Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $]-\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.

Définition:

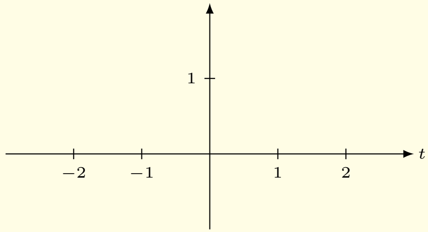
- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $]-\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée $\mathcal{U}$, définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 \text{ si } t \geqslant 0 \end{cases}$$

Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $]-\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée $\mathcal{U}$, définie par

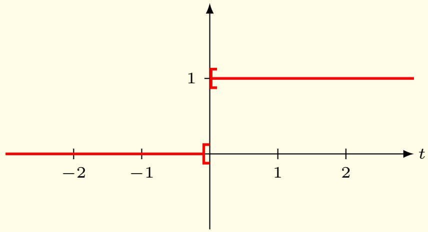
$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 \text{ si } t \geqslant 0 \end{cases}$$



Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $]-\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée $\mathcal{U}$, définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 \text{ si } t \geqslant 0 \end{cases}$$

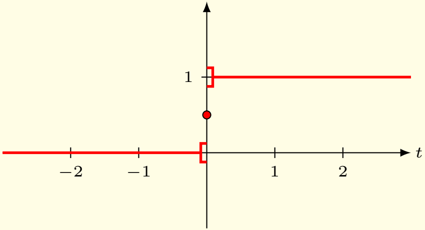


Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**

Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $]-\infty,0[$ et continue par morceaux sur $[0,+\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée $\mathcal{U}$, définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 \text{ si } t \geqslant 0 \end{cases}$$



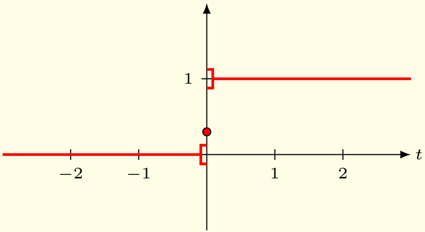
Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**

Remarque : En 0, sa valeur n'a généralement aucune importance, souvent elle vaut $\dfrac{1}{2}$.

Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $]-\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée $\mathcal{U}$, définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 \text{ si } t \geqslant 0 \end{cases}$$



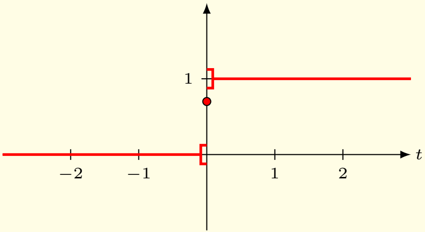
Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**

Remarque : En 0, sa valeur n'a généralement aucune importance, souvent elle vaut $\frac{1}{2}$.

Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $]-\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée $\mathcal{U}$, définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 \text{ si } t \geqslant 0 \end{cases}$$



Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**

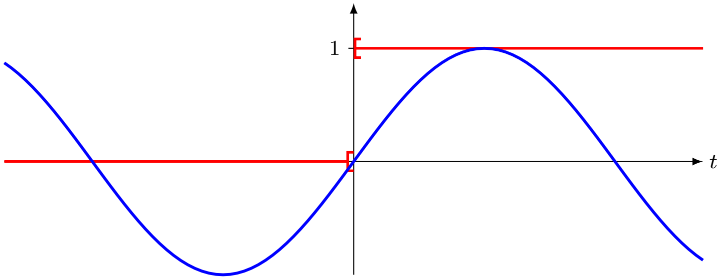
Remarque : En 0, sa valeur n'a généralement aucune importance, souvent elle vaut $\frac{1}{2}$.

Exemple n° 1 :La fonction sinus n'est pas causale, car **elle n'est pas nulle sur** $]-\infty, 0[$.

Exemple n° 1 :La fonction sinus n'est pas causale, car **elle n'est pas nulle sur** $]-\infty, 0[$.

On la rend causale, en lui associant la fonction suivante :

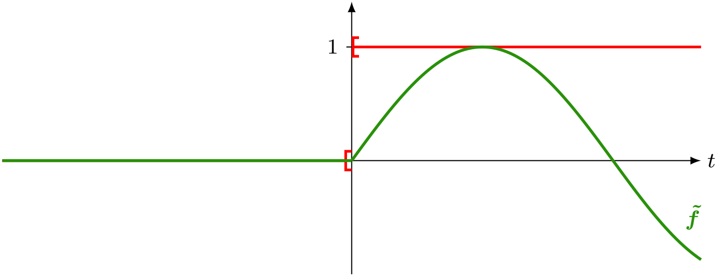
$$\begin{array}{rcl} \tilde{f} : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & \mathcal{U}(t)\,\sin(t) \end{array}$$



Exemple n° 1 :La fonction sinus n'est pas causale, car **elle n'est pas nulle sur** $]-\infty, 0[$.

On la rend causale, en lui associant la fonction suivante :

$$\begin{array}{rccl} \tilde{f} : & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & t & \longmapsto & \mathcal{U}(t)\,\sin(t) \end{array}$$



Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) \colon A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t) \mathrm{e}^{-st} \, \mathrm{d}t \end{aligned}$$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f) \colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f) \colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t) \mathrm{e}^{-st} \, \mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : $\mathcal{U}$

$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) =$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f)\colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : $\mathcal{U}$

$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) =$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f) \colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : $\mathcal{U}$

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t =$$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{cccc} \mathcal{L}(f) \colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : $\mathcal{U}$

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t =$$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : $\mathcal{U}$

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{-s}\left[\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} \underset{s>0}{=}$$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f) \colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : $\mathcal{U}$

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{-s}\left[\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} \underset{s>0}{=} -\frac{1}{s}\left[0-1\right] =$$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f) \colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : $\mathcal{U}$

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{-s}\left[\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} \underset{s>0}{=} -\frac{1}{s}\left[0-1\right] = \frac{1}{s}$$

Définition:

Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L}(f)\colon A \subset \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ s & \longmapsto & \displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \end{array}$$

où A est l'ensemble des valeurs de $\mathbb{R}$ pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $\boldsymbol{s > 0}$.

