



Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $] - \infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.



Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $] -\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée \mathcal{U} , définie par

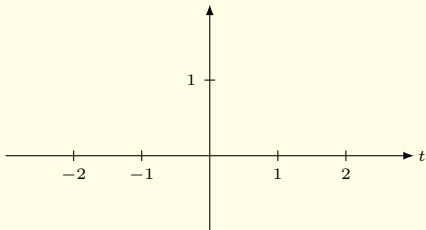
$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$



Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $] -\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée \mathcal{U} , définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

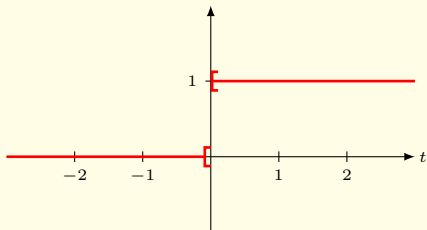




Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $] -\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée \mathcal{U} , définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$



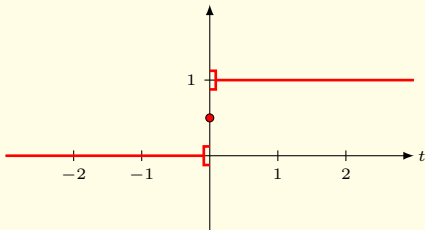
Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**



Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $] -\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée \mathcal{U} , définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$



Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**

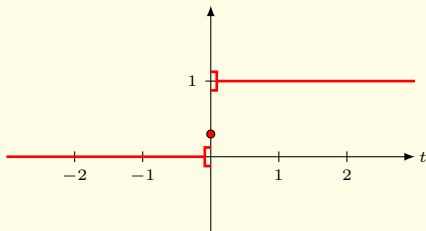
Remarque : En 0, sa valeur n'a généralement aucune importance, souvent elle vaut $\frac{1}{2}$.



Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $] -\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée \mathcal{U} , définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$



Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**

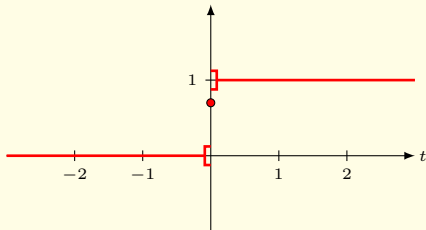
Remarque : En 0, sa valeur n'a généralement aucune importance, souvent elle vaut $\frac{1}{2}$.



Définition:

- On appelle **fonction causale** toute fonction nulle sur $] -\infty, 0[$ et continue par morceaux sur $[0, +\infty[$.
- La fonction **échelon-unité** est la fonction causale, notée \mathcal{U} , définie par

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$



Cette fonction aussi appelée fonction de **Heaviside**

Remarque : En 0, sa valeur n'a généralement aucune importance, souvent elle vaut $\frac{1}{2}$.

II. Transformée de Laplace

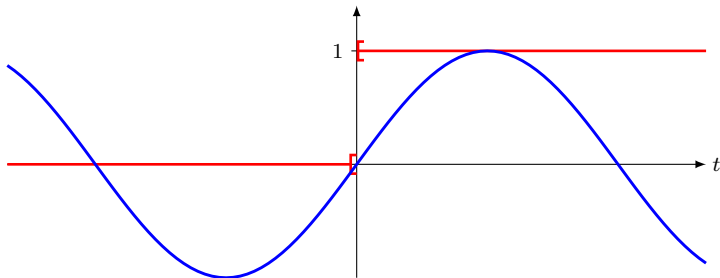
Exemple n° 17 : La fonction sinus n'est pas causale, car **elle n'est pas nulle sur $] - \infty, 0[$** .

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 17 : La fonction sinus n'est pas causale, car **elle n'est pas nulle sur $] -\infty, 0[$** .

On la rend causale, en lui associant la fonction suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{f}: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \mathcal{U}(t) \sin(t) \end{aligned}$$

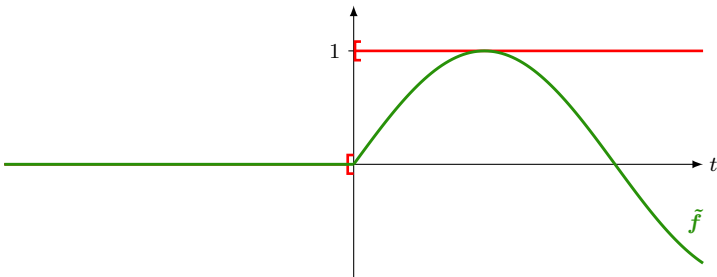


II. Transformée de Laplace

Exemple n° 17 : La fonction sinus n'est pas causale, car **elle n'est pas nulle sur $] - \infty, 0[$** .

