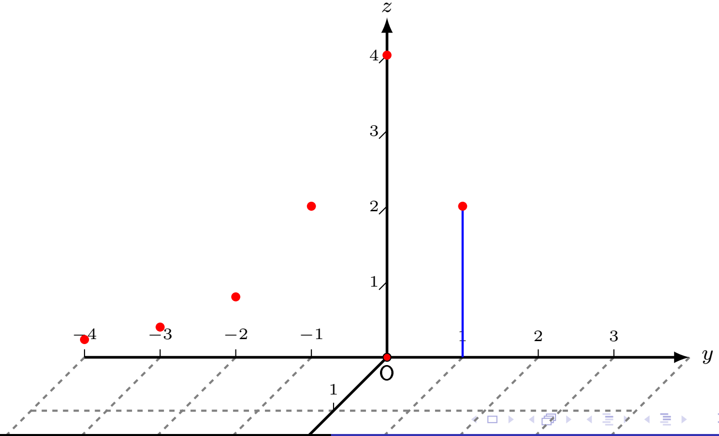
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0,y)$	0,24	0,40	0,8	2	4				



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{4}{1 + y^2}$ et on obtient :

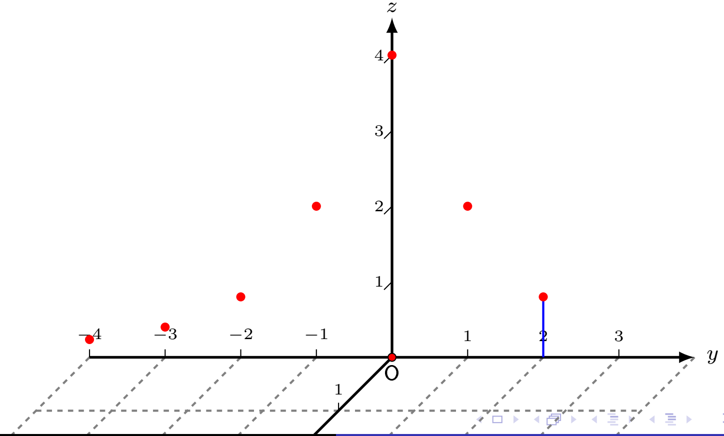
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24	0,40	0,8	2	4	2			



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{1 + y^2}}$ et on obtient :

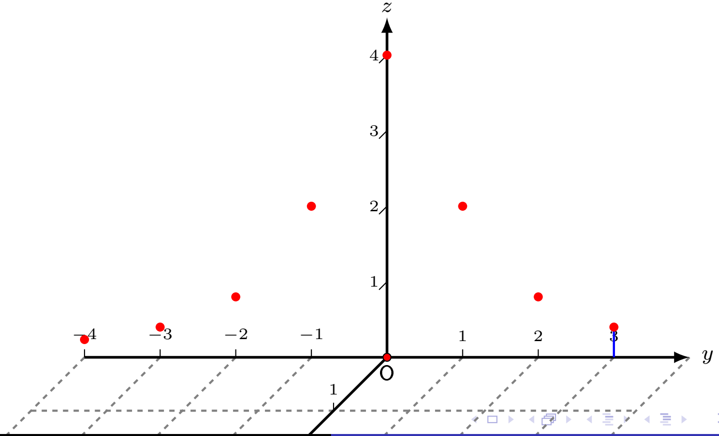
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24	0,40	0,8	2	4	2	0,8		



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{1 + y^2}}$ et on obtient :

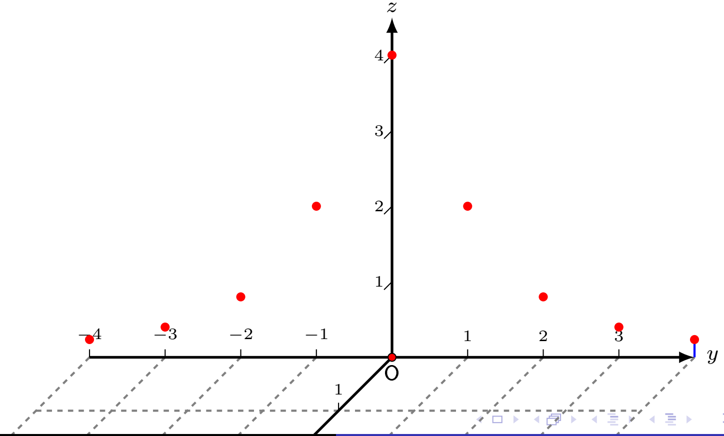
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24	0,40	0,8	2	4	2	0,8	0,4	



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{4}{1 + y^2}$ et on obtient :

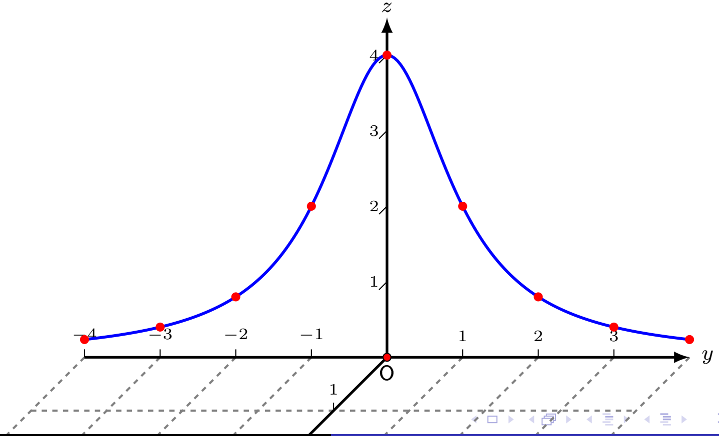
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24	0,40	0,8	2	4	2	0,8	0,4	0,24



3. Représentation graphique.

Pour chaque valeur de x, f est fonction de y. Fixons $x = 0$ on a $f(0, y) = \dfrac{4}{1 + y^2}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(0, y)$	0,24	0,40	0,8	2	4	2	0,8	0,4	0,24