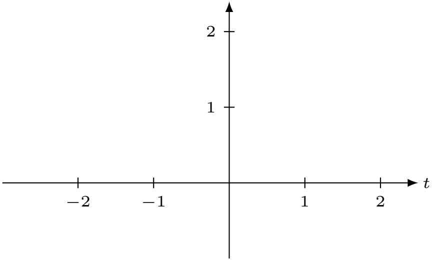
Exercice n° 1 : Trouve la transformée de Laplace de la fonction

$$\begin{array}{rcl} f\colon \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & \begin{cases} 0 \text{ si } t < 0 \\ k \text{ si } t \geqslant 0 \end{cases} \end{array}$$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

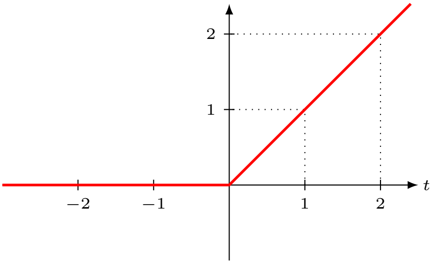


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

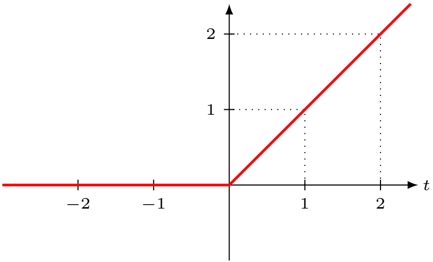
$$\begin{cases} u'(t) = \dots \\ v(t) = \dots \end{cases} \text{ et } \begin{cases} u(t) = \dots \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s}\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{s>0}{=} \left[0-0\right] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s}\left[\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} = -\frac{1}{s^2}\left[0-1\right] = \frac{1}{s^2}$$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

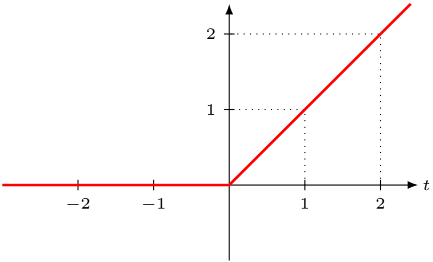


Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



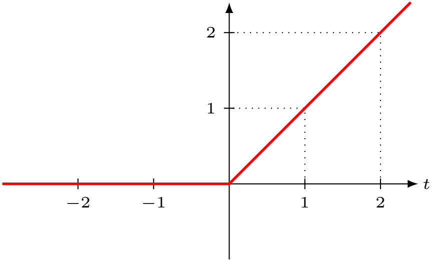
$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) =$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t =$$

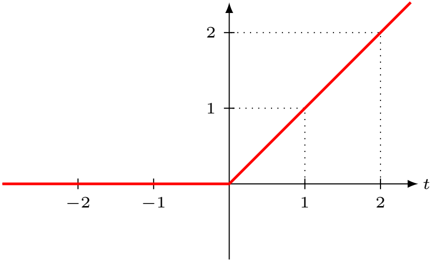
Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \dots \\ v(t) = \dots \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dots \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

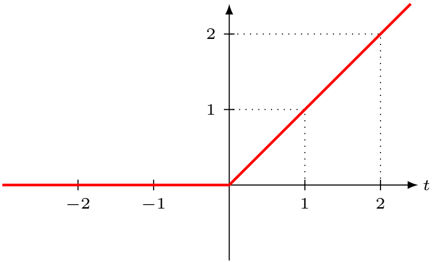
Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = \ldots \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \ldots \\ v'(t) = \ldots \end{cases}$$

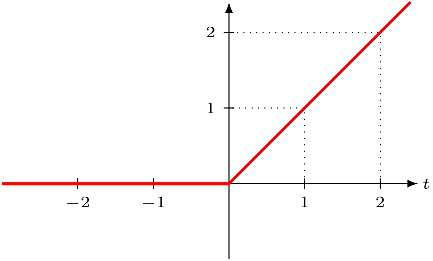
Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dots \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

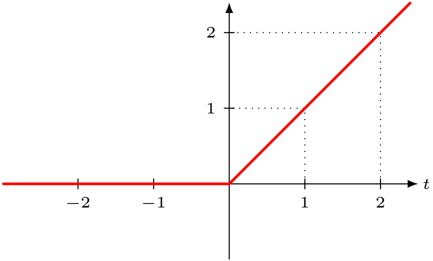
Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \text{ et } \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st} \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

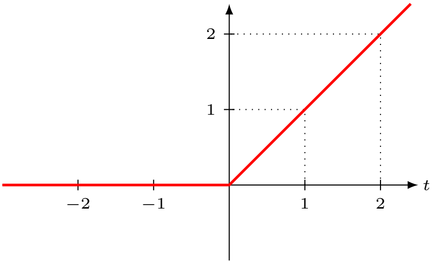
Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

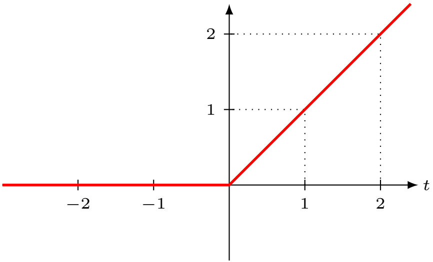


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$f(s) =$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

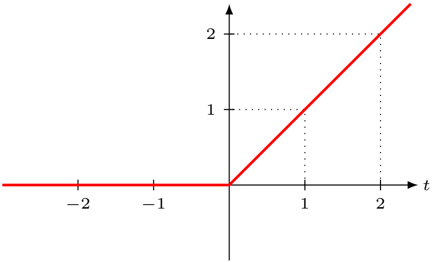


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s}\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{s>0}{=}$$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

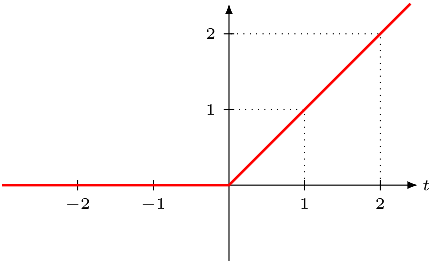


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s}\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{s>0}{=} \left[0-0\right] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s}\left[\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} =$$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

