

Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

1. Fractions rationnelles

1. Fractions rationnelles



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.

1. Fractions rationnelles



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .

1. Fractions rationnelles



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

- i. La fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 4x)(x - 3)}{x(x - 3)^2}$ est de degré



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

- i. La fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 4x)(x - 3)}{x(x - 3)^2}$ est de degré **$3 - 3 = 0$** .



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

- i. La fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 4x)(x - 3)}{x(x - 3)^2}$ est de degré **$3 - 3 = 0$** . Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs :



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

- i. La fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 4x)(x - 3)}{x(x - 3)^2}$ est de degré **$3 - 3 = 0$** . Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs : **$(x - 3)$** et



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

- i. La fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 4x)(x - 3)}{x(x - 3)^2}$ est de degré **$3 - 3 = 0$** . Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs : **$(x - 3)$** et **x** .

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.



Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité **$\deg(P) - \deg(Q)$** .
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

- i. La fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 4x)(x - 3)}{x(x - 3)^2}$ est de degré **$3 - 3 = 0$** . Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs : **$(x - 3)$** et **x** . Sa forme irréductible est **$\frac{x - 4}{x - 3}$** .

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta =$$

$$x_1 = \quad \quad \quad \text{et } x_2 =$$

$$2x^2 - 5x - 12 =$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta =$$

$$x_3 = \quad \quad \quad \text{et } x_4 =$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \quad \quad \quad \text{et } x_2 =$$

$$2x^2 - 5x - 12 =$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta =$$

$$x_3 = \quad \quad \quad \text{et } x_4 =$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 =$$

$$2x^2 - 5x - 12 =$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta =$$

$$x_3 = \quad \text{et } x_4 =$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 =$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta =$$

$$x_3 =$$

$$\text{et } x_4 =$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta =$$

$$x_3 =$$

$$\text{et } x_4 =$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 =$$

$$\text{et } x_4 =$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 = \frac{-13 + 5}{12} = -\frac{2}{3} \text{ et } x_4 =$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 = \frac{-13 + 5}{12} = -\frac{2}{3} \text{ et } x_4 = \frac{-13 - 5}{12} = -\frac{3}{2}$$

$$6x^2 + 13x + 6 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 = \frac{-13 + 5}{12} = -\frac{2}{3} \text{ et } x_4 = \frac{-13 - 5}{12} = -\frac{3}{2}$$

$$6x^2 + 13x + 6 = 6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 = \frac{-13 + 5}{12} = -\frac{2}{3} \text{ et } x_4 = \frac{-13 - 5}{12} = -\frac{3}{2}$$

$$6x^2 + 13x + 6 = 6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

Donc, $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6} =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 = \frac{-13 + 5}{12} = -\frac{2}{3} \text{ et } x_4 = \frac{-13 - 5}{12} = -\frac{3}{2}$$

$$6x^2 + 13x + 6 = 6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{Donc, } \frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6} = \frac{4 \times (x - 4)^2 \left(x + \frac{3}{2}\right)^2}{6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)}$$

=

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 = \frac{-13 + 5}{12} = -\frac{2}{3} \text{ et } x_4 = \frac{-13 - 5}{12} = -\frac{3}{2}$$

$$6x^2 + 13x + 6 = 6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{Donc, } \frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6} &= \frac{4 \times (x - 4)^2 \left(x + \frac{3}{2}\right)^2}{6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)} \\ &= \frac{4 \times (x - 4)^2 \left(x + \frac{3}{2}\right)}{6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right)} = \end{aligned}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 2 :

- ii. La fraction rationnelle $\frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6}$ est de degré $4 - 2 = 2$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = \frac{5 + 11}{4} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{5 - 11}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 2 \times (x - 4) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2 + 13x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3 = \frac{-13 + 5}{12} = -\frac{2}{3} \text{ et } x_4 = \frac{-13 - 5}{12} = -\frac{3}{2}$$

$$6x^2 + 13x + 6 = 6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{Donc, } \frac{(2x^2 - 5x - 12)^2}{6x^2 + 13x + 6} &= \frac{4 \times (x - 4)^2 \left(x + \frac{3}{2}\right)^2}{6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)} \\ &= \frac{4 \times (x - 4)^2 \left(x + \frac{3}{2}\right)}{6 \times \left(x + \frac{2}{3}\right)} = \frac{(x - 4)^2(2x + 3)}{(3x + 2)} \end{aligned}$$



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros :



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles :



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros :



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**,



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et **$\sqrt{5}$**



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et **$\sqrt{5}$**
- trois pôles simples :



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et **$\sqrt{5}$**
- trois pôles simples : **-7**,



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et **$\sqrt{5}$**
- trois pôles simples : **-7**, **-1**, et



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et **$\sqrt{5}$**
- trois pôles simples : **-7**, **-1**, et **1**, et le pôle



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et **$\sqrt{5}$**
- trois pôles simples : **-7**, **-1**, et **1**, et le pôle **0** de multiplicité



Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P .
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q .
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p , s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q . Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 3 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{x(x^2 + 5)(x - 3)^2}{(x - 7)(x^2 + 1)(x + 2)^4}$ admet

- pour zéros : **0** et **3**
- pour pôles : **-2** de multiplicité **4**, et **7** de multiplicité **1**.