On la rend causale, en lui associant la fonction suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{f}: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \mathcal{U}(t) \sin(t) \end{aligned}$$





Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(f): A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt\end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exemple n° 18 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : \mathcal{U}

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) =$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exemple n° 18 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : \mathcal{U}

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) =$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exemple n° 18 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : \mathcal{U}

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)e^{-st} dt =$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(f): A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt\end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exemple n° 18 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : \mathcal{U}

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} e^{-st} dt =$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exemple n° 18 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : \mathcal{U}

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{-s} \left[e^{-st} \right]_0^{+\infty} \underset{s>0}{=} 0$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exemple n° 18 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : \mathcal{U}

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{-s} \left[e^{-st} \right]_0^{+\infty} \underset{s>0}{=} -\frac{1}{s} [0 - 1] =$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exemple n° 18 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction échelon-unité : \mathcal{U}

$$\mathcal{L}(\mathcal{U})(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{-s} \left[e^{-st} \right]_0^{+\infty} \underset{s>0}{=} -\frac{1}{s} [0 - 1] = \frac{1}{s}$$



Définition:



Pierre-Simon de Laplace
1749-1827

Si f est une fonction causale, la **transformée de Laplace** de f est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f) : A \subset \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ s &\longmapsto \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \end{aligned}$$

où A est l'ensemble des valeurs de \mathbb{R} pour lesquelles cette intégrale converge. Les questions de convergence concernant surtout les mathématiciens, nous nous limiterons au cas $A \cap]0, +\infty[$, soit généralement $s > 0$.

Exercice n° 5 : Trouve la transformée de Laplace de la fonction

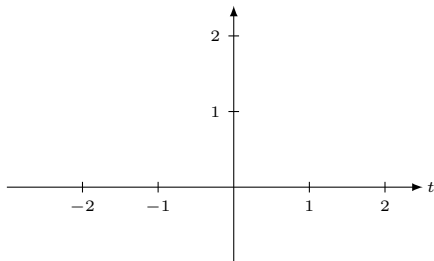
$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ k & \text{si } t \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



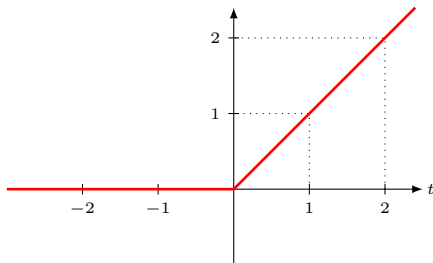
$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} t e^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = \dots \\ v(t) = \dots \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dots \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s} e^{-st} \right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{+\infty} e^{-st} dt \underset{s>0}{=} [0 - 0] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s} [e^{-st}]_0^{+\infty} = -\frac{1}{s^2} [0 - 1] = \frac{1}{s^2}$$

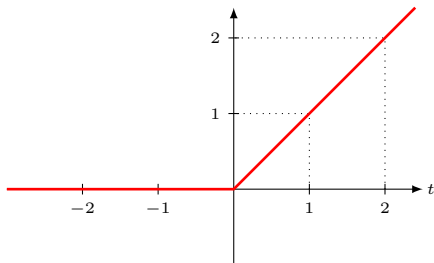
II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



II. Transformée de Laplace

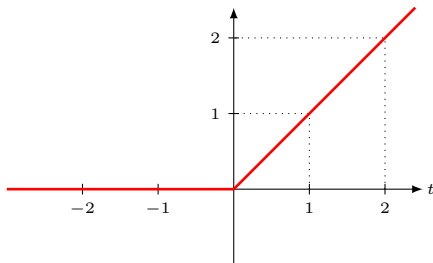
Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) =$$

II. Transformée de Laplace

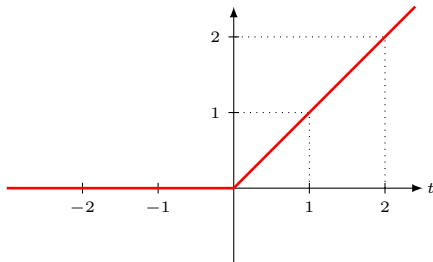
Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)e^{-st} dt =$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

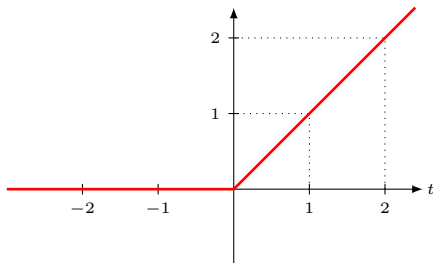


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} te^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = \dots \\ v(t) = \dots \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dots \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

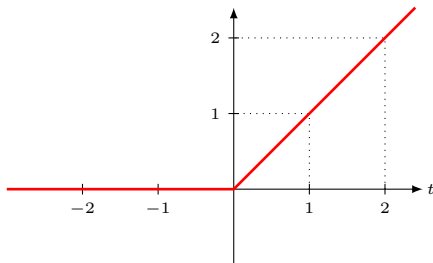


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} te^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = \dots \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dots \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

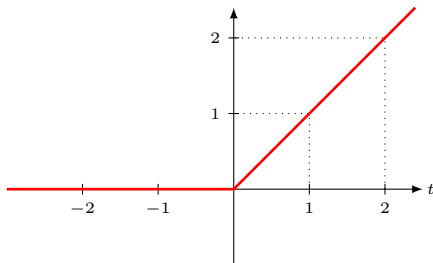


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} t e^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \dots \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

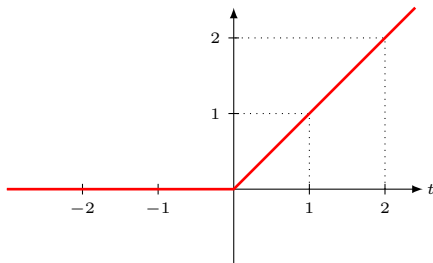


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} te^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \frac{1}{-s}e^{-st} \\ v'(t) = \dots \end{cases}$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.