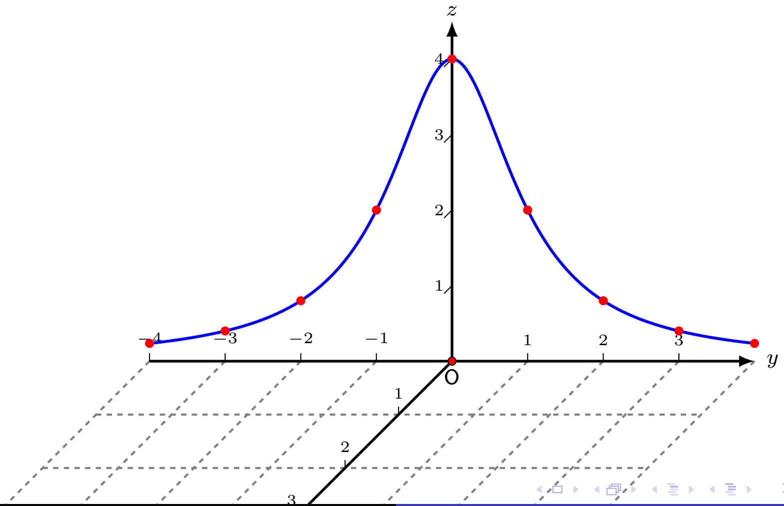


Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) =$

Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{2 + y^2}}$

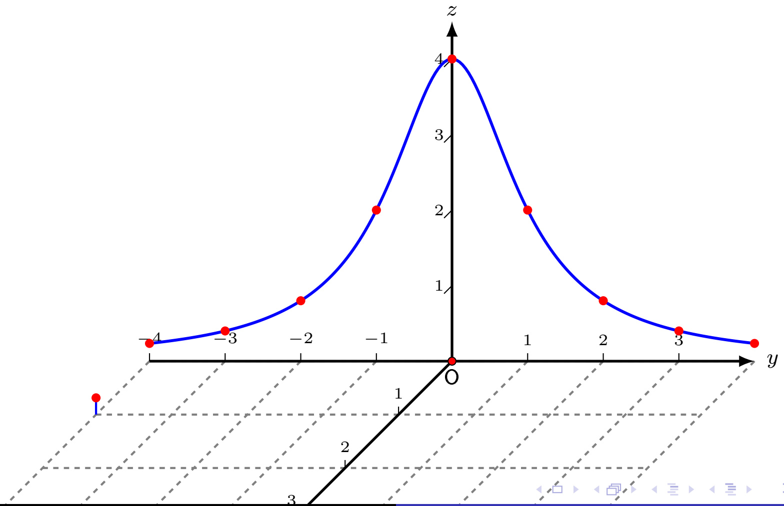
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{4}{2 + y^2}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$									



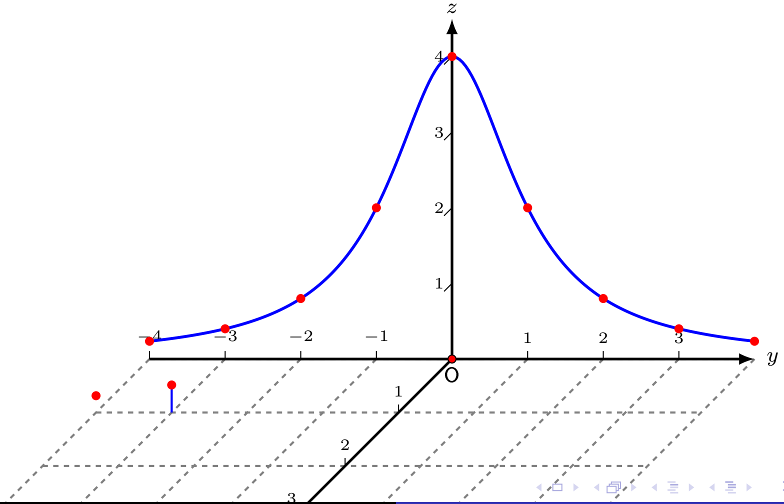
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{4}{2 + y^2}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22								



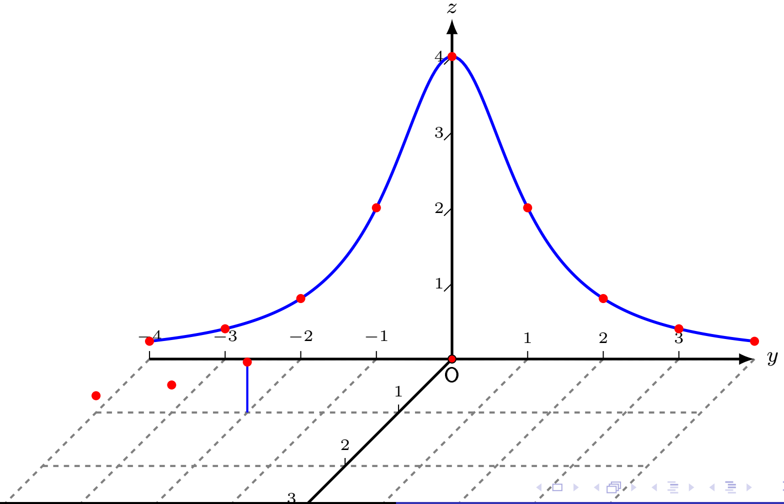
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{4}{2 + y^2}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36							



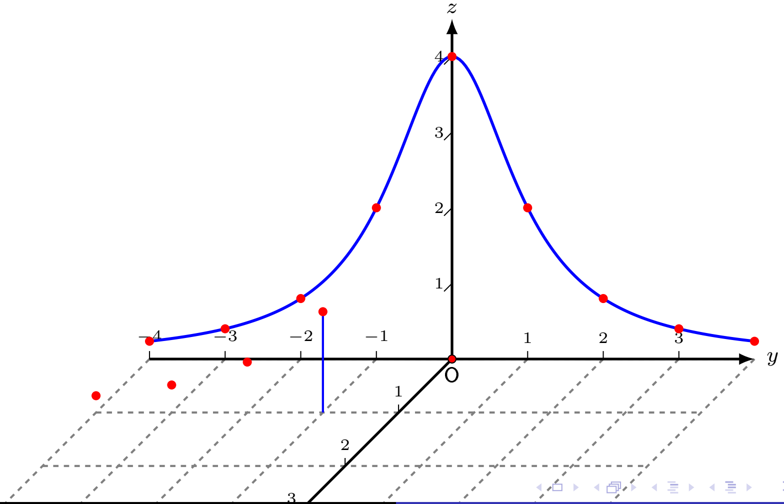
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{2 + y^2}}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67						



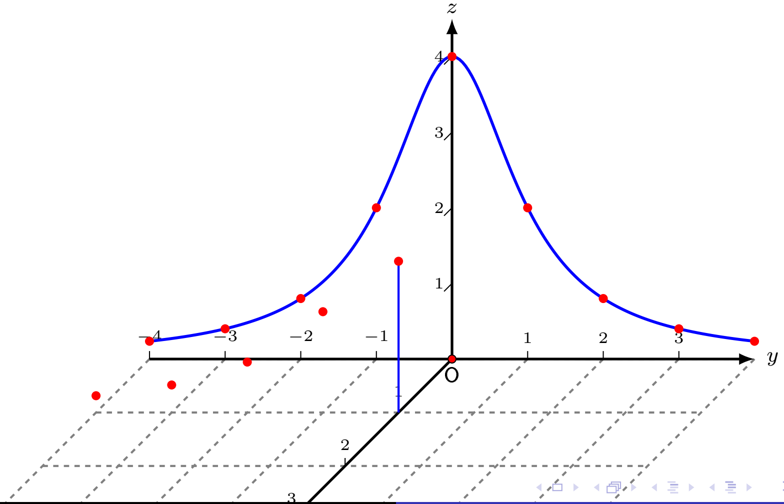
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{4}{2 + y^2}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67	1,33					