Exemple n° 4 : Dans \mathbb{R} , la fraction rationnelle $\frac{(x^2 - 5)(x - 3)^4}{(x + 7)(x^2 - 1)x^6}$ admet

- pour zéros : **3**, **$-\sqrt{5}$** , et **$\sqrt{5}$**
- trois pôles simples : **-7**, **-1**, et **1**, et le pôle **0** de multiplicité **6**.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = 2(x + 2)(x - 3)$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

Ainsi, $g(x) =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

Ainsi, $g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times \dots}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

$$\text{Ainsi, } g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times (x - 2 - 3i)^3(x - 2 + 3i)^3}.$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

$$\text{Ainsi, } g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times (x - 2 - 3i)^3(x - 2 + 3i)^3}.$$

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

$$\text{Ainsi, } g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times (x - 2 - 3i)^3(x - 2 + 3i)^3}.$$

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : **-2** et

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

$$\text{Ainsi, } g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times (x - 2 - 3i)^3(x - 2 + 3i)^3}.$$

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : **-2** et **3**

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

$$\text{Ainsi, } g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times (x - 2 - 3i)^3(x - 2 + 3i)^3}.$$

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : **-2** et **3**
et deux pôles d'ordre 3 :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

$$\text{Ainsi, } g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times (x - 2 - 3i)^3(x - 2 + 3i)^3}.$$

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : **-2** et **3**
et deux pôles d'ordre 3 : **2 + 3i** et **2 - 3i**

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Dans \mathbb{C} , la fraction rationnelle $g(x) = \frac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
 - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont **-2** et **3**, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x + 2)(x - 3)}$
 - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont **2 + 3i** et **2 - 3i**,
donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

$$\text{Ainsi, } g(x) = \frac{7}{4(x + 2)^2(x - 3)^2 \times (x - 2 - 3i)^3(x - 2 + 3i)^3}.$$

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : **-2** et **3**
et deux pôles d'ordre 3 : **2 + 3i** et **2 - 3i**

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$,

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.
 f a deux pôles simples : $-5i$ et $5i$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.
 f a deux pôles simples : $-5i$ et $5i$

- Dans \mathbb{R} , le discriminant du polynôme $x^2 - 8x + 16$ est $\Delta =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.
 f a deux pôles simples : $-5i$ et $5i$

- Dans \mathbb{R} , le discriminant du polynôme $x^2 - 8x + 16$ est $\Delta = 0$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.
 f a deux pôles simples : $-5i$ et $5i$

- Dans \mathbb{R} , le discriminant du polynôme $x^2 - 8x + 16$ est $\Delta = 0$. Sa racine est

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.
 f a deux pôles simples : $-5i$ et $5i$

- Dans \mathbb{R} , le discriminant du polynôme $x^2 - 8x + 16$ est $\Delta = 0$. Sa racine est 4, sa factorisation est $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.
 f a deux pôles simples : $-5i$ et $5i$

- Dans \mathbb{R} , le discriminant du polynôme $x^2 - 8x + 16$ est $\Delta = 0$. Sa racine est 4, sa factorisation est $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$.

$$(x^2 - 8x + 16)^3 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 1 : Etudie dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} , les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x^2 + 25)(x^2 - 8x + 16)^3}$$

- Dans \mathbb{R} , $x^2 + 25 \geq 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ , il serait négatif).

Par contre, dans \mathbb{C} , $x^2 + 25$ a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2 + 25 = (x - 5i)(x + 5i)$.
 f a deux pôles simples : $-5i$ et $5i$

- Dans \mathbb{R} , le discriminant du polynôme $x^2 - 8x + 16$ est $\Delta = 0$. Sa racine est 4, sa factorisation est $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$.

$(x^2 - 8x + 16)^3 = ((x - 4)^2)^3 = (x - 4)^6$ et $x^2 + 25$ n'a pas de racine, donc f a un seul pôle réel : 4 de multiplicité 6.

2. Partie entière



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle. Il existe un unique polynôme E et une unique fraction rationnelle G tels que :

$$F = E + G \text{ et } \deg(G) < 0$$

Le polynôme E est appelé la **partie entière** de F . Elle est égale à la division euclidienne de P par Q .

2. Partie entière



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle. Il existe un unique polynôme E et une unique fraction rationnelle G tels que :

$$F = E + G \text{ et } \deg(G) < 0$$

Le polynôme E est appelé la **partie entière** de F . Elle est égale à la division euclidienne de P par Q .

Exemple n° 6 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est

2. Partie entière



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle. Il existe un unique polynôme E et une unique fraction rationnelle G tels que :

$$F = E + G \text{ et } \deg(G) < 0$$

Le polynôme E est appelé la **partie entière** de F . Elle est égale à la division euclidienne de P par Q .