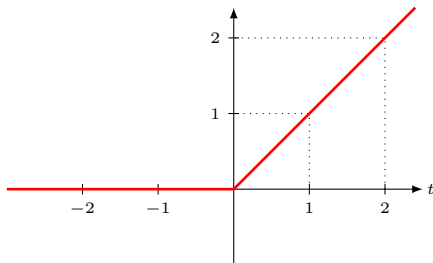


$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} te^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \frac{1}{-s}e^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



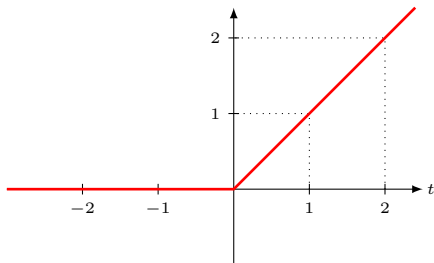
$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} te^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \frac{1}{-s}e^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) =$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



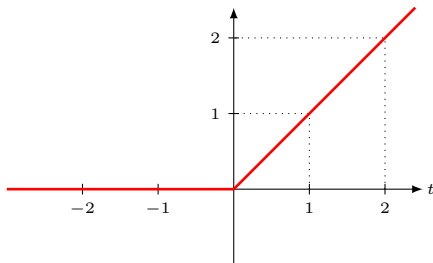
$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} t e^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \frac{1}{-s} e^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s} e^{-st} \right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{+\infty} e^{-st} dt \quad s > 0$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



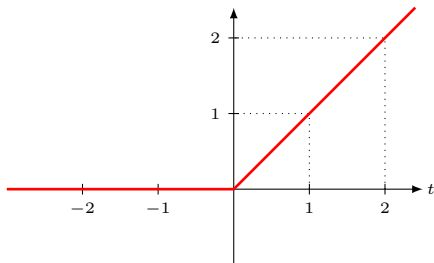
$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} t e^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \frac{1}{-s} e^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s} e^{-st} \right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{+\infty} e^{-st} dt \underset{s>0}{=} [0 - 0] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s} \left[e^{-st} \right]_0^{+\infty} =$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



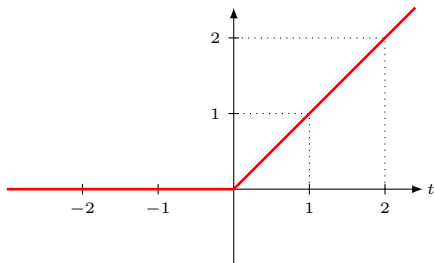
$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} t e^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \frac{1}{-s} e^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s} e^{-st} \right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{+\infty} e^{-st} dt \underset{s>0}{=} [0 - 0] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s} [e^{-st}]_0^{+\infty} = -\frac{1}{s^2} [0 - 1] =$$

II. Transformée de Laplace

Exemple n° 19 : Calculons la transformée de Laplace de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = t\mathcal{U}(t)$.



$$\mathcal{L}(f)(s) = f(s) = \int_0^{+\infty} t \times \mathcal{U}(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} t e^{-st} dt$$

$$\begin{cases} u'(t) = e^{-st} \\ v(t) = t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u(t) = \frac{1}{-s} e^{-st} \\ v'(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(s) = \left[-\frac{t}{s} e^{-st} \right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{+\infty} e^{-st} dt \underset{s>0}{=} [0 - 0] + \frac{1}{s} \times \frac{1}{-s} [e^{-st}]_0^{+\infty} = -\frac{1}{s^2} [0 - 1] = \frac{1}{s^2}$$

Exercice n° 6 : Détermine $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

Exercice n° 6 : Détermine $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = e^{at} \times \mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = e^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s - a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = e^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s - a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = e^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s - a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$
$f(t) = \text{sh}(at) \times \mathcal{U}(t)$			

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = e^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s - a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$
$f(t) = \text{sh}(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{a}{s^2 - a^2}$	$f(t) = \text{ch}(at) \times \mathcal{U}(t)$	

Exercice n° 6 : Déterminez $\mathcal{L}(e^{at})(s)$ pour quelles valeurs de s est-elle définie ?

1. Transformée de Laplace de fonctions usuelles

Le calcul de la transformation de Laplace à partir des définitions des fonctions usuelles n'est pas à savoir. En revanche, les transformées les plus courantes doivent être connues. Dans d'autres cas, le tableau des transformées vous sera donné. Vous devez donc connaître les transformées de Laplace suivantes :

Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$	Domaine temporel $f(t)$	Domaine de Laplace $F(s)$
$f(t) = k \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{k}{s}$	$f(t) = t \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$f(t) = e^{at} \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{1}{s - a}$
$f(t) = \sin(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$	$f(t) = \cos(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$
$f(t) = \text{sh}(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{a}{s^2 - a^2}$	$f(t) = \text{ch}(at) \times \mathcal{U}(t)$	$F(s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\text{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \text{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\operatorname{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \operatorname{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) =$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\text{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \text{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) = \frac{1}{s - 3}$

ii. $\mathcal{L}(\cos(\pi t))(s) =$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\operatorname{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \operatorname{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) = \frac{1}{s - 3}$

ii. $\mathcal{L}(\cos(\pi t))(s) = \frac{s}{s^2 + \pi^2}$

iii. $\mathcal{L}(\sin(\pi t))(s) =$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\operatorname{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \operatorname{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) = \frac{1}{s - 3}$

iv. $\mathcal{L}(t^4)(s) =$

ii. $\mathcal{L}(\cos(\pi t))(s) = \frac{s}{s^2 + \pi^2}$

iii. $\mathcal{L}(\sin(\pi t))(s) = \frac{\pi}{s^2 + \pi^2}$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\operatorname{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \operatorname{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) = \frac{1}{s - 3}$