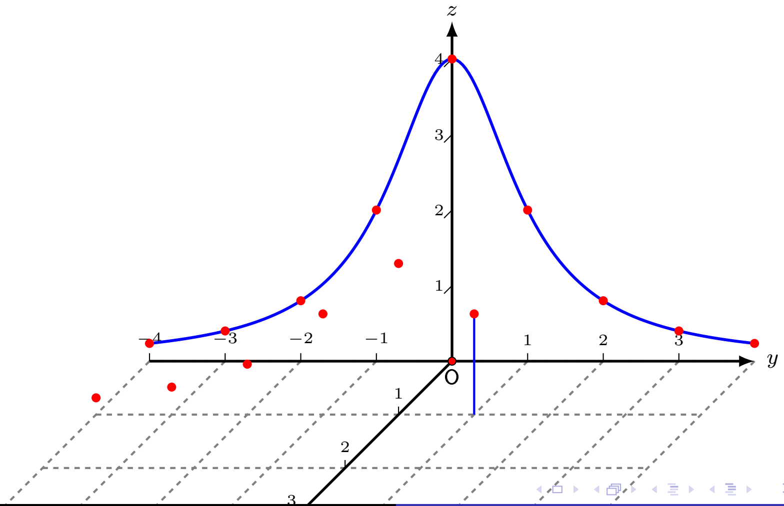
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{4}{2 + y^2}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67	1,33	2				



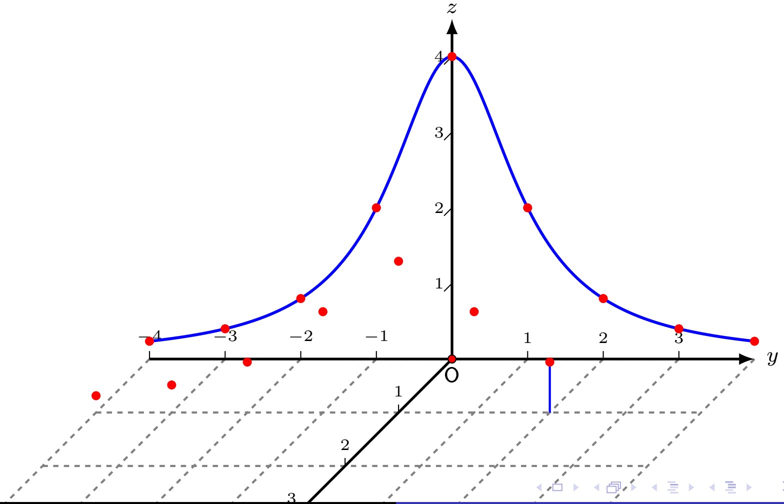
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{2 + y^2}}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67	1,33	2	1,33			



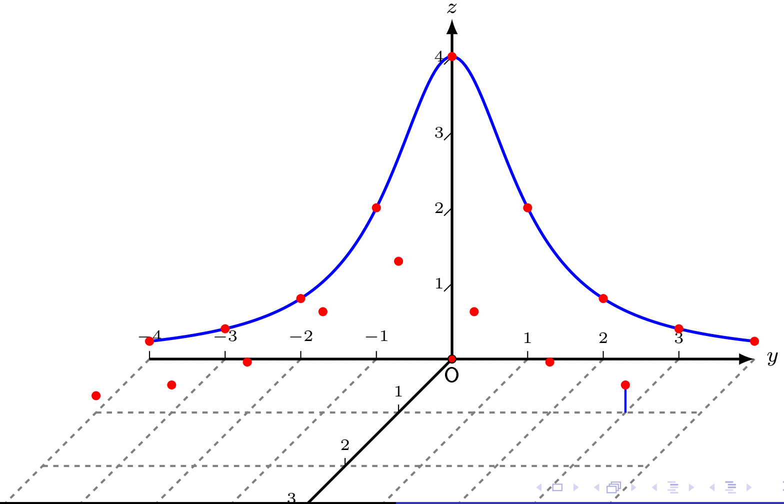
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{2 + y^2}}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67	1,33	2	1,33	0,67		



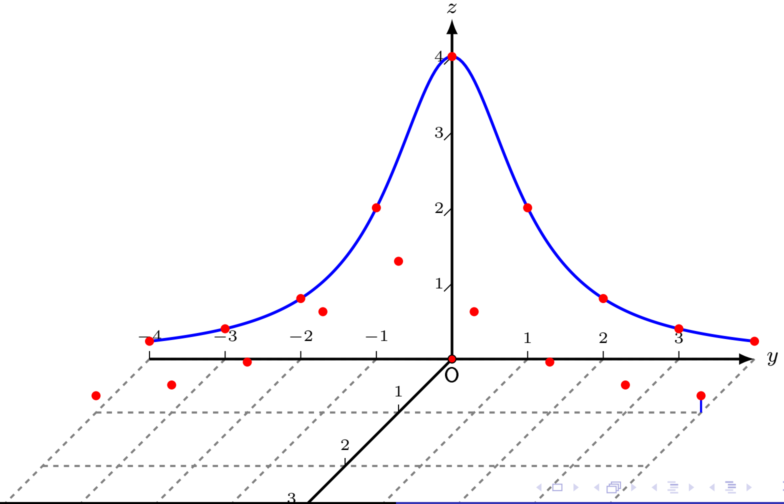
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{2 + y^2}}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67	1,33	2	1,33	0,67	0,36	



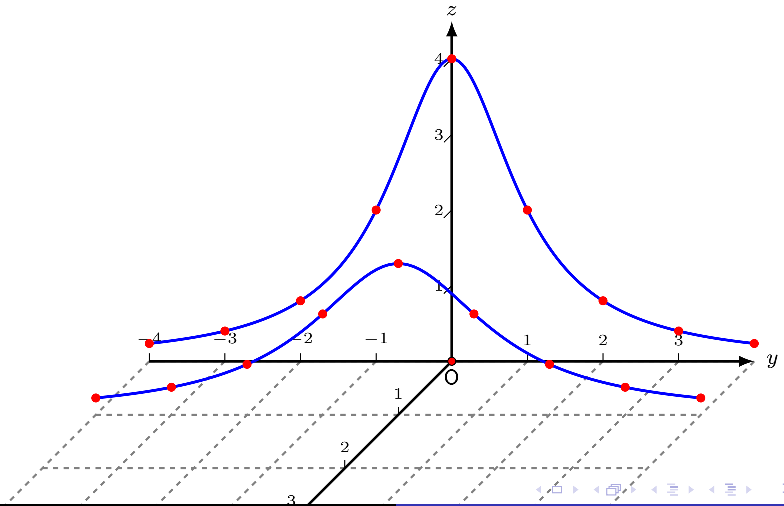
Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{2 + y^2}}$ et on obtient :

y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67	1,33	2	1,33	0,67	0,36	0,22

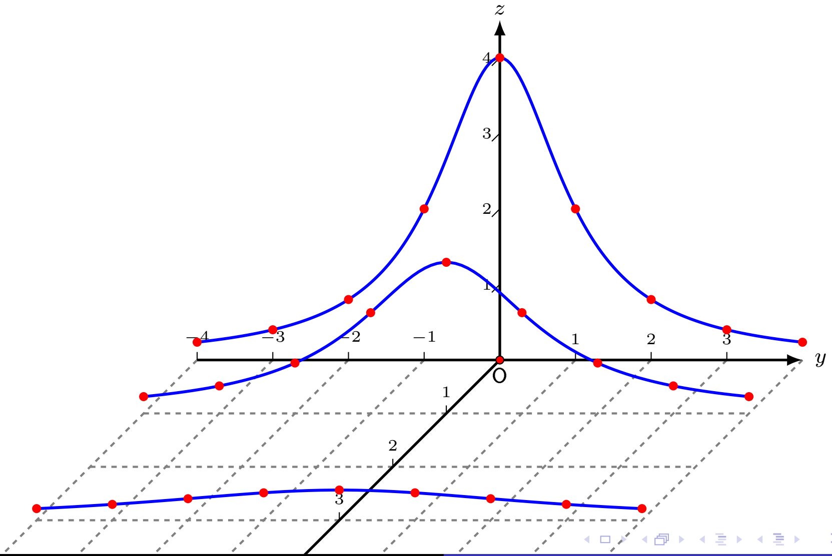


Fixons $x = 1$ on a $f(1, y) =$ on a $f(1, y) = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{2} + \boldsymbol{y^2}}$ et on obtient :