Exemple n° 6 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**,

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 \quad +x^3 \quad +6x^2 \quad +5x \quad +18 \\ \hline x^2 - x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 \quad +x^3 \quad +6x^2 \quad +5x \quad +18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^2 - x + 3) \cdot x^2 \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - x^4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3 + 3x^2) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ x^2 \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3 + 3x^2) \\ \hline 2x^3 + 8x + 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ x^2 \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3 + 3x^2) \\ \hline 2x^3 + 9x + 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ x^2 \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3 + 3x^2) \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 5x + 18 \\ - (2x^3 - 2x^2 + 6x) \\ \hline 5x^2 - x + 18 \\ - (5x^2 - 5x + 15) \\ \hline 6x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3 + 3x^2) \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 5x + 18 \\ - (2x^3) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3 + 3x^2) \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 5x + 18 \\ - (2x^3 - 2x^2) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - (x^4 - x^3 + 3x^2) \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 5x + 18 \\ - (2x^3 - 2x^2 + 6x) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - x + 3 \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \\ - & & & & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & & 5x^2 & & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \\ - & & & & & \\ & & 5x^2 & -5x & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \\ - & & & & & \\ & & 5x^2 & -5x & +15 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & & 5x^2 & -5x & +15 & \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \\ - & & & & & \\ & & 5x^2 & -5x & +15 & \\ \hline & & & 4x & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ - & & & & & \\ \hline x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \hline & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \hline & & 5x^2 & -x & +18 & \\ - & & & & & \\ \hline & & 5x^2 & -5x & +15 & \\ \hline & & & 4x & +3 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - x^4 - x^3 + 3x^2 \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 5x + 18 \\ - 2x^3 - 2x^2 + 6x \\ \hline 5x^2 - x + 18 \\ - 5x^2 - 5x + 15 \\ \hline 4x + 3 \end{array} & \begin{array}{l} x^2 - x + 3 \\ \\ x^2 + 2x + 5 \\ \\ f(x) = \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 + 2x + 5) + 4x + 3}{x^2 - x + 3} \end{array} \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - x^4 - x^3 + 3x^2 \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 5x + 18 \\ - 2x^3 - 2x^2 + 6x \\ \hline 5x^2 - x + 18 \\ - 5x^2 - 5x + 15 \\ \hline 4x + 3 \end{array}$$

$$x^2 - x + 3$$

$$x^2 + 2x + 5$$

$$f(x) = \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 + 2x + 5) + 4x + 3}{x^2 - x + 3}$$

$$= x^2 + 2x + 5 + \frac{4x + 3}{x^2 - x + 3}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18 \\ - x^4 - x^3 + 3x^2 \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 5x + 18 \\ - 2x^3 - 2x^2 + 6x \\ \hline 5x^2 - x + 18 \\ - 5x^2 - 5x + 15 \\ \hline 4x + 3 \end{array}$$

$$x^2 - x + 3$$

$$x^2 + 2x + 5$$

$$f(x) = \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 + 2x + 5) + 4x + 3}{x^2 - x + 3}$$

$$= x^2 + 2x + 5 + \frac{4x + 3}{x^2 - x + 3}$$

La partie entière de f est $x^2 + 2x + 5$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

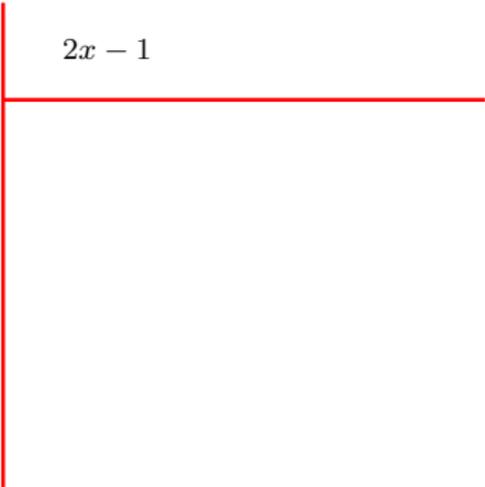
Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$2x^5 \quad -x^4 \quad -14x^2 \quad +7x \quad +4 \quad \Big| \quad 2x - 1$$


I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$2x^5 \quad -x^4 \quad -14x^2 \quad +7x \quad +4 \quad \bigg| \quad 2x - 1$$

$$x^4$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ \hline 2x - 1 \\ \hline x^4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - 2x^5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x - 1 \\ x^4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x - 1 \\ x^4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline -14x^2 + 7x + 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 1 \\ \hline x^4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline -14x^2 + 7x + 4 \\ - (-14x^2) \\ \hline 7x + 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 1 \\ x^4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline -14x^2 + 7x + 4 \\ - (-14x^2 + 7x) \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 1 \\ x^4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline -14x^2 + 7x + 4 \\ - (-14x^2 + 7x) \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 1 \\ x^4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline -14x^2 + 7x + 4 \\ - (-14x^2 + 7x) \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 1 \\ \hline x^4 - 7x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline -14x^2 + 7x + 4 \\ - (-14x^2) \\ \hline 7x + 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 1 \\ \hline x^4 - 7x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4 \\ - (2x^5 - x^4) \\ \hline -14x^2 + 7x + 4 \\ - (-14x^2 + 7x) \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x - 1 \\ \hline x^4 - 7x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ - & & & & & \\ \hline 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \hline & & -14x^2 & +7x & +4 & \\ & & - & & & \\ & & -14x^2 & +7x & & \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ - & & & & & \\ \hline 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \hline & & -14x^2 & +7x & +4 & g(x) = \\ & & - & & & \\ & & -14x^2 & +7x & & \\ \hline & & & & & \\ & & & & & 4 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ - & & & & & \\ \hline 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \hline & & -14x^2 & +7x & +4 & \\ & & - & & & \\ & & -14x^2 & +7x & & \\ \hline & & & & & 4 \end{array}$$
$$g(x) = \frac{(2x - 1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ - & & & & & \\ \hline 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \hline & & -14x^2 & +7x & +4 & \\ & & - & & & \\ & & -14x^2 & +7x & & \\ \hline & & & & & 4 \end{array}$$
$$g(x) = \frac{(2x - 1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1}$$
$$=$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ - & & & & & \\ \hline 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \hline & & -14x^2 & +7x & +4 & \\ & & - & & & \\ & & -14x^2 & +7x & & \\ \hline & & & & & 4 \end{array}$$
$$g(x) = \frac{(2x - 1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1}$$
$$= x^4 - 7x + \frac{4}{2x - 1}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ - & & & & & \\ \hline 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \hline & & -14x^2 & +7x & +4 & \\ & & - & & & \\ & & -14x^2 & +7x & & \\ \hline & & & & & 4 \end{array}$$
$$g(x) = \frac{(2x - 1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1}$$
$$= x^4 - 7x + \frac{4}{2x - 1}$$