iv. $\mathcal{L}(t^4)(s) = \frac{4!}{s^5} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{s^5} = \frac{24}{s^5}$

ii. $\mathcal{L}(\cos(\pi t))(s) = \frac{s}{s^2 + \pi^2}$

v. $\mathcal{L}(t^5)(s) =$

iii. $\mathcal{L}(\sin(\pi t))(s) = \frac{\pi}{s^2 + \pi^2}$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\text{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \text{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) = \frac{1}{s - 3}$

iv. $\mathcal{L}(t^4)(s) = \frac{4!}{s^5} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{s^5} = \frac{24}{s^5}$

ii. $\mathcal{L}(\cos(\pi t))(s) = \frac{s}{s^2 + \pi^2}$

v. $\mathcal{L}(t^5)(s) = \frac{5!}{s^6} = \frac{5 \times 24}{s^6} = \frac{120}{s^6}$

iii. $\mathcal{L}(\sin(\pi t))(s) = \frac{\pi}{s^2 + \pi^2}$

vi. $\mathcal{L}(3)(s) =$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\text{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \text{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) = \frac{1}{s - 3}$

iv. $\mathcal{L}(t^4)(s) = \frac{4!}{s^5} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{s^5} = \frac{24}{s^5}$

ii. $\mathcal{L}(\cos(\pi t))(s) = \frac{s}{s^2 + \pi^2}$

v. $\mathcal{L}(t^5)(s) = \frac{5!}{s^6} = \frac{5 \times 24}{s^6} = \frac{120}{s^6}$

iii. $\mathcal{L}(\sin(\pi t))(s) = \frac{\pi}{s^2 + \pi^2}$

vi. $\mathcal{L}(3)(s) = \frac{3}{s}$

II. Transformée de Laplace

Remarque : Dans la suite, on omettra la fonction échelon-unité \mathcal{U} .

Autrement dit, on écrira $\mathcal{L}(f(t))$ au lieu de $\mathcal{L}[f(t)\mathcal{U}(t)]$



Rappel :

$$\operatorname{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ et } \operatorname{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Exemple n° 20 :

i. $\mathcal{L}(e^{3t})(s) = \frac{1}{s - 3}$

iv. $\mathcal{L}(t^4)(s) = \frac{4!}{s^5} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{s^5} = \frac{24}{s^5}$

ii. $\mathcal{L}(\cos(\pi t))(s) = \frac{s}{s^2 + \pi^2}$

v. $\mathcal{L}(t^5)(s) = \frac{5!}{s^6} = \frac{5 \times 24}{s^6} = \frac{120}{s^6}$

iii. $\mathcal{L}(\sin(\pi t))(s) = \frac{\pi}{s^2 + \pi^2}$

vi. $\mathcal{L}(3)(s) = \frac{3}{s}$

Exercice n° 7 : Démontre que $\mathcal{L}(\sin(t))(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

① $\mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

① $\mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\bullet \quad \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\bullet \quad \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

i. $\mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$

ii. $\mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) =$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

- i. $\mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$
- ii. $\mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2)$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) +$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

i. $\mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$

ii. $\mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

=

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$
$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace**Propriété:**

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) &= 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t}) \\ &= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \end{aligned}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace**Propriété:**

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) &= 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t}) \\ &= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \end{aligned}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) &= 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t}) \\ &= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \end{aligned}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i) } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii) } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1}$$

$$\text{iii) } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} -$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) = 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t})$$

$$= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\frac{1}{4} \sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) &= 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t}) \\ &= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1} \end{aligned}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\frac{1}{4} \sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) &= 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t}) \\ &= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1} \end{aligned}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\frac{1}{4} \sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \frac{\frac{1}{4}}{s^2 + \frac{1}{16}} =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) &= 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t}) \\ &= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1} \end{aligned}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\frac{1}{4} \sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \frac{\frac{1}{4}}{s^2 + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{16}}{s^2 + \frac{1}{16}} =$$

2. Propriétés de la transformée de Laplace



Propriété:

La transformée de Laplace est linéaire : pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\mathcal{L}(a \times f + b \times g) = a \times \mathcal{L}(f) + b \times \mathcal{L}(g)$$

Exemple n° 21 :

$$\text{i. } \mathcal{L}(4 \sin(3t))(s) = 4 \times \mathcal{L}(\sin(3t)) = 4 \times \frac{3}{s^2 + 9} = \frac{12}{s^2 + 9}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \mathcal{L}(4t^2 - 3 \cos(2t) + 5e^{-t})(s) &= 4\mathcal{L}(t^2) - 3\mathcal{L}(\cos(2t)) + 5\mathcal{L}(e^{-t}) \\ &= 4 \times \frac{2!}{s^3} - 3 \times \frac{s}{s^2 + 4} + 5 \times \frac{1}{s + 1} = \frac{8}{s^3} - \frac{3s}{s^2 + 4} + \frac{5}{s + 1} \end{aligned}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}(2t^2 - 1)(s) = 2 \times \frac{2!}{s^3} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s^3} - \frac{1}{s}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\frac{1}{4} \sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \mathcal{L}\left[\sin\left(\frac{t}{4}\right)\right](s) = \frac{1}{4} \times \frac{\frac{1}{4}}{s^2 + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{16}}{s^2 + \frac{1}{16}} = \frac{1}{16s^2 + 1}$$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 8 : Démontrez que $\mathcal{L}[\text{ch}(at)](s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$.