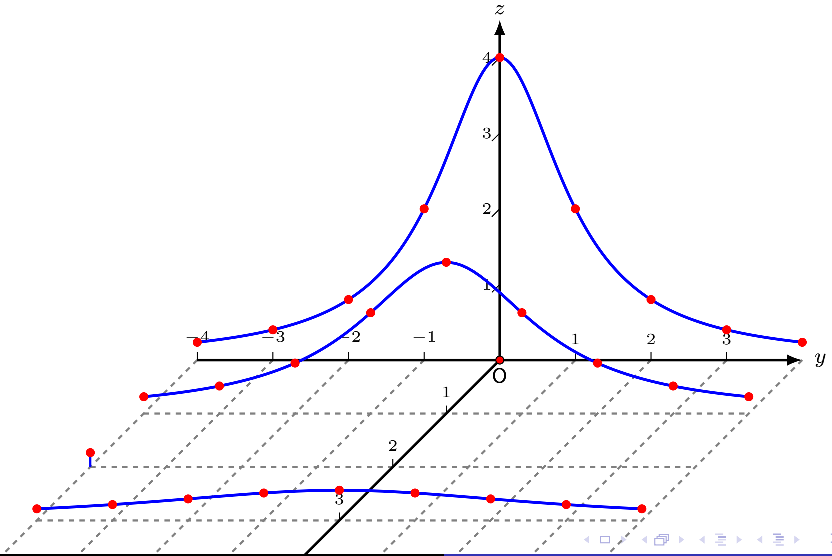
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(1, y)$	0,22	0,36	0,67	1,33	2	1,33	0,67	0,36	0,22



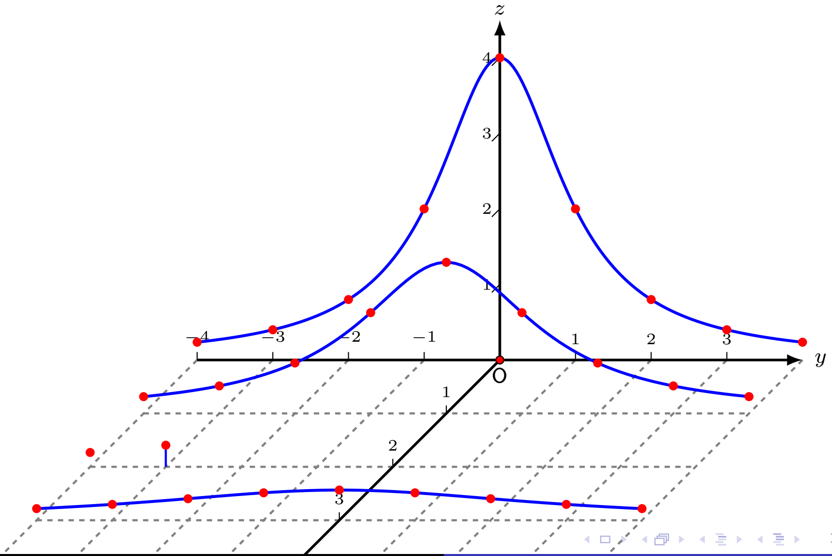
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$									



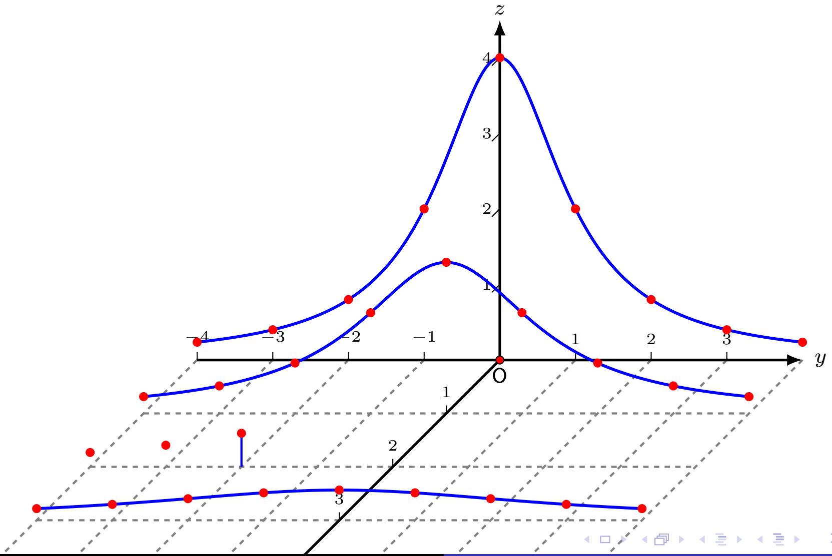
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19								



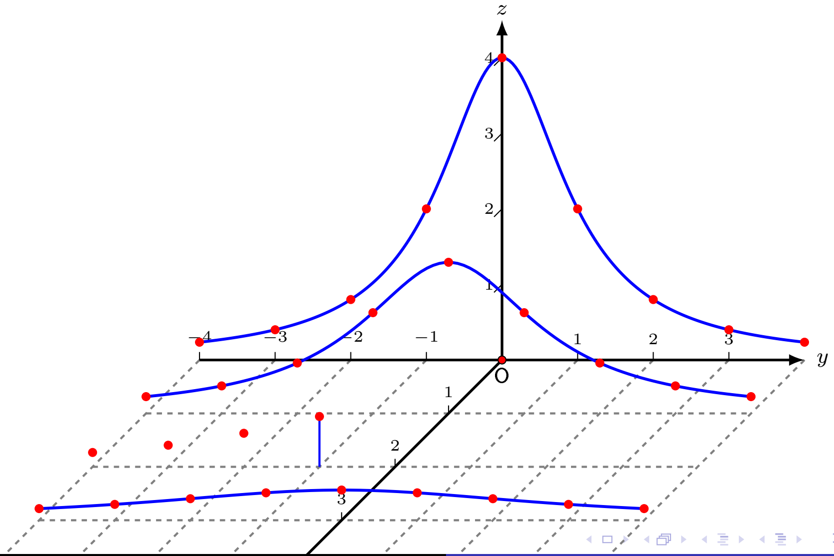
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29							