La partie entière de g est

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 8 : Le degré de $g(x) = \frac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $4 - 1 = 3$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ - & & & & & \\ \hline 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \hline & & -14x^2 & +7x & +4 & \\ - & & & & & \\ \hline & & -14x^2 & +7x & & \\ \hline & & & & 4 & \end{array}$$
$$g(x) = \frac{(2x - 1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1}$$
$$= x^4 - 7x + \frac{4}{2x - 1}$$

La partie entière de g est $x^4 - 7x$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x - 1)^2}$ est

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x - 1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

..... car $x(x-1)^2 = \dots\dots\dots$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\dots\dots\dots \text{ car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$x^5$$

+1

$$x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$x^5$$

$$+1$$

$$x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x$$

$$x^2$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^5 \\ - \\ \hline \end{array} \quad +1 \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^5 \\ - \\ \hline x^5 \end{array} \quad +1 \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^5 \\ - \\ \hline x^5 - 2x^4 \end{array} \quad +1 \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r} x^5 \\ - \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 \end{array} \quad +1 \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ & \hline & x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & 2x^4 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ & 2x^4 & \\ \hline & & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ & 2x^4 - 4x^3 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ & 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ \hline 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ \hline 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ \hline 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ \hline 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ \hline 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & 2x^4 - x^3 \quad +1 \\ - & \\ & 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 \\ \hline & 3x^3 - 2x^2 \quad +1 \\ - & \\ & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ \hline 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \\ \hline 3x^3 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & 2x^4 - x^3 \quad +1 \\ - & \\ & 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 \\ \hline & 3x^3 - 2x^2 \quad +1 \\ - & \\ & 3x^3 - 6x^2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ \hline x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ \hline 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \\ \hline 3x^3 - 6x^2 + 3x & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline & 2x^4 - x^3 \quad +1 \\ - & \\ & 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 \\ \hline & 3x^3 - 2x^2 \quad +1 \\ - & \\ & 3x^3 - 6x^2 + 3x \\ \hline & 4x^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \\ 3x^3 - 6x^2 + 3x & \\ \hline 4x^2 - 3x & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \\ 3x^3 - 6x^2 + 3x & \\ \hline 4x^2 - 3x + 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} x^5 \\ - \\ x^5 - 2x^4 + x^3 \\ \hline 2x^4 - x^3 \\ - \\ 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 \\ \hline 3x^3 - 2x^2 \\ - \\ 3x^3 - 6x^2 + 3x \\ \hline 4x^2 - 3x + 1 \end{array} & \begin{array}{l} +1 \\ \\ +1 \\ \\ +1 \\ \\ +1 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \\ \\ h(x) = \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \\ 3x^3 - 6x^2 + 3x & \\ \hline 4x^2 - 3x + 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x \quad \text{car } x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^2 + 2x + 3 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$
$$h(x) = \frac{(x^3 - 2x^2 + x)(x^2 + 2x + 3) + 4x^2 - 3x + 1}{x^3 - 2x^2 + x}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \\ 3x^3 - 6x^2 + 3x & \\ \hline 4x^2 - 3x + 1 & \end{array}$$

$x^3 - 2x^2 + x$ car $x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x$

$$x^2 + 2x + 3$$
$$h(x) = \frac{(x^3 - 2x^2 + x)(x^2 + 2x + 3) + 4x^2 - 3x + 1}{x^3 - 2x^2 + x}$$
$$= x^2 + 2x + 3 + \frac{4x^2 - 3x + 1}{x(x-1)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 : Le degré de $h(x) = \frac{x^5 + 1}{x(x-1)^2}$ est $5 - 1 - 2 = 2$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^5 & +1 \\ - & \\ x^5 - 2x^4 + x^3 & \\ \hline 2x^4 - x^3 & +1 \\ - & \\ 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 & \\ \hline 3x^3 - 2x^2 & +1 \\ - & \\ 3x^3 - 6x^2 + 3x & \\ \hline 4x^2 - 3x + 1 & \end{array}$$

$x^3 - 2x^2 + x$ car $x(x-1)^2 = x^3 - 2x^2 + x$

$x^2 + 2x + 3$

$$h(x) = \frac{(x^3 - 2x^2 + x)(x^2 + 2x + 3) + 4x^2 - 3x + 1}{x^3 - 2x^2 + x}$$
$$= x^2 + 2x + 3 + \frac{4x^2 - 3x + 1}{x(x-1)^2}$$

La partie entière de h est $x^2 + 2x + 3$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 10 : Le degré de $j(x) = \frac{x}{x^2 - 5}$ est

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 10 : Le degré de $j(x) = \frac{x}{x^2 - 5}$ est $1 - 2 = -1$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 10 : Le degré de $j(x) = \frac{x}{x^2 - 5}$ est $1 - 2 = -1$. La fraction rationnelle j a pour partie entière **0**.