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 8 : Démontrez que $\mathcal{L}[\text{ch}(at)](s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) = \mathcal{L}(f)(s - a)$$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 8 : Démontre que $\mathcal{L}[\text{ch}(at)](s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) = \mathcal{L}(f)(s - a)$$

Démonstration

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) =$$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 8 : Démontre que $\mathcal{L}[\text{ch}(at)](s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) = \mathcal{L}(f)(s - a)$$

Démonstration

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) = \int_0^{+\infty} e^{at} f(t) e^{-st} dt =$$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 8 : Démontrer que $\mathcal{L}[\text{ch}(at)](s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) = \mathcal{L}(f)(s - a)$$

Démonstration

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) &= \int_0^{+\infty} e^{at} f(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} f(t) e^{(a-s)t} dt \\ &= \end{aligned}$$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 8 : Démontrer que $\mathcal{L}[\text{ch}(at)](s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) = \mathcal{L}(f)(s - a)$$

Démonstration

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[e^{at} f(t)](s) &= \int_0^{+\infty} e^{at} f(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} f(t) e^{(a-s)t} dt \\ &= \int_0^{+\infty} f(t) e^{-(s-a)t} dt =\end{aligned}$$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 8 : Démontrer que $\mathcal{L}[\text{ch}(at)](s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$.

Théorème : de l'amortissement

$$\mathcal{L}[e^{at}f(t)](s) = \mathcal{L}(f)(s - a)$$

Démonstration

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[e^{at}f(t)](s) &= \int_0^{+\infty} e^{at}f(t)e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} f(t)e^{(a-s)t} dt \\ &= \int_0^{+\infty} f(t)e^{-(s-a)t} dt = \mathcal{L}(f)(s - a)\end{aligned}$$

Exemple n° 22 :

• $\mathcal{L}[\sin(2t) e^t](s) =$

Exemple n° 22 :

$$\bullet \mathcal{L}[\sin(2t) e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4}$$

Exemple n° 22 :

$$\bullet \mathcal{L}[\sin(2t) e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) =$$

Exemple n° 22 :

$$\bullet \mathcal{L}[\sin(2t) e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

Exemple n° 22 :

i. $\mathcal{L}[\sin(2t) e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$

ii. $\mathcal{L}[\sin(2t) e^{-t}](s) =$

Exemple n° 22 :

i. $\mathcal{L}[\sin(2t) e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$

ii. $\mathcal{L}[\sin(2t) e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$

Exemple n° 22 :

i. $\mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4}$ car $\mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$

ii. $\mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$

iii. $\mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) =$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) =$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} =$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{s}{s^2 + \frac{4}{9}} =$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{s}{s^2 + \frac{4}{9}} = \frac{9s}{9s^2 + 4}$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{s}{s^2 + \frac{4}{9}} = \frac{9s}{9s^2 + 4}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{-2t}\right](s) =$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{s}{s^2 + \frac{4}{9}} = \frac{9s}{9s^2 + 4}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{-2t}\right](s) = \frac{9(s+2)}{9(s+2)^2 + 4}$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{s}{s^2 + \frac{4}{9}} = \frac{9s}{9s^2 + 4}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{-2t}\right](s) = \frac{9(s+2)}{9(s+2)^2 + 4}$$

$$\text{v. } \mathcal{L}[te^{4t}](s) =$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{s}{s^2 + \frac{4}{9}} = \frac{9s}{9s^2 + 4}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{-2t}\right](s) = \frac{9(s+2)}{9(s+2)^2 + 4}$$

$$\text{v. } \mathcal{L}[te^{4t}](s) = \frac{1}{(s-4)^2} \text{ car } \mathcal{L}[t](s) =$$

Exemple n° 22 :

$$\text{i. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^t](s) = \frac{2}{(s-1)^2 + 4} \text{ car } \mathcal{L}[\sin(2t)](s) = \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\text{ii. } \mathcal{L}[\sin(2t)e^{-t}](s) = \frac{2}{(s+1)^2 + 4}$$

$$\text{iii. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{2t}\right](s) = \frac{9(s-2)}{9(s-2)^2 + 4}$$

$$\text{car } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)\right](s) = \frac{s}{s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{s}{s^2 + \frac{4}{9}} = \frac{9s}{9s^2 + 4}$$

$$\text{iv. } \mathcal{L}\left[\cos\left(\frac{2}{3}t\right)e^{-2t}\right](s) = \frac{9(s+2)}{9(s+2)^2 + 4}$$

$$\text{v. } \mathcal{L}[te^{4t}](s) = \frac{1}{(s-4)^2} \text{ car } \mathcal{L}[t](s) = \frac{1}{s^2}$$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 9 : Trouve

1. $\mathcal{L}(t^2 e^{3t})$

2. $\mathcal{L}(e^{-2t} \sin(4t))$

3. $\mathcal{L}(e^{4t} \cos(5t))$

4. $\mathcal{L}\left[[3 \cos(6t) - 5 \sin(6t)]e^{-2t}\right]$

II. Transformée de Laplace

Exercice n° 9 : Trouve

1. $\mathcal{L}(t^2 e^{3t})$

2. $\mathcal{L}(e^{-2t} \sin(4t))$

3. $\mathcal{L}(e^{4t} \cos(5t))$

4. $\mathcal{L}\left[\left[3 \cos(6t) - 5 \sin(6t)\right] e^{-2t}\right]$

Exercice n° 10 :