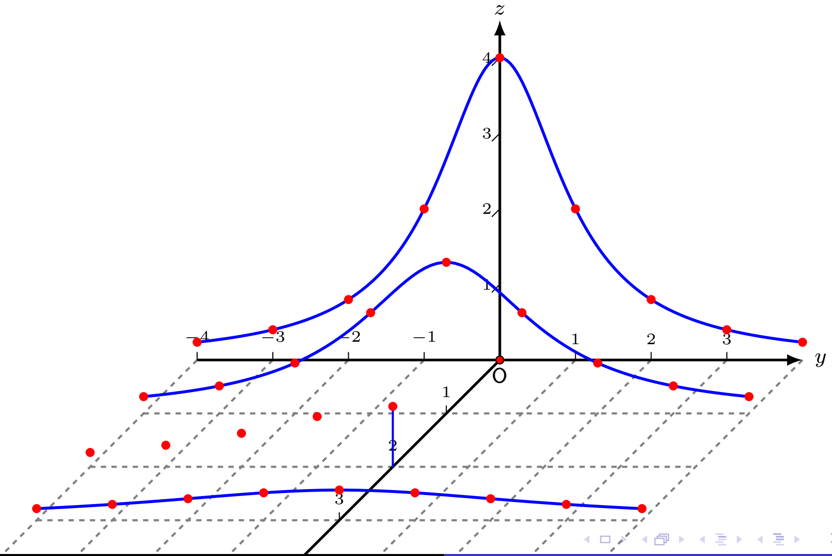
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44						



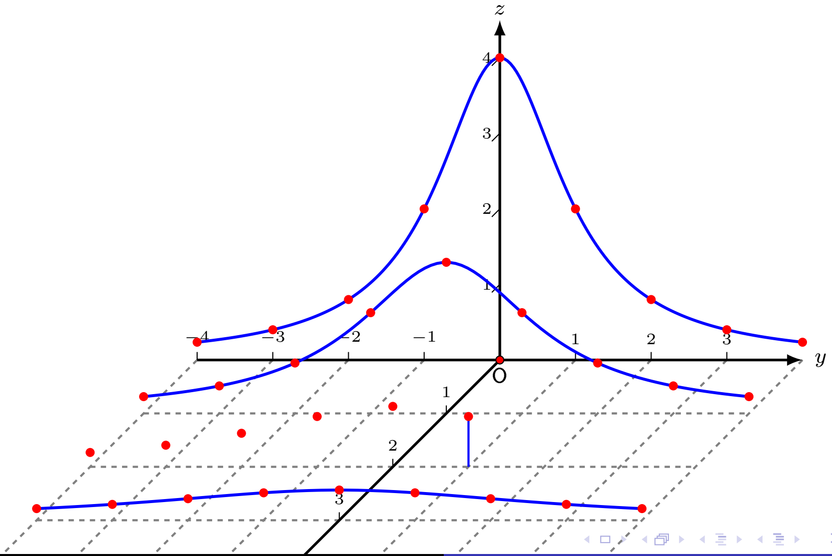
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44	0,67					



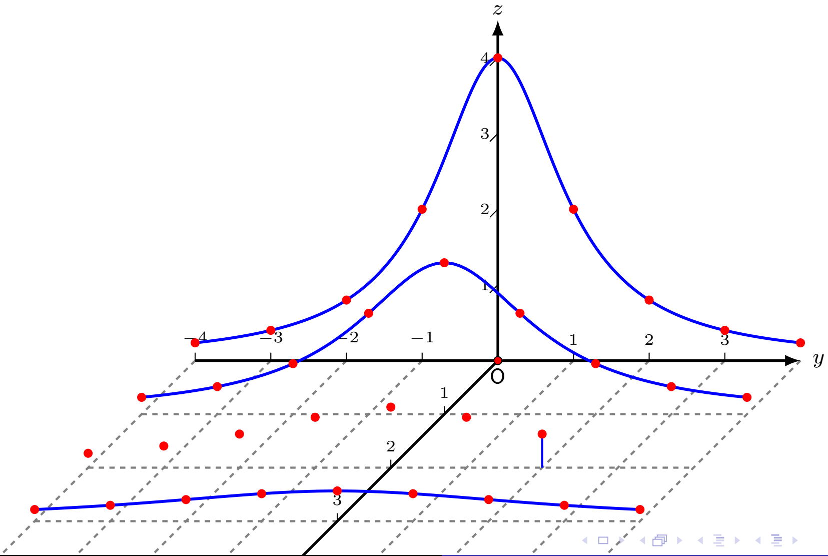
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44	0,67	0,8				



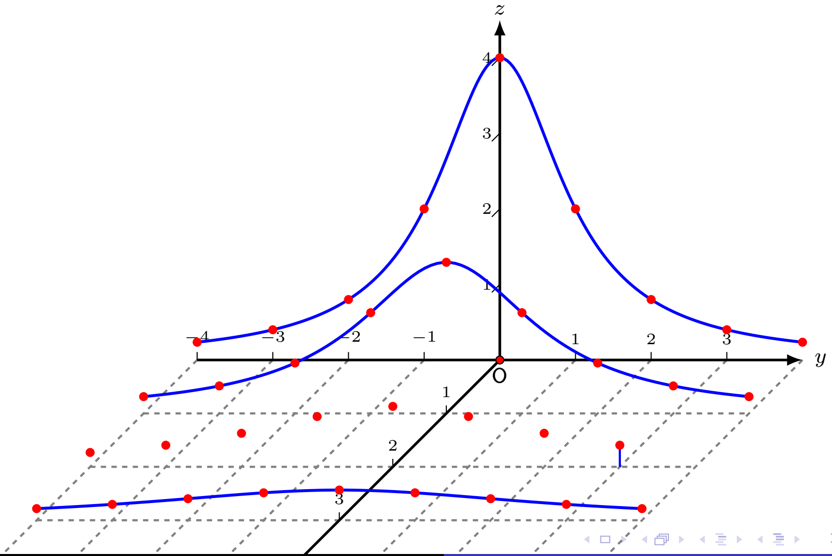
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44	0,67	0,8	0,67			



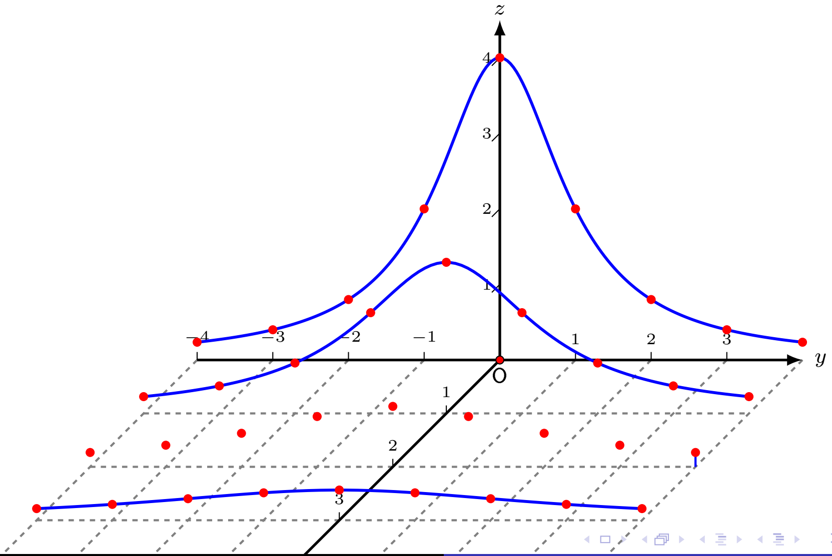
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44	0,67	0,8	0,67	0,44		