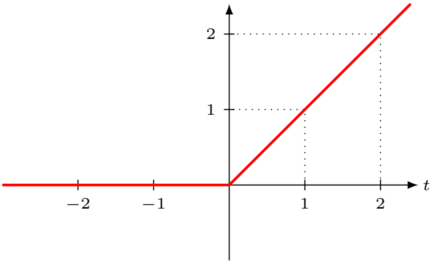


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s}\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{s>0}{=} \Big[0-0\Big] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s}\Big[\mathrm{e}^{-st}\Big]_0^{+\infty} = -\frac{1}{s^2}\Big[0-1\Big] =$$

Exemple n° 2 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} t\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} u'(t) = \mathrm{e}^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s}\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{s>0}{=} \left[0-0\right] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s}\left[\mathrm{e}^{-st}\right]_0^{+\infty} = -\frac{1}{s^2}\left[0-1\right] = \frac{1}{s^2}$$

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice nº 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k\times\mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t\times\mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k\times\mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{k}{s}$	$f(t) = t\times\mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n\times\mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = \mathrm{e}^{at}\times\mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = \mathrm{e}^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s-a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = \mathrm{e}^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s-a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = \mathrm{e}^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{1}{s-a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{a}{s^2+a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$
$f(t) = \mathrm{sh}(at) \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = e^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{1}{s-a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{a}{s^2+a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$
$f(t) = \mathrm{sh}(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{a}{s^2-a^2}$	$f(t) = \mathrm{ch}(at) \times \mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 2 : Détermine $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = \mathrm{e}^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{1}{s-a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{a}{s^2+a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$
$f(t) = \mathrm{sh}(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{a}{s^2-a^2}$	$f(t) = \mathrm{ch}(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \dfrac{s}{s^2-a^2}$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$\mathrm{ch}(t) = \dfrac{\mathrm{e}^t + \mathrm{e}^{-t}}{2}$ et $\mathrm{sh}(t) = \dfrac{\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^{-t}}{2}$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$\mathrm{ch}(t) = \dfrac{\mathrm{e}^t + \mathrm{e}^{-t}}{2}$ et $\mathrm{sh}(t) = \dfrac{\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^{-t}}{2}$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) =$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$$\mathrm{ch}(t) = \frac{\mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t}}{2} \text{ et } \mathrm{sh}(t) = \frac{\mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-t}}{2}$$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) = \boldsymbol{\frac{1}{s-3}}$

ii. $\mathcal{L}\big(\cos(\pi t)\big)(s) =$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$$\mathrm{ch}(t) = \frac{\mathrm{e}^t + \mathrm{e}^{-t}}{2} \text{ et } \mathrm{sh}(t) = \frac{\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^{-t}}{2}$$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) = \dfrac{1}{s-3}$

ii. $\mathcal{L}\big(\cos(\pi t)\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+\pi^2}$

iii. $\mathcal{L}\big(\sin(\pi t)\big)(s) =$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$$\mathrm{ch}(t) = \frac{\mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t}}{2} \text{ et } \mathrm{sh}(t) = \frac{\mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-t}}{2}$$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) = \dfrac{1}{s-3}$

ii. $\mathcal{L}\big(\cos(\pi t)\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+\pi^2}$

iii. $\mathcal{L}\big(\sin(\pi t)\big)(s) = \dfrac{\pi}{s^2+\pi^2}$

iv. $\mathcal{L}\big(t^4\big)(s) =$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$$\operatorname{ch}(t) = \frac{\mathrm{e}^t + \mathrm{e}^{-t}}{2} \text{ et } \operatorname{sh}(t) = \frac{\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^{-t}}{2}$$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) = \dfrac{1}{s-3}$

ii. $\mathcal{L}\big(\cos(\pi t)\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+\pi^2}$

iii. $\mathcal{L}\big(\sin(\pi t)\big)(s) = \dfrac{\pi}{s^2+\pi^2}$

iv. $\mathcal{L}\big(t^4\big)(s) = \dfrac{4!}{s^5} = \dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{s^5} = \dfrac{24}{s^5}$

v. $\mathcal{L}\big(t^5\big)(s) =$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$$\mathrm{ch}(t) = \frac{\mathrm{e}^t + \mathrm{e}^{-t}}{2} \text{ et } \mathrm{sh}(t) = \frac{\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^{-t}}{2}$$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) = \dfrac{1}{s-3}$

ii. $\mathcal{L}\big(\cos(\pi t)\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+\pi^2}$

iii. $\mathcal{L}\big(\sin(\pi t)\big)(s) = \dfrac{\pi}{s^2+\pi^2}$

iv. $\mathcal{L}\big(t^4\big)(s) = \dfrac{4!}{s^5} = \dfrac{4\times 3\times 2\times 1}{s^5} = \dfrac{24}{s^5}$

v. $\mathcal{L}\big(t^5\big)(s) = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{5\times 24}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$

vi. $\mathcal{L}\big(3\big)(s) =$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$$\mathrm{ch}(t) = \frac{\mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t}}{2} \text{ et } \mathrm{sh}(t) = \frac{\mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-t}}{2}$$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) = \dfrac{1}{s-3}$

ii. $\mathcal{L}\big(\cos(\pi t)\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+\pi^2}$

iii. $\mathcal{L}\big(\sin(\pi t)\big)(s) = \dfrac{\pi}{s^2+\pi^2}$

iv. $\mathcal{L}\big(t^4\big)(s) = \dfrac{4!}{s^5} = \dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{s^5} = \dfrac{24}{s^5}$

v. $\mathcal{L}\big(t^5\big)(s) = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{5 \times 24}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$

vi. $\mathcal{L}(3)(s) = \dfrac{3}{s}$

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité $\mathcal{U}$.
Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}\big(f(t)\big)$ au lieu de $\mathcal{L}\big[f(t)\mathcal{U}(t)\big]$

Rappel :

$$\mathrm{ch}(t) = \frac{\mathrm{e}^t + \mathrm{e}^{-t}}{2} \text{ et } \mathrm{sh}(t) = \frac{\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^{-t}}{2}$$