1. Démontre que $\mathcal{L}[\cos^2(t)](s) = \frac{s^2 + 2}{s^3 + 4s}$

2. Déduis-en $\mathcal{L}[\cos^2(t)e^{-t}](s)$

Exercice n° 9 : Trouve

1. $\mathcal{L}(t^2 e^{3t})$

2. $\mathcal{L}(e^{-2t} \sin(4t))$

3. $\mathcal{L}(e^{4t} \cos(5t))$

4. $\mathcal{L}\left[[3 \cos(6t) - 5 \sin(6t)]e^{-2t}\right]$

Exercice n° 10 :

1. Démontre que $\mathcal{L}[\cos^2(t)](s) = \frac{s^2 + 2}{s^3 + 4s}$

2. Dédus-en $\mathcal{L}[\cos^2(t)e^{-t}](s)$

Exercice n° 11 : Détermine $\mathcal{L}\left[\cos\left(t - \frac{2\pi}{3}\right)\right](s)$.



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$\mathcal{L}[f(at)] =$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\frac{s}{a}u} \frac{du}{a}$$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) =$$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{s}{a}\right)u} du$$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{s}{a}\right)u} du$$

Exemple n° 23 : Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$ démontre que $\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{s}{a}\right)u} du$$

Exemple n° 23 : Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$ démontre que $\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$$\mathcal{L}[\cos(at)](s) =$$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{s}{a}\right)u} du$$

Exemple n° 23 : Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$ démontre que $\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$$\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{1}{a} \mathcal{L}(\cos)\left(\frac{s}{a}\right) =$$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{s}{a}\right)u} du$$

Exemple n° 23 : Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$ démontre que $\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$$\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{1}{a} \mathcal{L}(\cos)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a} \frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2 + 1} =$$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{s}{a}\right)u} du$$

Exemple n° 23 : Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$ démontre que $\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$$\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{1}{a} \mathcal{L}(\cos)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a} \frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2 + 1} = \frac{\frac{s}{a^2}}{\frac{s^2}{a^2} + 1} =$$



Théorème : du changement d'échelle

Pour tout $a > 0$, si $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ alors $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$



Démonstration

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt \stackrel{u=at}{=} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-s\left(\frac{u}{a}\right)} d\left(\frac{u}{a}\right) = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{s}{a}\right)u} du$$

Exemple n° 23 : Sachant que $\mathcal{L}(\cos)(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$ démontre que $\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$$\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{1}{a} \mathcal{L}(\cos)\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{a} \frac{\frac{s}{a}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2 + 1} = \frac{\frac{s}{a^2}}{\frac{s^2}{a^2} + 1} = \frac{s}{s^2 + a^2}$$

3. La fonction Γ



Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée Γ est définie par :
$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

3. La fonction Γ



Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée Γ est définie par :
$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$

3. La fonction Γ



Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée Γ est définie par :
$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$

3. La fonction Γ 

Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée Γ est définie par : $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Démonstration

$$\begin{aligned} \bullet \Gamma(\alpha) &= \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \stackrel{\text{IPP}}{=} \underbrace{\left[t^{\alpha-1} (-e^{-t}) \right]_0^{+\infty}}_{=0} - \int_0^{+\infty} (\alpha-1)t^{\alpha-2} (-e^{-t}) dt \\ &= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1) \end{aligned}$$

3. La fonction Γ 

Définition:

Pour tout réel $\alpha > 0$, la fonction **gamma**, notée Γ est définie par : $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Démonstration

$$\begin{aligned} \bullet \Gamma(\alpha) &= \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \stackrel{\text{IPP}}{=} \underbrace{\left[t^{\alpha-1} (-e^{-t}) \right]_0^{+\infty}}_{=0} - \int_0^{+\infty} (\alpha-1)t^{\alpha-2} (-e^{-t}) dt \\ &= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1) \end{aligned}$$

$$\bullet \Gamma(1) = \int_0^{+\infty} t^0 e^{-t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-t} dt = -\left[e^{-t} \right]_0^{+\infty} = -\left[0 - 1 \right] = 1$$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$

- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$

- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
=

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$

- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma(8) =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma(8) = 7! =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma(8) = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma(8) = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma(8) = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$



Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$

Exemple n° 24 : Calcule :

- $\Gamma(2) = 1 \times \Gamma(1) = 1$
- $\Gamma(5) = 4 \times \Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times 1\Gamma(1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma(8) = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$



Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$

=



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} =$



Propriété:

Pour tout réel $\alpha > 1$, et tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$
- $\Gamma(1) = 1$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$
- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$
- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$

- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{12}{2} + \frac{1}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$
- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$
- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{12}{2} + \frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6 + \frac{1}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$

- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{12}{2} + \frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6}$

=



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$

- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{12}{2} + \frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6}$
 $= \frac{10395\sqrt{\pi}}{64}$

- $\Gamma(1,5) =$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$

- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{12}{2} + \frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6}$
 $= \frac{10395\sqrt{\pi}}{64}$

- $\Gamma(1,5) = \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) =$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

- $\Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- $\Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$
 $= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

- $\Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$

- $\Gamma\left(\frac{13}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{12}{2} + \frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6}$
 $= \frac{10395\sqrt{\pi}}{64}$

- $\Gamma(1,5) = \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times \sqrt{\pi}}{2^1} =$



Propriété:

Pour tout entier naturel n non nul :