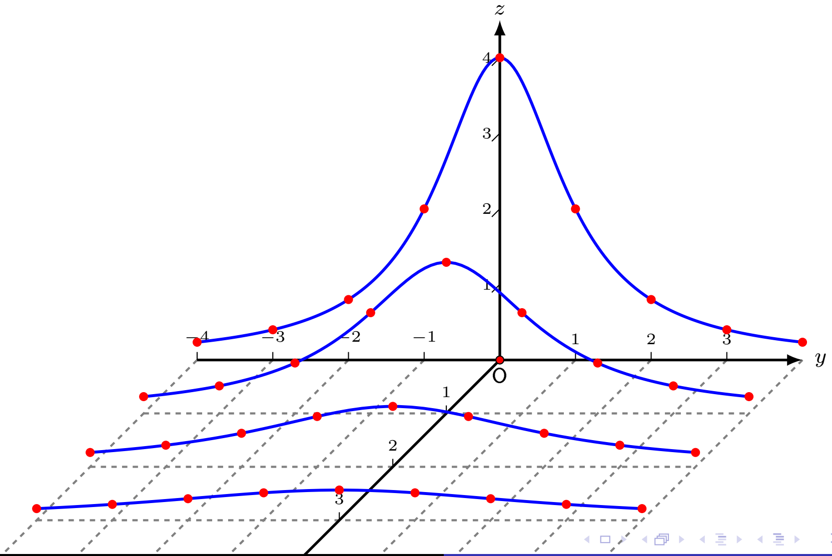
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44	0,67	0,8	0,67	0,44	0,29	

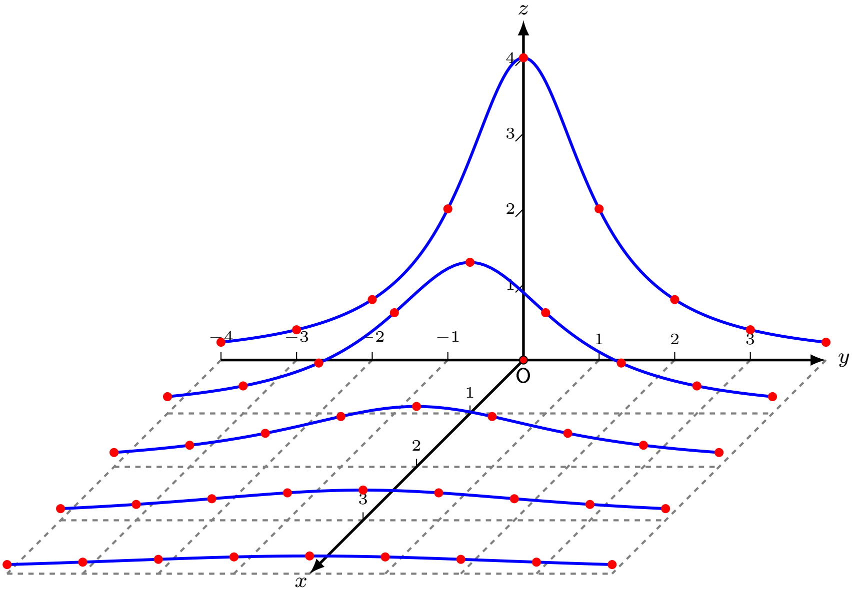


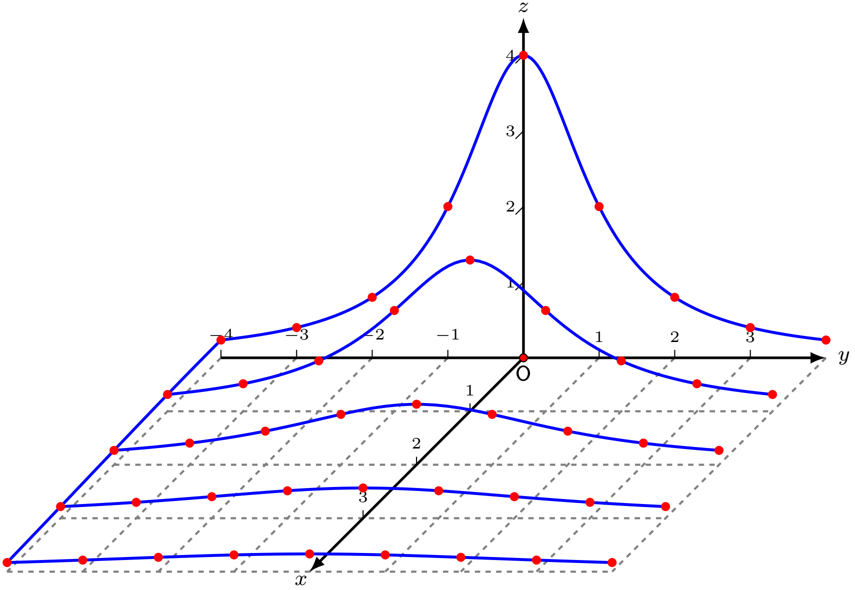
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44	0,67	0,8	0,67	0,44	0,29	0,19



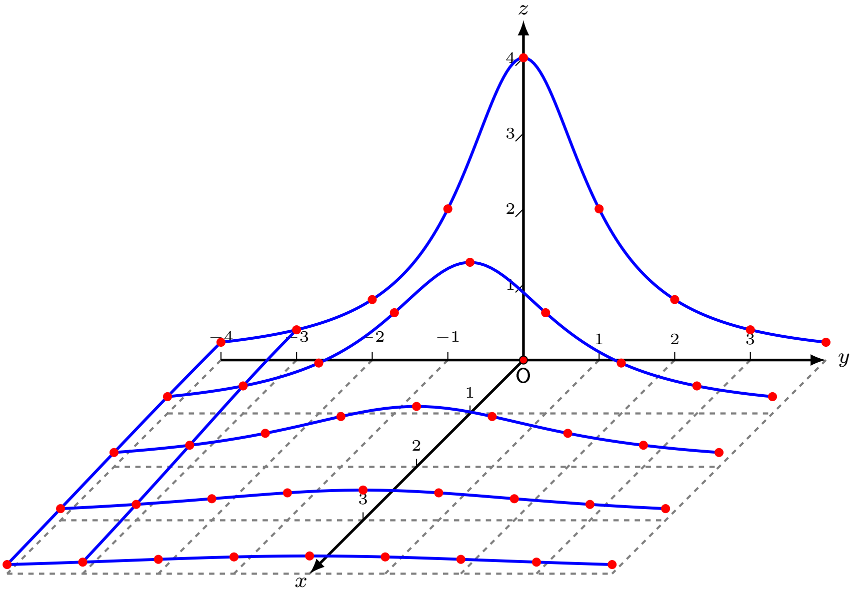
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(2,y)$	0,19	0,29	0,44	0,67	0,8	0,67	0,44	0,29	0,19