Exemple n° 3 :

i. $\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{3t}\big)(s) = \dfrac{1}{s-3}$

ii. $\mathcal{L}\big(\cos(\pi t)\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+\pi^2}$

iii. $\mathcal{L}\big(\sin(\pi t)\big)(s) = \dfrac{\pi}{s^2+\pi^2}$

iv. $\mathcal{L}\big(t^4\big)(s) = \dfrac{4!}{s^5} = \dfrac{4\times 3\times 2\times 1}{s^5} = \dfrac{24}{s^5}$

v. $\mathcal{L}\big(t^5\big)(s) = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{5\times 24}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$

vi. $\mathcal{L}\big(3\big)(s) = \dfrac{3}{s}$

Exercice n° 3 : Démontre que $\mathcal{L}(\sin(t))(s) = \dfrac{1}{s^2+1}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) =}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9}} =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big)}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) +}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}}$
2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(e^{-t}\big)}$

$$=$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = 4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = 4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(e^{-t}\big)$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = 4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = 4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = 4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = 4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(e^{-t}\big)$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = 4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = 4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(e^{-t}\big)$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} -$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(e^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} +}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = 4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = 4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}(e^{-t})}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

iii. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

3. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = \mathbf{2 \times}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(e^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

3. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = \mathbf{2 \times \frac{2!}{s^3} -}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$
2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

3. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = \mathbf{2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} =}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(e^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

iii. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = \mathbf{2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

iii. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = \mathbf{2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}}$

iv. $\mathcal{L}\left[\frac{1}{4}\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

iii. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = \mathbf{2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}}$

iv. $\mathcal{L}\left[\frac{1}{4}\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \mathbf{\frac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) =}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

1. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = 4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}$

2. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5e^{-t}\big)(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}$$

3. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = 2 \times \dfrac{2!}{s^3} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{4}{s^3} - \dfrac{1}{s}$

4. $\mathcal{L}\left[\dfrac{1}{4}\sin\left(\dfrac{t}{4}\right)\right](s) = \dfrac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\dfrac{t}{4}\right)\right](s) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{\frac{1}{4}}{s^2 + \frac{1}{16}} =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = \mathbf{4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \frac{3}{s^2+9} = \frac{12}{s^2+9}}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = \mathbf{4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)}$

$$= \mathbf{4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}}$$

iii. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = \mathbf{2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}}$

iv. $\mathcal{L}\left[\frac{1}{4}\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \mathbf{\frac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \frac{\frac{1}{4}}{s^2+\frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{16}}{s^2+\frac{1}{16}} =}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace

Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b, on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 4 :

i. $\mathcal{L}\big(4\sin(3t)\big)(s) = 4 \times \mathcal{L}\big(\sin(3t)\big) = 4 \times \dfrac{3}{s^2+9} = \dfrac{12}{s^2+9}$

ii. $\mathcal{L}\big(4t^2 - 3\cos(2t) + 5\mathrm{e}^{-t}\big)(s) = 4\mathcal{L}\big(t^2\big) - 3\mathcal{L}\big(\cos(2t)\big) + 5\mathcal{L}\big(\mathrm{e}^{-t}\big)$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2+4} + 5 \times \frac{1}{s+1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2+4} + \frac{5}{s+1}$$

iii. $\mathcal{L}\big(2t^2 - 1\big)(s) = 2 \times \dfrac{2!}{s^3} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{4}{s^3} - \dfrac{1}{s}$

iv. $\mathcal{L}\left[\dfrac{1}{4}\sin\left(\dfrac{t}{4}\right)\right](s) = \dfrac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\dfrac{t}{4}\right)\right](s) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{\frac{1}{4}}{s^2+\frac{1}{16}} = \dfrac{\frac{1}{16}}{s^2+\frac{1}{16}} = \dfrac{1}{16s^2+1}$

Exercice n° 4 : Démontre que $\mathcal{L}\big[\mathrm{ch}(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$.

Exercice n° 4 : Démontre que $\mathcal{L}\left[\mathrm{ch}(at)\right](s) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \mathcal{L}\big(f\big)(s-a)$$

Exercice n° 4 : Démontre que $\mathcal{L}\left[\operatorname{ch}(at)\right](s) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \mathcal{L}\big(f\big)(s - a)$$

Démonstration

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) =$$

Exercice n° 4 : Démontre que $\mathcal{L}\left[\mathrm{ch}(at)\right](s) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \mathcal{L}\big(f\big)(s - a)$$

Démonstration

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{at} f(t) \mathrm{e}^{-st} \, \mathrm{d}t =$$

Exercice n° 4 : Démontre que $\mathcal{L}\left[\mathrm{ch}(at)\right](s) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \mathcal{L}\big(f\big)(s-a)$$

Démonstration

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{at} f(t) \mathrm{e}^{-st}\, \mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} f(t) \mathrm{e}^{(a-s)t}\, \mathrm{d}t$$

$$=$$

Exercice n° 4 : Démontre que $\mathcal{L}\left[\operatorname{ch}(at)\right](s) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \mathcal{L}(f)(s-a)$$

Démonstration

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) &= \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{at} f(t) \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{(a-s)t}\,\mathrm{d}t \\ &= \int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-(s-a)t}\,\mathrm{d}t =\end{aligned}$$

Exercice n° 4 : Démontre que $\mathcal{L}\left[\mathrm{ch}(at)\right](s) = \dfrac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \mathcal{L}(f)(s-a)$$

Démonstration

$$\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^{at} f(t)\right](s) = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{at} f(t) \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{(a-s)t}\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-(s-a)t}\,\mathrm{d}t = \mathcal{L}(f)(s-a)$$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{(s-1)^2+4}}$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

Exemple n° 5 :

i. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{(s-1)^2+4}}$ car $\boldsymbol{\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}}$

ii. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

3. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

3. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

   car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

3. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

   car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} =$

Exemple n° 5 :

i. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{\mathbf{2}}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

ii. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

iii. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{s}{s^2+\frac{4}{9}} =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

3. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

   car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{s}{s^2+\frac{4}{9}} = \dfrac{9s}{9s^2+4}$

Exemple n° 5 :

i. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{\mathbf{2}}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

ii. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

iii. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{s}{s^2+\frac{4}{9}} = \dfrac{9s}{9s^2+4}$

iv. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{-2t}\right](s) =$

Exemple n° 5 :

i. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

ii. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

iii. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{s}{s^2+\frac{4}{9}} = \dfrac{9s}{9s^2+4}$

iv. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{-2t}\right](s) = \dfrac{9(s+2)}{9(s+2)^2+4}$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

3. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

   car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{s}{s^2+\frac{4}{9}} = \dfrac{9s}{9s^2+4}$

4. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{-2t}\right](s) = \dfrac{9(s+2)}{9(s+2)^2+4}$

5. $\mathcal{L}\left[t\mathrm{e}^{4t}\right](s) =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

3. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

   car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{s}{s^2+\frac{4}{9}} = \dfrac{9s}{9s^2+4}$

4. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{-2t}\right](s) = \dfrac{9(s+2)}{9(s+2)^2+4}$

5. $\mathcal{L}\left[t\mathrm{e}^{4t}\right](s) = \dfrac{1}{(s-4)^2}$ car $\mathcal{L}[t](s) =$

Exemple n° 5 :

1. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{t}\right](s) = \dfrac{2}{(s-1)^2+4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \dfrac{2}{s^2+4}$

2. $\mathcal{L}\left[\sin(2t)\,\mathrm{e}^{-t}\right](s) = \dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

3. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{2t}\right](s) = \dfrac{9(s-2)}{9(s-2)^2+4}$

   car $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\right](s) = \dfrac{s}{s^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{s}{s^2+\frac{4}{9}} = \dfrac{9s}{9s^2+4}$

4. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\dfrac{2}{3}t\right)\mathrm{e}^{-2t}\right](s) = \dfrac{9(s+2)}{9(s+2)^2+4}$

5. $\mathcal{L}\left[t\mathrm{e}^{4t}\right](s) = \dfrac{1}{(s-4)^2}$ car $\mathcal{L}[t](s) = \dfrac{1}{s^2}$

Exercice n° 5 : Trouve

1. $\mathcal{L}\left(t^2 \mathrm{e}^{3t}\right)$
2. $\mathcal{L}\left(\mathrm{e}^{-2t}\sin(4t)\right)$
3. $\mathcal{L}\left(\mathrm{e}^{4t}\cos(5t)\right)$
4. $\mathcal{L}\left[\left[3\cos(6t) - 5\sin(6t)\right]\mathrm{e}^{-2t}\right]$

Exercice n° 5 : Trouve

1. $\mathcal{L}\left(t^2 e^{3t}\right)$
2. $\mathcal{L}\left(e^{-2t}\sin(4t)\right)$
3. $\mathcal{L}\left(e^{4t}\cos(5t)\right)$
4. $\mathcal{L}\Big[\big[3\cos(6t) - 5\sin(6t)\big]e^{-2t}\Big]$

Exercice n° 6 :

1. Démontre que $\mathcal{L}\left[\cos^2(t)\right](s) = \dfrac{s^2+2}{s^3+4s}$
2. Déduis-en $\mathcal{L}\left[\cos^2(t)e^{-t}\right](s)$

Exercice n° 5 : Trouve

1. $\mathcal{L}\big(t^2 e^{3t}\big)$
2. $\mathcal{L}\big(e^{-2t}\sin(4t)\big)$
3. $\mathcal{L}\big(e^{4t}\cos(5t)\big)$
4. $\mathcal{L}\Big[\big[3\cos(6t) - 5\sin(6t)\big]e^{-2t}\Big]$

Exercice n° 6 :

1. Démontre que $\mathcal{L}\left[\cos^2(t)\right](s) = \dfrac{s^2+2}{s^3+4s}$
2. Déduis-en $\mathcal{L}\left[\cos^2(t)e^{-t}\right](s)$

Exercice n° 7 : Détermine $\mathcal{L}\left[\cos\left(t - \dfrac{2\pi}{3}\right)\right](s)$.

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$\mathcal{L}\big[f(at)\big] =$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}\big(\cos\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \frac{1}{a}\mathcal{L}\big(\cos\big)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a}\frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2+1} = \frac{\frac{s}{a^2}}{\frac{s^2}{a^2}+1} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=}$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}\big(\cos\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \frac{1}{a}\mathcal{L}\big(\cos\big)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a}\frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2+1} = \frac{\frac{s}{a^2}}{\frac{s^2}{a^2}+1} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{dt} \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) =$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \frac{1}{a}\mathcal{L}(\cos)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a}\frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2+1} = \frac{\frac{s}{a^2}}{\frac{s^2}{a^2}+1} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-\left(\frac{s}{a}\right)u}\,\mathrm{d}u$$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-\left(\frac{s}{a}\right)u}\,\mathrm{d}u$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}\big(\cos\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-\left(\frac{s}{a}\right)u}\,\mathrm{d}u$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}\big(\cos\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) =$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-\left(\frac{s}{a}\right)u}\,\mathrm{d}u$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}\big(\cos\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \frac{1}{a}\mathcal{L}\big(\cos\big)\left(\frac{s}{a}\right) =$$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-\left(\frac{s}{a}\right)u}\,\mathrm{d}u$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}\big(\cos\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \frac{1}{a}\mathcal{L}\big(\cos\big)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a}\frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2+1} =$$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-\left(\frac{s}{a}\right)u}\,\mathrm{d}u$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \frac{1}{a}\mathcal{L}(\cos)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a}\frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2+1} = \frac{\frac{s}{a^2}}{\frac{s^2}{a^2}+1} =$$

Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}\big(f(t)\big) = F(s)$ alors $\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$

Démonstration

$$\mathcal{L}\big[f(at)\big] = \int_0^{+\infty} f(at)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t \underset{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-s\left(\frac{u}{a}\right)}\mathrm{d}\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} f(u)\mathrm{e}^{-\left(\frac{s}{a}\right)u}\,\mathrm{d}u$$

Exemple n° 6 :Sachant que $\mathcal{L}\big(\cos\big)(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ démontre que $\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \dfrac{s}{s^2+a^2}$

$$\mathcal{L}\big[\cos(at)\big](s) = \frac{1}{a}\mathcal{L}\big(\cos\big)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a}\frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2+1} = \frac{\frac{s}{a^2}}{\frac{s^2}{a^2}+1} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

3. La fonction Γ

Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée $\boldsymbol{\Gamma}$ est définie par : $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-t}\, \mathrm{d}t$

3. La fonction Γ

Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée $\boldsymbol{\Gamma}$ est définie par : $\Gamma(\alpha) = \displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)}$

3. La fonction Γ

Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée $\mathbf{\Gamma}$ est définie par : $\Gamma(\alpha) = \displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