3. Décomposition en éléments simples

3. Décomposition en éléments simples



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E . On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans \mathbb{R} :

3. Décomposition en éléments simples



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E . On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans \mathbb{R} :

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^r (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^s (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

3. Décomposition en éléments simples



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E . On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans \mathbb{R} :

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^r (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^s (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $(A_{k,i})_{\substack{1 \leq k \leq r \\ 1 \leq i \leq m_k}}$, $(B_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$, et $(C_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$ telles que :

3. Décomposition en éléments simples



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E . On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans \mathbb{R} :

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^r (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^s (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $(A_{k,i})_{\substack{1 \leq k \leq r \\ 1 \leq i \leq m_k}}$, $(B_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$, et $(C_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \underbrace{\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x - \alpha_k)^i}}_{\text{partie polaire associée au pôle } \alpha} + \sum_{\ell=1}^s \sum_{j=1}^{n_\ell} \frac{B_{\ell,j}x + C_{\ell,j}}{(a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^j}$$

3. Décomposition en éléments simples



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E . On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans \mathbb{R} :

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^r (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^s (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $(A_{k,i})_{\substack{1 \leq k \leq r \\ 1 \leq i \leq m_k}}$, $(B_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$, et $(C_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \underbrace{\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x - \alpha_k)^i}}_{\substack{\text{partie polaire} \\ \text{associée au pôle } \alpha}} + \sum_{\ell=1}^s \sum_{j=1}^{n_\ell} \frac{B_{\ell,j}x + C_{\ell,j}}{(a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^j}$$

On appelle cette écriture la **Décomposition en Eléments Simples** (DES) de F sur \mathbb{R} .

3. Décomposition en éléments simples



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E . On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans \mathbb{R} :

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^r (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^s (a_{\ell}x^2 + b_{\ell}x + c_{\ell})^{n_{\ell}} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $(A_{k,i})_{\substack{1 \leq k \leq r \\ 1 \leq i \leq m_k}}$, $(B_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_{\ell}}}$, et $(C_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_{\ell}}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \underbrace{\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x - \alpha_k)^i}}_{\substack{\text{partie polaire} \\ \text{associée au pôle } \alpha}} + \sum_{\ell=1}^s \sum_{j=1}^{n_{\ell}} \frac{B_{\ell,j}x + C_{\ell,j}}{(a_{\ell}x^2 + b_{\ell}x + c_{\ell})^j}$$

On appelle cette écriture la **Décomposition en Eléments Simples** (DES) de F sur \mathbb{R} . Elle est unique.

3. Décomposition en éléments simples



Théorème

Soit $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E . On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans \mathbb{R} :

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^r (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^s (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $(A_{k,i})_{\substack{1 \leq k \leq r \\ 1 \leq i \leq m_k}}$, $(B_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$, et $(C_{\ell,j})_{\substack{1 \leq \ell \leq s \\ 1 \leq j \leq n_\ell}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \underbrace{\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x - \alpha_k)^i}}_{\substack{\text{partie polaire} \\ \text{associée au pôle } \alpha}} + \sum_{\ell=1}^s \sum_{j=1}^{n_\ell} \frac{B_{\ell,j}x + C_{\ell,j}}{(a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^j}$$

On appelle cette écriture la **Décomposition en Eléments Simples** (DES) de F sur \mathbb{R} . Elle est unique.

Remarque : Dire que le polynôme $a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell$ est irréductible dans \mathbb{R} revient à dire que son discriminant est strictement négatif : $\Delta_\ell = b_\ell^2 - 4a_\ell c_\ell < 0$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 :

1. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 :

1. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 :

1. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 :

- i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

- ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) =$$

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

iii. $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle**

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

iii. $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) =$$

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

iii. $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} +$$

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

iii. $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} +$$

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

iii. $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

Exemple n° 11 :

i. $f(x) = \frac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$$

ii. $g(x) = \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

iii. $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à **1**.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

x^2

$x^2 - 8x + 16$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à **1**.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ & \hline & 1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à **1**.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & 1 \\ \hline & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à **1**.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x \\ \hline & 1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à **1**.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \hline x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à **1**.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \hline x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \\ & \hline & 1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à **1**.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 8x + 16 \\ \hline 1 \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 8x + 16 \\ \hline 1 \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 8x + 16 \\ \hline 1 \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 8x + 16 \\ \hline 1 \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

Donc, $j(x) = 1 +$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ 1 \end{array}$$
$$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} +$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 8x + 16 \\ \hline 1 \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

$$\text{Donc, } j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 8x + 16 \\ \hline 1 \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

Donc, $j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$

v) $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ a une partie entière

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

$$\text{Donc, } j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$$

v) $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

x^2	$x^2 - 8x + 16$
$x^2 - 8x + 16$	1
$8x - 16$	$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$

Donc, $j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$

v) $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x+1} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

$$\text{Donc, } j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$$

v) $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ - & \\ x^2 & -8x + 16 \\ \hline & 8x - 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2} \end{array}$$

$$\text{Donc, } j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$$

v) $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

x^2	$x^2 - 8x + 16$
$x^2 - 8x + 16$	1
$8x - 16$	$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$

Donc, $j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$

v) $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 12 :

ii) $h(x) = \frac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

v) $j(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

x^2	$x^2 - 8x + 16$
$x^2 - 8x + 16$	1
$8x - 16$	$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$

Donc, $j(x) = 1 + \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$

v) $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$l(x) =$$

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$l(x) = \frac{A}{x + 1} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$l(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 1} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$l(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{Cx + D}{x^2 + 5} +$$

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$l(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{Cx + D}{x^2 + 5} + \frac{Ex + F}{(x^2 + 5)^2} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$l(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{Cx + D}{x^2 + 5} + \frac{Ex + F}{(x^2 + 5)^2} + \frac{Gx + H}{(x^2 + 5)^3}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 13 :