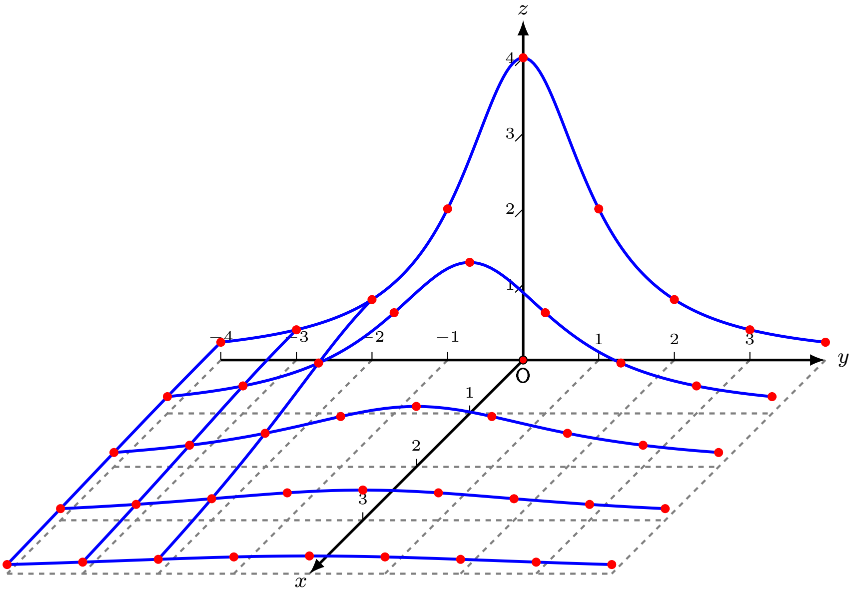

z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x

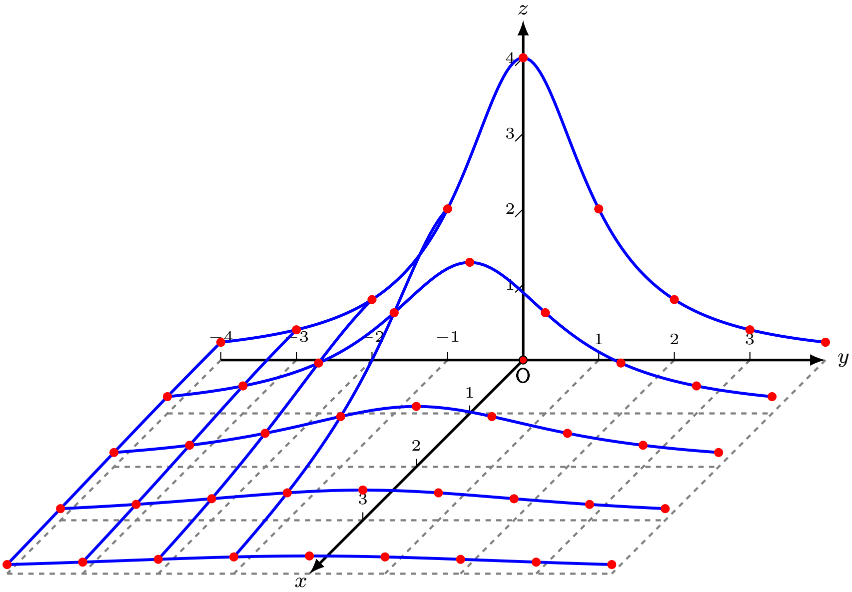


z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x

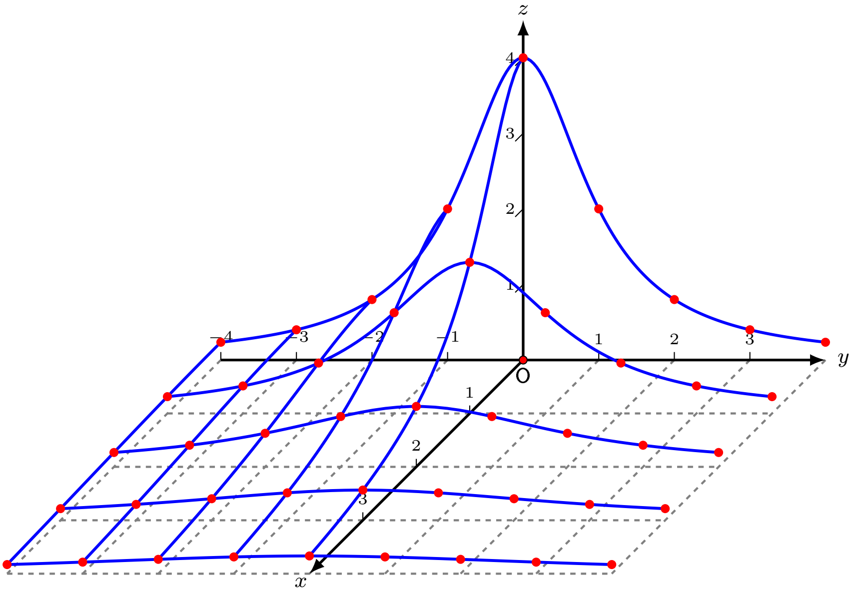


z
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
1
2
3
y
O
1
2
3
x

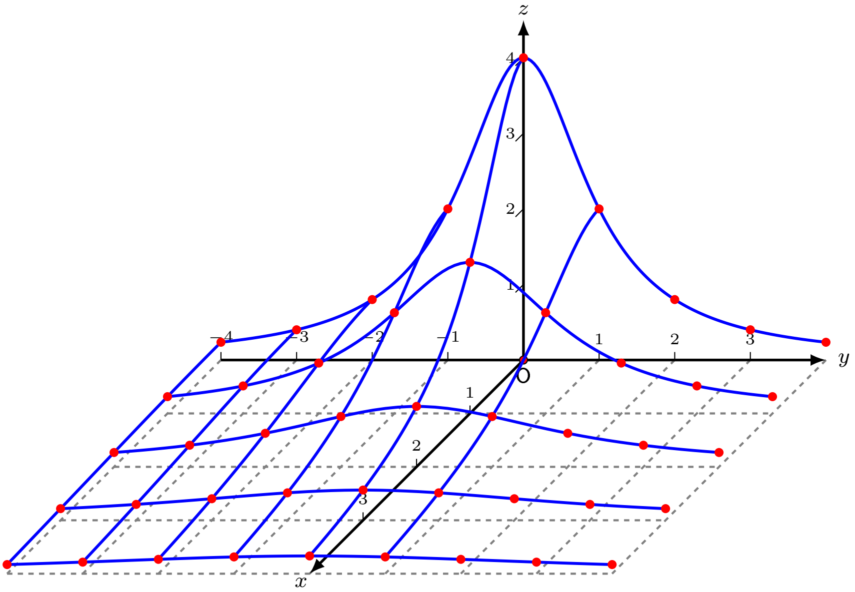

z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x

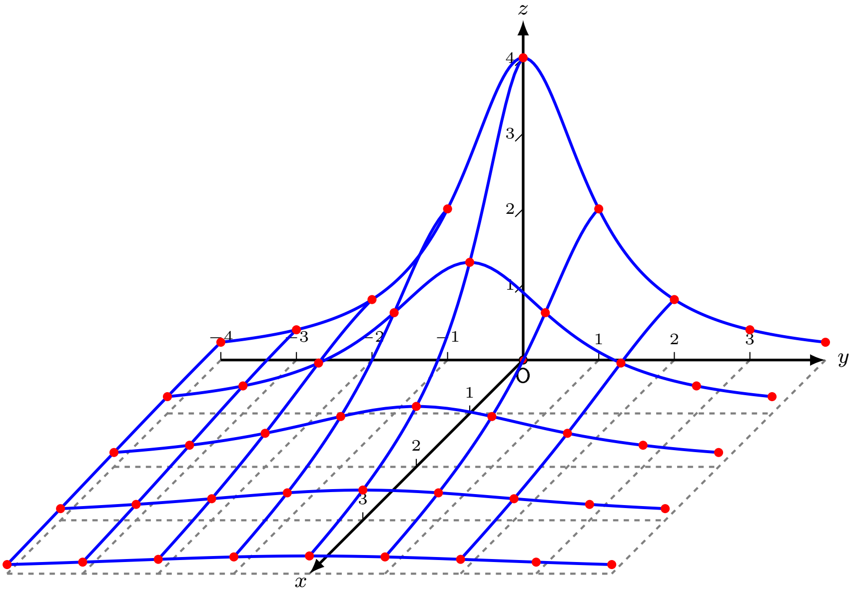


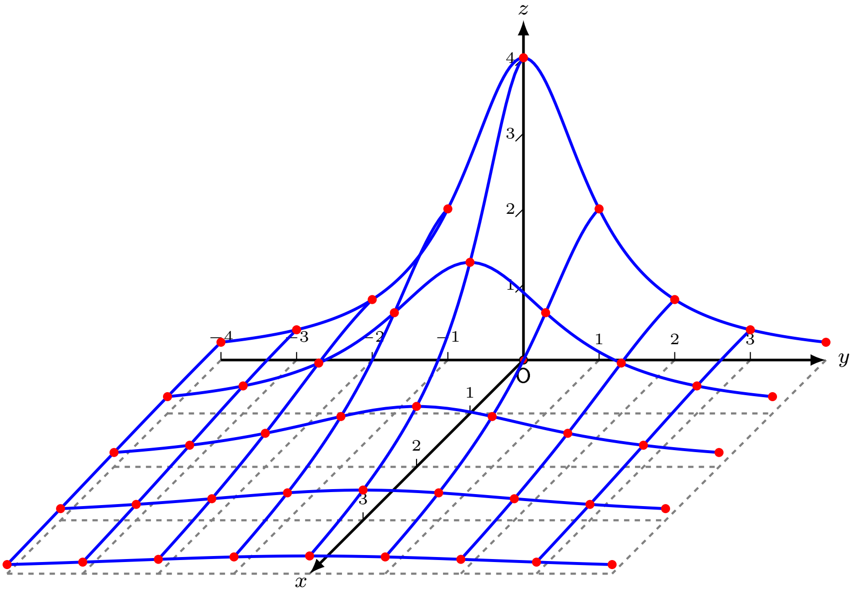
z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x

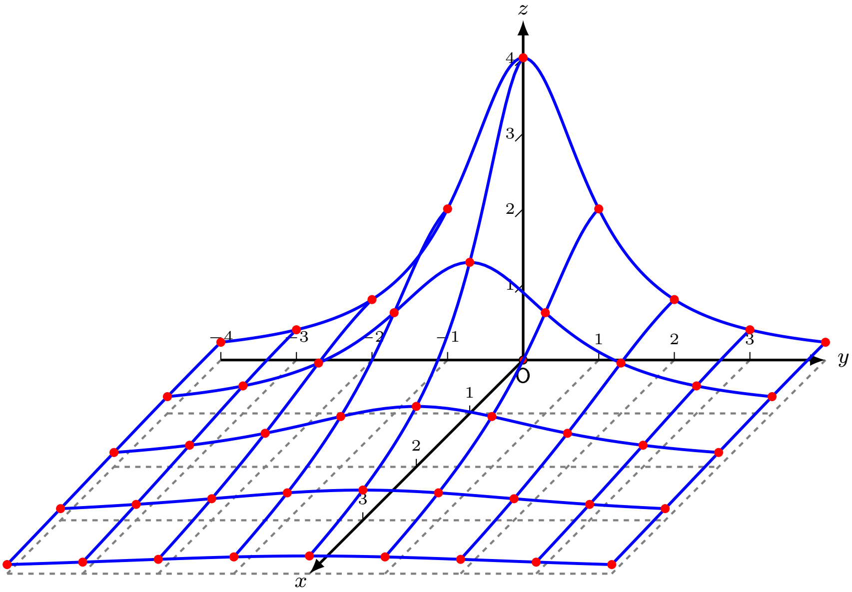