3. La fonction Γ

Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée $\boldsymbol{\Gamma}$ est définie par : $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Démonstration

- $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t \underset{\text{IPP}}{=} \underbrace{\left[t^{\alpha-1}\left(-\mathrm{e}^{-t}\right)\right]_0^{+\infty}}_{=0} - \int_0^{+\infty} (\alpha-1)t^{\alpha-2}\left(-\mathrm{e}^{-t}\right)\mathrm{d}t$

  $= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$

3. La fonction Γ

Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée $\mathbf{\Gamma}$ est définie par : $\Gamma(\alpha) = \displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Démonstration

- $$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t \underset{\text{IPP}}{=} \underbrace{\Big[t^{\alpha-1}\big(-\mathrm{e}^{-t}\big)\Big]_0^{+\infty}}_{=0} - \int_0^{+\infty}(\alpha-1)t^{\alpha-2}\big(-\mathrm{e}^{-t}\big)\,\mathrm{d}t$$
  $$= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$$
- $$\Gamma(1) = \int_0^{+\infty} t^0\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t = -\Big[\mathrm{e}^{-t}\Big]_0^{+\infty} = -\Big[0-1\Big] = 1$$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) =$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) =}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) =$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1} \times \mathbf{\Gamma(1)} = \mathbf{1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4} \times \mathbf{\Gamma(4)} = \mathbf{4} \times \mathbf{3\Gamma(3)} =$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) =}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $=$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $= \mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $= \mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma(8) =$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $= \mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma(8) = \mathbf{7! =}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $= \mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma(8) = \mathbf{7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $= \mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma(8) = \mathbf{7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $= \mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma(8) = \mathbf{7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$

Exemple n° 7 : Calcule :

- $\Gamma(2) = \mathbf{1 \times \Gamma(1) = 1}$
- $\Gamma(5) = \mathbf{4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)}$
  $= \mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma(8) = \mathbf{7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) =$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4!} =$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 =}$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) =$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) =}$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \left(\mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\left(2 + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)}$

$=$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$

$$= \left(2 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) =$$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\left(2 + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)}$

$$= \boldsymbol{\left(2 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} =}$$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2} + \frac{1}{2}\right) \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2} + \frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2} + \frac{1}{2}\right)\left(\mathbf{1} + \frac{1}{2}\right) \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1} + \frac{1}{2}\right)$

$$= \left(2 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)$

  $= \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$
- $\Gamma\left(4+\frac{1}{2}\right) =$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$

- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{1}{2}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2}+\frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{1}{2}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{1}{2}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1}+\frac{1}{2}\right)$
  $= \left(\mathbf{2}+\frac{1}{2}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}} = \frac{\mathbf{15}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{8}}$

- $\Gamma\left(4+\frac{1}{2}\right) = \frac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^4}} =$

Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{(\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)}$
- $\Gamma(1) = \mathbf{1}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \left(\mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$
  $= \left(\mathbf{2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}} = \frac{\mathbf{15}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{8}}$
- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times} \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^4}} = \frac{\mathbf{105}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{16}}$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$

$$= \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \sqrt{\boldsymbol{\pi}} = \frac{\mathbf{15}\sqrt{\boldsymbol{\pi}}}{\mathbf{8}}$$

- $\Gamma\left(4+\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7} \times \sqrt{\boldsymbol{\pi}}}{\mathbf{2^4}} = \dfrac{\mathbf{105}\sqrt{\boldsymbol{\pi}}}{\mathbf{16}}$
- $\Gamma\left(\dfrac{13}{2}\right) =$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$

$$= \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}} = \frac{\mathbf{15}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{8}}$$

- $\Gamma\left(4+\frac{1}{2}\right) = \frac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^4}} = \frac{\mathbf{105}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{16}}$

- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{2}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) =$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)$

  $$= \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$$

- $\Gamma\left(4+\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16}$

- $\Gamma\left(\dfrac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\dfrac{12}{2}+\dfrac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6+\dfrac{1}{2}\right) =$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \mathbf{\left(2+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)}$

$$= \mathbf{\left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}}$$

- $\Gamma\left(4+\dfrac{1}{2}\right) = \mathbf{\dfrac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16}}$
- $\Gamma\left(\dfrac{13}{2}\right) = \mathbf{\Gamma\left(\dfrac{12}{2}+\dfrac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6+\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6}}$

$$=$$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \mathbf{\left(2+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)}$

  $$= \mathbf{\left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}}$$

- $\Gamma\left(4+\dfrac{1}{2}\right) = \mathbf{\dfrac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16}}$
- $\Gamma\left(\dfrac{13}{2}\right) = \mathbf{\Gamma\left(\dfrac{12}{2}+\dfrac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6+\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6}}$

  $$= \mathbf{\frac{10395\sqrt{\pi}}{64}}$$

- $\Gamma(1,5) =$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2+\frac{1}{2}\right) = \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)$

  $= \left(2+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$
- $\Gamma\left(4+\frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$
- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{12}{2}+\frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6+\frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6}$

  $= \frac{10395\sqrt{\pi}}{64}$
- $\Gamma(1,5) = \Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right) =$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$

  $= \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}} = \frac{\mathbf{15}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{8}}$
- $\Gamma\left(4+\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^4}} = \dfrac{\mathbf{105}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{16}}$
- $\Gamma\left(\dfrac{13}{2}\right) = \boldsymbol{\Gamma}\left(\dfrac{\mathbf{12}}{\mathbf{2}}+\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{6}+\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \dfrac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^6}}$

  $= \dfrac{\mathbf{10395}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{64}}$
- $\Gamma(1,5) = \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1}+\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \dfrac{\mathbf{1} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^1}} =$

Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = \boldsymbol{n!}$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

Exemple n° 8 : Calcule :

- $\Gamma(5) = \mathbf{4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24}$
- $\Gamma\left(3+\frac{1}{2}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$

  $= \left(\mathbf{2}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}} = \frac{\mathbf{15}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{8}}$
- $\Gamma\left(4+\frac{1}{2}\right) = \frac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^4}} = \frac{\mathbf{105}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{16}}$
- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{2}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{6}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \frac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^6}}$

  $= \frac{\mathbf{10395}\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{64}}$
- $\Gamma(1,5) = \boldsymbol{\Gamma}\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \frac{\mathbf{1} \times \boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2^1}} = \frac{\boldsymbol{\sqrt{\pi}}}{\mathbf{2}}$

Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geqslant 0$,

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times \ldots \times (2}\boldsymbol{n}\mathbf{+1)}}{\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}}\sqrt{\boldsymbol{\pi}} \quad (\boldsymbol{n} \text{ facteurs})$$

Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geqslant 0$,

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{\mathbf{1 \times 3 \times 5 \times \ldots \times (2}\boldsymbol{n}\mathbf{+1)}}{\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}}\sqrt{\boldsymbol{\pi}} \quad (\boldsymbol{n} \text{ facteurs})$$

Exemple n° 9 : $\Gamma(5,5) =$

Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geqslant 0$,

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \ldots \times (2n+1)}{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}\sqrt{\pi} \quad (n \text{ facteurs})$$

Exemple n° 9 : $\Gamma(5,5) = \dfrac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9}{2^5}\sqrt{\pi} =$

Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geqslant 0$,

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \ldots \times (2n+1)}{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}\sqrt{\pi} \quad (n \text{ facteurs})$$

Exemple n° 9 : $\Gamma(5,5) = \dfrac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9}{2^5}\sqrt{\pi} = \dfrac{945\sqrt{\pi}}{32}$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^{\alpha}) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\mathbf{\Gamma(4)}}{s^4} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^{\alpha}) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^{\alpha}) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^{\alpha}) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^{\alpha}) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^{\alpha}) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \dfrac{\frac{1\times3}{2^2}\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \dfrac{\frac{1\times3}{2^2}\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \dfrac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \dfrac{\frac{1\times3}{2^2}\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \dfrac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}\left(\dfrac{1}{\sqrt{t}}\right) =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^{\alpha}) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times 3\times 5\times 7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \dfrac{\frac{1\times 3}{2^2}\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \dfrac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}\left(\dfrac{1}{\sqrt{t}}\right) = \mathcal{L}\left(t^{-\frac{1}{2}}\right) =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \dfrac{\frac{1\times3}{2^2}\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \dfrac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}\left(\dfrac{1}{\sqrt{t}}\right) = \mathcal{L}\left(t^{-\frac{1}{2}}\right) = \dfrac{\Gamma(0,5)}{s^{0,5}} =$

Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 10 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \dfrac{\Gamma(4)}{s^4} = \dfrac{3!}{s^4} = \dfrac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \dfrac{\Gamma(6)}{s^6} = \dfrac{5!}{s^6} = \dfrac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \dfrac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \dfrac{\frac{1\times3\times5\times7}{2^4}}{s^{4,5}} = \dfrac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \dfrac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \dfrac{\frac{1\times3}{2^2}\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \dfrac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}\left(\dfrac{1}{\sqrt{t}}\right) = \mathcal{L}\left(t^{-\frac{1}{2}}\right) = \dfrac{\Gamma(0,5)}{s^{0,5}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s}}$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\boldsymbol{\Gamma(\alpha + 1)}}{\boldsymbol{\alpha}}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\boldsymbol{\Gamma(\alpha + 1)}}{\boldsymbol{\alpha}}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\boldsymbol{\Gamma(\alpha + 1)}}{\boldsymbol{\alpha}}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\boldsymbol{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}}{\boldsymbol{-\frac{1}{2}}} \boldsymbol{= -2\sqrt{\pi}}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\boldsymbol{\Gamma(\alpha + 1)}}{\boldsymbol{\alpha}}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\boldsymbol{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}}{\boldsymbol{-\frac{1}{2}}} \boldsymbol{= -2\sqrt{\pi}}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\boldsymbol{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}}{\boldsymbol{-\frac{3}{2}}} \boldsymbol{=}$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{5}{2}\right) =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \boldsymbol{\dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \boldsymbol{\dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \boldsymbol{\dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{5}{2}\right) =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \dfrac{\frac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} =$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha-1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha-1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$

- $\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2\times 2}{1\times 3}\sqrt{\pi}$

- $\Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \dfrac{\frac{2\times 2}{1\times 3}\sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\dfrac{2\times 2\times 2}{1\times 3\times 5}\sqrt{\pi}$

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \dfrac{\dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\dfrac{2 \times 2 \times 2}{1 \times 3 \times 5}\sqrt{\pi}$

Par contre,

- $\Gamma(1) = \Gamma(0) \times 0$ et il en résulte que $\Gamma(0)$ doit être **infini**.

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\mathbf{\Gamma(\alpha + 1)}}{\boldsymbol{\alpha}}$

- $\Gamma\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \dfrac{\frac{2 \times 2}{1 \times 3}\sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\dfrac{2 \times 2 \times 2}{1 \times 3 \times 5}\sqrt{\pi}$

Par contre,

- $\Gamma(1) = \Gamma(0) \times 0$ et il en résulte que $\Gamma(0)$ doit être **infini**.
- $\Gamma(0) = \Gamma(-1) \times (-1)$ et il en résulte que $\Gamma(-1)$ doit être **infini**.

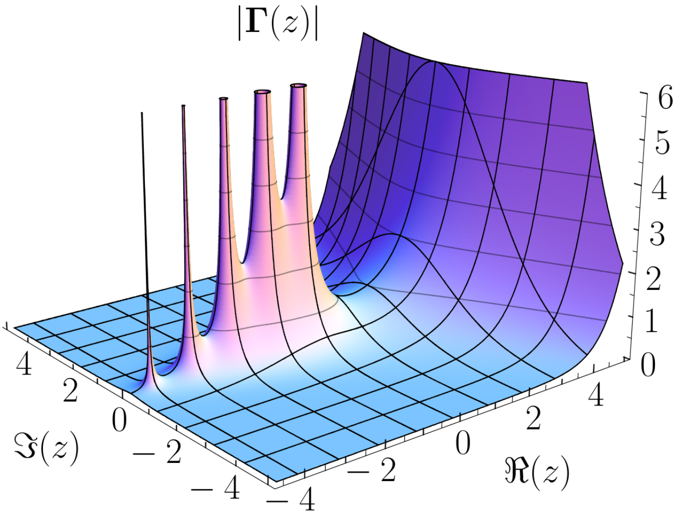
Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$,

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha-1) = \dfrac{\Gamma(\alpha)}{\alpha-1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \dfrac{\Gamma(\alpha+1)}{\alpha}$