• $k(x) = \frac{x^2 + x - 1}{(x + 1)^3(2x + 3)^2}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$k(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 1)^3} + \frac{D}{2x + 3} + \frac{E}{(2x + 3)^2}$$

• $l(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 5)^3}$ a une partie entière nulle et une DES de la forme :

$$l(x) = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{Cx + D}{x^2 + 5} + \frac{Ex + F}{(x^2 + 5)^2} + \frac{Gx + H}{(x^2 + 5)^3}$$

Exercice n° 2 : Détermine la DES de $f(x) = \frac{x^3 + 1}{(x^2 - 7x + 10)^2(x^2 - 2x + 2)^2}$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) =$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} +$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(\quad)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{\dots x^3 + x^2(\dots) + x(\dots) + \dots}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(\dots\dots\dots) + x(\dots\dots\dots) + \dots\dots\dots}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(\dots\dots\dots) + \dots\dots\dots}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + \dots\dots\dots}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

On identifie :

$$\begin{cases} a = \\ a + b = \\ 3a + b + c = \\ 3b + d = \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

$$\text{On identifie : } \begin{cases} a = 2 \\ a + b = \\ 3a + b + c = \\ 3b + d = \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

On identifie :

$$\begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = \\ 3b + d = \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

$$\text{On identifie : } \begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3b + d = \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

$$\text{On identifie : } \begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3b + d = 0 \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

On identifie :

$$\begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3b + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = \\ c = \\ d = \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

On identifie :

$$\begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3b + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = \\ d = \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

On identifie :

$$\begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3b + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -3 \\ d = \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

On identifie :

$$\begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3b + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -3 \\ d = 9 \end{cases}$$

4. Calcul des coefficients.



Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et on identifie les coefficients.

Exemple n° 14 : $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x^2 + x + 3} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{(ax + b)(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} + \frac{cx + d}{(x^2 + x + 3)^2} \\ &= \frac{ax^3 + x^2(a + b) + x(3a + b + c) + 3b + d}{(x^2 + x + 3)^2} \end{aligned}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a + b = -1 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3b + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -3 \\ d = 9 \end{cases} \quad \text{d'où } f(x) = \frac{2x - 3}{x^2 + x + 3} + \frac{-3x + 9}{(x^2 + x + 3)^2}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$4x^2 + 1 \quad \left| \quad \dots\dots\dots \text{ car } (2x - 3)^2 = \dots\dots\dots$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$4x^2 + 1 \quad \left| \quad \dots\dots\dots \text{ car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \right.$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$4x^2 + 1 \quad \Big| \quad 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$4x^2 \quad +1 \quad \left| \quad 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \right.$$

$$1$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ - & \\ \hline & 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ & 1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & \\ \hline & 1 \end{array} \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x \\ \hline & 12x + 9 \end{array} \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ - & \\ \hline 4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ - & \\ \hline 4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x \end{array} \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ - 4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ - & \\ \hline 4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ - & \\ 4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ - & \\ 4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} 4x^2 \quad \quad +1 \\ -4x^2 \quad -12x \quad +9 \\ \hline \quad \quad 12x \quad -8 \end{array} & \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ \hline 1 \\ \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{\dots x + \dots}{(2x - 3)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax + \dots}{(2x - 3)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = \dots \\ -3a + b = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} 4x^2 \quad \quad +1 \\ 4x^2 \quad -12x \quad +9 \\ \hline \quad \quad 12x \quad -8 \end{array} & \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \dots \\ b = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 6 \\ b = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} 4x^2 \quad \quad +1 \\ 4x^2 \quad -12x \quad +9 \\ \hline \quad \quad 12x \quad -8 \end{array} & \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases} \quad \text{et } g(x) = 1 +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases} \quad \text{et } g(x) = 1 + \frac{6}{2x - 3} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 15 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{(2x - 3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & +1 \\ -4x^2 & -12x + 9 \\ \hline & 12x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \quad \text{car } (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 1 \\ g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} \end{array}$$

$$\frac{12x - 8}{(2x - 3)^2} = \frac{a}{2x - 3} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{a \times (2x - 3)}{(2x - 3)^2} + \frac{b}{(2x - 3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases} \quad \text{et } g(x) = 1 + \frac{6}{2x - 3} + \frac{10}{(2x - 3)^2}$$



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x - \alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x - \alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x - \alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x - \alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x - 3}{(x + 2)(x - 5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 5}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha =$



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x - \alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x - \alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x - 3}{(x + 2)(x - 5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 5}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = -2$ est



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x - \alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x - \alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x - 3}{(x + 2)(x - 5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 5}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$).



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x - \alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x - \alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x - 3}{(x + 2)(x - 5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 5}$

- **Pour déterminer A** : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x - \alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x - \alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x - 3}{(x + 2)(x - 5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 5}$

- **Pour déterminer A** : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 2$** :



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x - \alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x - \alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x - 3}{(x + 2)(x - 5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 5}$

- **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x - 3}{(x + 2)(x - 5)} \times (x + 2) =$$



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

- **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 2$** :

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

- **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 2$** :

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

- **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

- **Pour déterminer A** : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 2$** :

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en **-2** la nouvelle égalité :



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

- **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 2$** :

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en **-2** la nouvelle égalité : $\frac{-5}{-7} = A + 0$ donc $A =$



Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F . Pour déterminer le coefficient A de $\frac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F , on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α .