- $\Gamma(n+1) = n!$
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Exemple n° 25 : Calcule :

$$\bullet \Gamma(5) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$\begin{aligned} \bullet \Gamma\left(3 + \frac{1}{2}\right) &= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) \\ &= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\pi} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8} \end{aligned}$$

$$\bullet \Gamma\left(4 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \sqrt{\pi}}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16}$$

$$\begin{aligned} \bullet \Gamma\left(\frac{13}{2}\right) &= \Gamma\left(\frac{12}{2} + \frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(6 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \sqrt{\pi}}{2^6} \\ &= \frac{10395\sqrt{\pi}}{64} \end{aligned}$$

$$\bullet \Gamma(1,5) = \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times \sqrt{\pi}}{2^1} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$



Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geq 0$,

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n + 1)}{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2} \sqrt{\pi} \quad (n \text{ facteurs})$$



Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geq 0$,

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n + 1)}{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2} \sqrt{\pi} \quad (n \text{ facteurs})$$

Exemple n° 26 : $\Gamma(5, 5) =$



Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geq 0$,

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n + 1)}{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2} \sqrt{\pi} \quad (n \text{ facteurs})$$

Exemple n° 26 : $\Gamma(5,5) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9}{2^5} \sqrt{\pi} =$



Propriété:

Pour tout entier naturel $n \geq 0$,

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n + 1)}{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2} \sqrt{\pi} \quad (n \text{ facteurs})$$

Exemple n° 26 : $\Gamma(5,5) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9}{2^5} \sqrt{\pi} = \frac{945\sqrt{\pi}}{32}$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

$$\bullet \mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$

- $\mathcal{L}(t^5) =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

$$\bullet \mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$$

$$\bullet \mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} =$$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

$$\bullet \mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$$

$$\bullet \mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

$$\bullet \mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$$

$$\bullet \mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$$

$$\bullet \mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} =$$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \frac{1 \times 3}{2^2} \frac{\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \frac{1 \times 3}{2^2} \frac{\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

$$\bullet \mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$$

$$\bullet \mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$$

$$\bullet \mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$$

$$\bullet \mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$$

$$\bullet \mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \frac{1 \times 3}{2^2} \frac{\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$$

$$\bullet \mathcal{L}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) =$$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \frac{1 \times 3}{2^2} \frac{\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) = \mathcal{L}\left(t^{-\frac{1}{2}}\right) =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \frac{1 \times 3}{2^2} \frac{\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) = \mathcal{L}\left(t^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{\Gamma(0,5)}{s^{0,5}} =$



Propriété:

Pour tout $\alpha > -1$, $\mathcal{L}(t^\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{t^{\alpha+1}}$

Exemple n° 27 :

- $\mathcal{L}(t^3) = \frac{\Gamma(4)}{s^4} = \frac{3!}{s^4} = \frac{6}{s^4}$
- $\mathcal{L}(t^5) = \frac{\Gamma(6)}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{120}{s^6}$
- $\mathcal{L}(t^{3,5}) = \frac{\Gamma(4,5)}{s^{4,5}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{2^4} = \frac{105\sqrt{\pi}}{16s^4\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{s^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{s\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2s\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}(t\sqrt{t}) = \frac{\Gamma(2,5)}{s^{2,5}} = \frac{1 \times 3}{2^2} \frac{\sqrt{\pi}}{s^2\sqrt{s}} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4s^2\sqrt{s}}$
- $\mathcal{L}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) = \mathcal{L}\left(t^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{\Gamma(0,5)}{s^{0,5}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s}}$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) =$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) =$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) =$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$

- $\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) =$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

- $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$

- $\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} =$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} =$$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) =$$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) =$$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} =$$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \frac{\frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} =$$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \frac{\frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{2 \times 2 \times 2}{1 \times 3 \times 5} \sqrt{\pi}$$

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \frac{\frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{2 \times 2 \times 2}{1 \times 3 \times 5} \sqrt{\pi}$$

Par contre,

- $\Gamma(1) = \Gamma(0) \times 0$ et il en résulte que $\Gamma(0)$ doit être **infini**.

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \frac{\frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{2 \times 2 \times 2}{1 \times 3 \times 5} \sqrt{\pi}$$

Par contre,

- $\Gamma(1) = \Gamma(0) \times 0$ et il en résulte que $\Gamma(0)$ doit être **infini**.
- $\Gamma(0) = \Gamma(-1) \times (-1)$ et il en résulte que $\Gamma(-1)$ doit être **infini**.

II. Transformée de Laplace

Maintenant, prolongeons le domaine de validité de nos calculs en utilisant la formule

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1),$$

c'est-à-dire : $\Gamma(\alpha - 1) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha - 1}$ soit $\Gamma(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\alpha}$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\pi}$$

$$\bullet \Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}$$

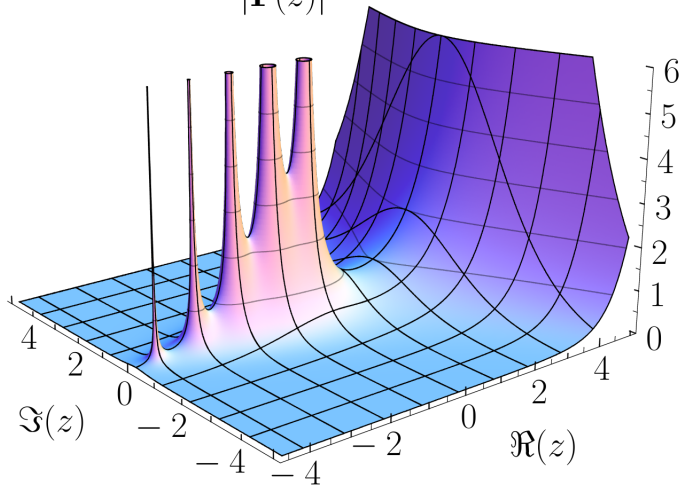
$$\bullet \Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = \frac{\frac{2 \times 2}{1 \times 3} \sqrt{\pi}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{2 \times 2 \times 2}{1 \times 3 \times 5} \sqrt{\pi}$$