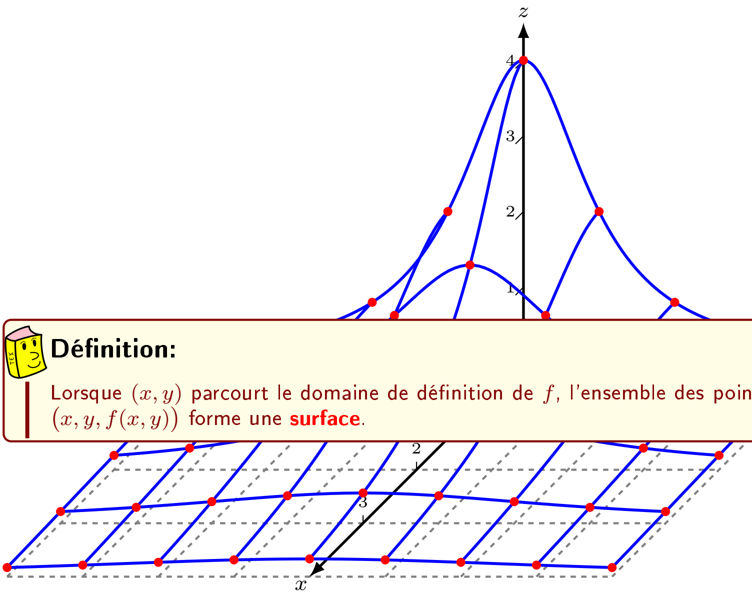
z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x


z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x


z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x

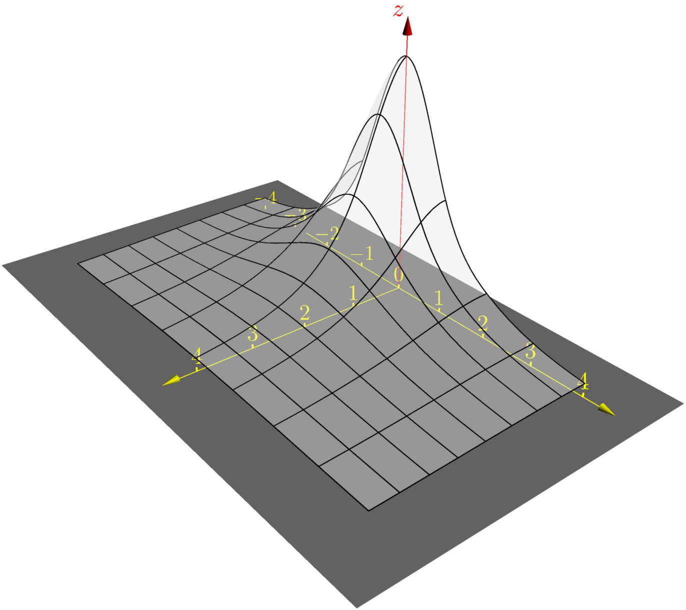

z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x


z
4
3
2
1
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
O
1
2
3
x



Définition:

Lorsque (x, y) parcourt le domaine de définition de f, l'ensemble des points de coordonnées $(x, y, f(x, y))$ forme une **surface**.


z
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
1
2
3
4