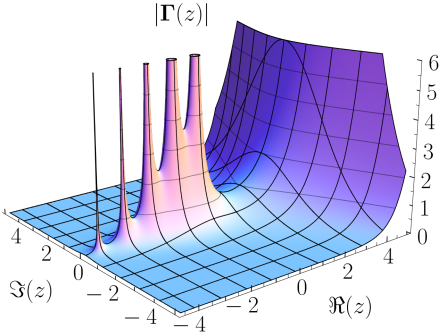
- $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2\times 2}{1\times 3}\sqrt{\pi}$
- $\Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \dfrac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \dfrac{\frac{2\times 2}{1\times 3}\sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\dfrac{2\times 2\times 2}{1\times 3\times 5}\sqrt{\pi}$

Par contre,

- $\Gamma(1) = \Gamma(0)\times 0$ et il en résulte que $\Gamma(0)$ doit être **infini**.
- $\Gamma(0) = \Gamma(-1)\times(-1)$ et il en résulte que $\Gamma(-1)$ doit être **infini**.
- $\Gamma(-1) = \Gamma(-2)\times(-2)$ et il en résulte que $\Gamma(-1)$ doit être **infini**.



$|\Gamma(z)|$
6
5
4
3
2
1
0
4
2
0
$\Im(z)$
-2
-4
-4
-2
0
2
4
$\Re(z)$

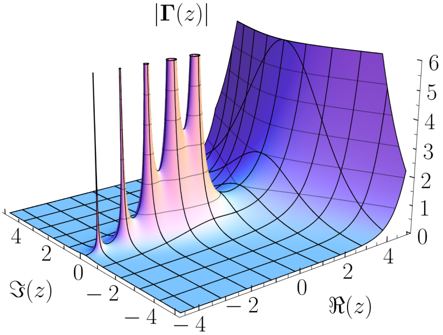


En fait, en prolongeant la fonction Γ au nombres complexes, en reprenant

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t \text{ pour } \Re(z) > 0,$$

elle peut être prolongée analytiquement en une fonction méromorphe sur $\mathbb{C} \setminus \{0; -1; -2; -3; \dots\}$, dont le module est représenté ci-contre.

Il s'en suit la propriété suivantes :



En fait, en prolongeant la fonction Γ au nombres complexes, en reprenant

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} \mathrm{e}^{-t}\, \mathrm{d}t \text{ pour } \Re(z) > 0,$$

elle peut être prolongée analytiquement en une fonction méromorphe sur $\mathbb{C} \setminus \{0; -1; -2; -3; \ldots\}$, dont le module est représenté ci-contre.

Il s'en suit la propriété suivantes :

Propriété:

Pour tout entier naturel $n > 0$, $\Gamma\left(-n + \frac{1}{2}\right) = (-1)^n \times \frac{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}{1 \times 3 \times 5 \times \ldots \times (2n-1)} \sqrt{\pi}$ (n facteurs)

Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^{\infty}(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$

Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}\big(f'\big)(s) = s\mathcal{L}\big(f\big)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}\big(f''\big)(s) = s^2\mathcal{L}\big(f\big)(s) - sf(0) - f'(0)$

Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^{\infty}(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$
- $\mathcal{L}(f''')(s) = s^3\mathcal{L}(f)(s) - s^2 f(0) - sf'(0) - f''(0)$

Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}\big(f'\big)(s) = s\mathcal{L}\big(f\big)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}\big(f''\big)(s) = s^2\mathcal{L}\big(f\big)(s) - sf(0) - f'(0)$
- $\mathcal{L}\big(f'''\big)(s) = s^3\mathcal{L}\big(f\big)(s) - s^2 f(0) - sf'(0) - f''(0)$
- $\mathcal{L}\Big(f^{(k+1)}\Big)(s) = s^{k+1}\mathcal{L}\big(f\big)(s) - \sum_{i=0}^{k} s^i f^{(k-i)}(0)$

Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$
- $\mathcal{L}(f''')(s) = s^3\mathcal{L}(f)(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0)$
- $\mathcal{L}\left(f^{(k+1)}\right)(s) = s^{k+1}\mathcal{L}(f)(s) - \sum_{i=0}^{k} s^i f^{(k-i)}(0)$

Exercice n° 8 : Démontre que

1. $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
2. Déduis-en $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$

Exercice n° 9 : Retrouve la transformée de Laplace du cosinus à partir de celle du sinus.

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] =$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) =}$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$et $\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^t\right] =$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$et $\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^t\right] = \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{s - 1}}$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$ et $\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^t\right] = \boldsymbol{\dfrac{1}{s-1}}$ donc, la transformée de Laplace de l'**ED** est :

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$ et $\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^t\right] = \boldsymbol{\frac{1}{s-1}}$ donc, la transformée de Laplace de l'**ED** est :

$$s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1 + \mathcal{L}[y] \quad = \quad \frac{1}{s-1}$$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$et $\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^t\right] = \boldsymbol{\dfrac{1}{s-1}}$donc, la transformée de Laplace de l'**ED** est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y]\,(s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \end{aligned}$$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$ et $\mathcal{L}\left[e^t\right] = \boldsymbol{\dfrac{1}{s-1}}$ donc, la transformée de Laplace de l'**ED** est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y]\,(s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y]\,(s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$et $\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^t\right] = \boldsymbol{\dfrac{1}{s-1}}$donc, la transformée de Laplace de l'**ED** est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y]\,(s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y]\,(s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

Donc, il faut retrouver la fonction y qui dans le domaine de Laplace s'écrit $\boldsymbol{\dfrac{s}{(s-1)(s+1)}}$.

Considérons l'**E**quation **D**ifférentielle $\begin{cases} y' + y = \mathrm{e}^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = \boldsymbol{s\mathcal{L}[y]\,(s) - y(0) = s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1}$ et $\mathcal{L}\left[\mathrm{e}^t\right] = \boldsymbol{\dfrac{1}{s-1}}$ donc, la transformée de Laplace de l'**ED** est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y]\,(s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y]\,(s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y]\,(s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

Donc, il faut retrouver la fonction y qui dans le domaine de Laplace s'écrit $\boldsymbol{\dfrac{s}{(s-1)(s+1)}}$.
Pour ce faire, il faut savoir revenir au domaine temporel en inversant la transformée de Laplace.