Par contre,

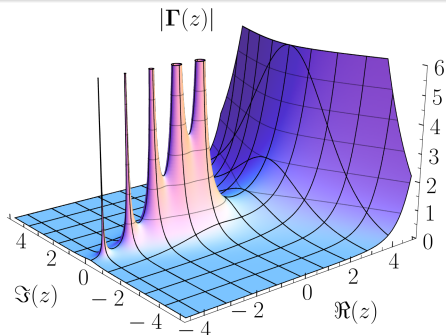
- $\Gamma(1) = \Gamma(0) \times 0$ et il en résulte que $\Gamma(0)$ doit être **infini**.
- $\Gamma(0) = \Gamma(-1) \times (-1)$ et il en résulte que $\Gamma(-1)$ doit être **infini**.
- $\Gamma(-1) = \Gamma(-2) \times (-2)$ et il en résulte que $\Gamma(-1)$ doit être **infini**.

II. Transformée de Laplace

$$|\Gamma(z)|$$



II. Transformée de Laplace



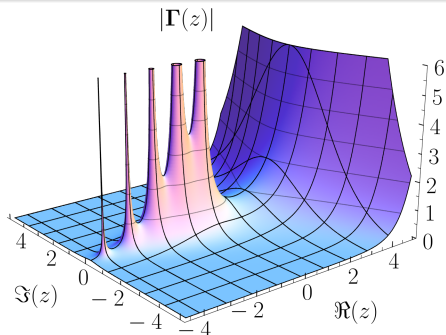
En fait, en prolongeant la fonction Γ aux nombres complexes, en prenant

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \text{ pour } \Re(z) > 0,$$

elle peut être prolongée analytiquement en une fonction méromorphe sur $\mathbb{C} \setminus \{0; -1; -2; -3; \dots\}$, dont le module est représenté ci-contre.

Il s'en suit la propriété suivantes :

II. Transformée de Laplace



En fait, en prolongeant la fonction Γ aux nombres complexes, en prenant

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \text{ pour } \Re(z) > 0,$$

elle peut être prolongée analytiquement en une fonction méromorphe sur $\mathbb{C} \setminus \{0; -1; -2; -3; \dots\}$, dont le module est représenté ci-contre.

Il s'en suit la propriété suivantes :



Propriété:

Pour tout entier naturel $n > 0$, $\Gamma\left(-n + \frac{1}{2}\right) = (-1)^n \times \frac{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)} \sqrt{\pi}$ (n facteurs)



Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$



Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$



Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$
- $\mathcal{L}(f''')(s) = s^3\mathcal{L}(f)(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0)$



Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$
- $\mathcal{L}(f''')(s) = s^3\mathcal{L}(f)(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0)$
- $\mathcal{L}(f^{(k+1)})(s) = s^{k+1}\mathcal{L}(f)(s) - \sum_{i=0}^k s^i f^{(k-i)}(0)$



Théorème : de dérivation

Soit f une fonction $C^\infty(\mathbb{R})$.

- $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$
- $\mathcal{L}(f''')(s) = s^3\mathcal{L}(f)(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0)$
- $\mathcal{L}(f^{(k+1)})(s) = s^{k+1}\mathcal{L}(f)(s) - \sum_{i=0}^k s^i f^{(k-i)}(0)$

Exercice n° 12 : Démontre que

- 1 $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$
- 2 Dédus-en $\mathcal{L}(f'')(s) = s^2\mathcal{L}(f)(s) - sf(0) - f'(0)$

Exercice n° 13 : Retrouve la transformée de Laplace du cosinus à partir de celle du sinus.

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] =$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y] - y(0) =$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] =$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$ donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$ donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] = \frac{1}{s-1}$$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$ donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \end{aligned}$$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$ donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] = \frac{1}{s-1}$$

$$(s+1)\mathcal{L}[y](s) = \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1}$$

$$\mathcal{L}[y](s) = \frac{s}{(s-1)(s+1)}$$

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$ donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

Donc, il faut retrouver la fonction y qui dans le domaine de Laplace s'écrit $\frac{s}{(s-1)(s+1)}$.

II. Transformée de Laplace

Considérons l'Equation Différentielle $\begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = 1 \end{cases}$

On a $\mathcal{L}[y'] = s\mathcal{L}[y](s) - y(0) = s\mathcal{L}[y](s) - 1$ et $\mathcal{L}[e^t] = \frac{1}{s-1}$ donc, la transformée de Laplace de l'ED est :

$$\begin{aligned} s\mathcal{L}[y](s) - 1 + \mathcal{L}[y] &= \frac{1}{s-1} \\ (s+1)\mathcal{L}[y](s) &= \frac{1}{s-1} + 1 = \frac{s}{s-1} \\ \mathcal{L}[y](s) &= \frac{s}{(s-1)(s+1)} \end{aligned}$$

Donc, il faut retrouver la fonction y qui dans le domaine de Laplace s'écrit $\frac{s}{(s-1)(s+1)}$.

Pour ce faire, il faut savoir revenir au domaine temporel en inversant la transformée de Laplace.