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

- **Pour déterminer A** : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x+2$** :

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en **-2** la nouvelle égalité : $\frac{-5}{-7} = A + 0$ donc $A = \frac{5}{7}$

Exemple n° 16 :

① $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) =$

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

• Pour déterminer B : le pôle $\alpha =$

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = 5$ est

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

• Pour déterminer B : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$).

Exemple n° 16 :

① $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

- $A = \frac{5}{7}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- **Pour déterminer B** : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) =$$

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- **Pour déterminer B** : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- **Pour déterminer B** : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} =$$

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- **Pour déterminer B** : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en **5** la nouvelle égalité :

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- **Pour déterminer B** : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en **5** la nouvelle égalité : $\frac{2}{7} = 0 + B$ donc $B =$

Exemple n° 16 :

• $f(x) = \frac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-5}$

• $A = \frac{5}{7}$

- **Pour déterminer B** : le pôle $\alpha = 5$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en **5** la nouvelle égalité : $\frac{2}{7} = 0 + B$ donc $B = \frac{2}{7}$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) =$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha =$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$).

Exemple n° 16 :

ii) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Exemple n° 16 :

ii) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Exemple n° 16 :

ii) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en

Exemple n° 16 :

ii) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité :

Exemple n° 16 :

ii) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A =$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en 2 la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha =$

Exemple n° 16 :

• $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$).

Exemple n° 16 :

ii) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Exemple n° 16 :

• $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en 2 la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en 2 la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) =$$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x + 2)$$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x + 2)$$

$$\frac{x}{x - 2} =$$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x + 2)$$

$$\frac{x}{x - 2} = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + B$$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x + 2)$$

$$\frac{x}{x - 2} = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + B$$

Et, on évalue en

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x + 2)$$

$$\frac{x}{x - 2} = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + B$$

Et, on évalue en **-2** la nouvelle égalité :

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x + 2)$$

$$\frac{x}{x - 2} = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + B$$

Et, on évalue en **-2** la nouvelle égalité : $\frac{-2}{-2 - 2} = 0 + B$ donc $B =$

Exemple n° 16 :

① $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = 2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

$$\frac{x}{x + 2} = A + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\frac{2}{2 + 2} = A + 0$ donc $A = \frac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = -2$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x + 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x + 2)$$

$$\frac{x}{x - 2} = \frac{A}{x - 2} \times (x + 2) + B$$

Et, on évalue en **-2** la nouvelle égalité : $\frac{-2}{-2 - 2} = 0 + B$ donc $B = \frac{1}{2}$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) =$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} +$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- Pour trouver A : on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- Pour trouver A : on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- Pour trouver A : on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité :



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x - 1$** :

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité : $\frac{1}{2} = A$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité : $\frac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x - 1$** :

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité : $\frac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x^2 + 1$** :



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité : $\frac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} =$$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité : $\frac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité : $\frac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple



Méthode

En se plaçant dans \mathbb{C} , on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 17 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 1$:

$$\frac{x}{(x^2 + 1)} = A + \frac{(Bx + C)(x - 1)}{x^2 + 1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité : $\frac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{i}{i + 1} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{i}{i + 1} = \frac{i(-i + 1)}{2} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est -2 , donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple i .

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{i}{i + 1} = \frac{i(-i + 1)}{2} = \frac{1 - i}{2} \text{ donc } B =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{i}{i + 1} = \frac{i(-i + 1)}{2} = \frac{1 - i}{2} \text{ donc } B = \frac{-1}{2} \text{ et } C =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{i}{i + 1} = \frac{i(-i + 1)}{2} = \frac{1 - i}{2} \text{ donc } B = \frac{-1}{2} \text{ et } C = \frac{1}{2}$$

Le DES de h est

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est **-2**, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{i}{i + 1} = \frac{i(-i + 1)}{2} = \frac{1 - i}{2} \text{ donc } B = \frac{-1}{2} \text{ et } C = \frac{1}{2}$$

Le DES de h est $\frac{\frac{1}{2}}{x - 1} + -\frac{1}{2}x +$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 18 : $h(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ son degré est -2 , donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x^2 + 1$:

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{A(x^2 + 1)}{x - 1} + (Bx + C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de $x^2 + 1$, par exemple i .

On obtient la nouvelle égalité : $\frac{i}{i + 1} = Bi + C$. B est la partie imaginaire de $\frac{i}{i + 1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{i}{i + 1} = \frac{i(-i + 1)}{2} = \frac{1 - i}{2} \text{ donc } B = \frac{-1}{2} \text{ et } C = \frac{1}{2}$$

Le DES de h est $\frac{\frac{1}{2}}{x - 1} + \frac{-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}{x^2 + 1}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- 1 Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

1 Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$\Delta =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

1 Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

1 Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

1 Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Déduis-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Déduis-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Déduis-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2 - 4x + 13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \frac{Bx+C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2 - 4x + 13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \frac{Bx+C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

On évalue en -1 :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2 - 4x + 13)$ on obtient

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2 - 4x + 13)$ on obtient

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$:

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12+18i)(1-i) = 2B + 3iB + C$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12+18i)(1-i) = 2B + 3iB + C$$

$$30 + 6i = 2B + C + 3iB \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = \dots \\ 3B = \dots \end{cases} \quad \begin{cases} C = \dots \\ B = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12+18i)(1-i) = 2B + 3iB + C$$

$$30 + 6i = 2B + C + 3iB \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = \dots \end{cases} \quad \begin{cases} C = \dots \\ B = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12+18i)(1-i) = 2B + 3iB + C$$

$$30 + 6i = 2B + C + 3iB \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} C = \dots \\ B = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12+18i)(1-i) = 2B + 3iB + C$$

$$30 + 6i = 2B + C + 3iB \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} C = 26 \\ B = \dots \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12+18i)(1-i) = 2B + 3iB + C$$

$$30 + 6i = 2B + C + 3iB \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} C = 26 \\ B = 2 \end{cases}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ① Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ② Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2 - 4x + 13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \frac{Bx+C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2 - 4x + 13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2 - 4x + 13) + Bx + C$

On évalue en $2 + 3i$: $\frac{72 + 108i}{3 + 3i} = \frac{24 + 36i}{1 + i} = B(2 + 3i) + C$

$$\frac{(24 + 36i)(1 - i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12 + 18i)(1 - i) = 2B + 3iB + C$$

$$30 + 6i = 2B + C + 3iB \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} C = 26 \\ B = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{-2}{x+1} +$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exercice n° 3 :

- ❶ Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

$$\Delta = -36, r_1 = 2 + 3i \text{ et } r_2 = 2 - 3i$$

- ❷ Dédus-en, le DES de $f(x) = \frac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\frac{36x}{x^2-4x+13} = A + \frac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

On évalue en -1 : $\frac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\frac{36x}{x+1} = \frac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx+C$

On évalue en $2+3i$: $\frac{72+108i}{3+3i} = \frac{24+36i}{1+i} = B(2+3i) + C$

$$\frac{(24+36i)(1-i)}{2} = 2B + 3iB + C$$

$$(12+18i)(1-i) = 2B + 3iB + C$$

$$30 + 6i = 2B + C + 3iB \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} C = 26 \\ B = 2 \end{cases}$$

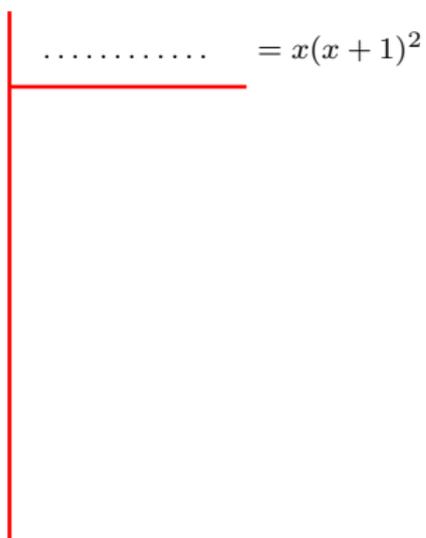
$$f(x) = \frac{-2}{x+1} + \frac{2x+26}{x^2-4x+13}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

x^5

-1



I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

x^5

-1

..... = $x(x+1)^2$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

x^5

-1

$$x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

x^5

-1

$x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2$

x^2

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ -x^5 & x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline & x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ x^5 + 2x^4 & x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ & x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline -2x^4 & x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline -2x^4 - x^3 & x^2 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline -2x^4 - x^3 & x^2 \\ & -1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline -2x^4 - x^3 & x^2 - 2x \\ & -1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline & 3x^3 + 2x^2 - 1 \\ - & \\ & 3x^3 \end{array} = x(x+1)^2$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline & 3x^3 + 2x^2 \quad -1 \\ - & \\ & 3x^3 + 6x^2 \end{array} = x(x+1)^2$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline & 3x^3 + 2x^2 \quad -1 \\ - & \\ & 3x^3 + 6x^2 + 3x \end{array} = x(x+1)^2$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 & \end{array} = x(x+1)^2$$

$x^2 - 2x + 3$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 - 3x & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x + 3 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ - & \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 - 3x & -1 \end{array} = x(x+1)^2$$

$x^2 - 2x + 3$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ - & \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 - 3x & -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 - 2x + 3 \\ \\ \\ g(x) = \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ - & \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 - 3x & -1 \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2$$

$$x^2 - 2x + 3$$

$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$

=

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ - & \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 - 3x & -1 \end{array}$$
$$x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2$$
$$x^2 - 2x + 3$$
$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$
$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x + 1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

x^5	-1	$x^3 + 2x^2 + x = x(x + 1)^2$
$x^5 + 2x^4 + 1x^3$		$x^2 - 2x + 3$
$-2x^4 - x^3$	-1	
$-2x^4 - 4x^3 - 2x^2$		
$3x^3 + 2x^2$	-1	$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$
$3x^3 + 6x^2 + 3x$		$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x + 1)^2}$
$-4x^2 - 3x$	-1	

La partie polaire de g est $g_1(x) =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x + 1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ - & \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 - 3x & -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x + 1)^2 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$
$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$
$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x + 1)^2}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x + 1)^2}$.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l} x^5 & -1 \\ - & \\ \hline x^5 + 2x^4 + 1x^3 & \\ \hline -2x^4 - x^3 & -1 \\ - & \\ \hline -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 3x^3 + 2x^2 & -1 \\ - & \\ \hline 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\ \hline -4x^2 - 3x & -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x = x(x+1)^2 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$
$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$
$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 19 : $g(x) = \frac{x^5 - 1}{x(x + 1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r} x^5 \qquad\qquad -1 \\ - \\ x^5 + 2x^4 + 1x^3 \\ \hline -2x^4 - x^3 \qquad -1 \\ - \\ -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 \\ \hline 3x^3 + 2x^2 \qquad -1 \\ - \\ 3x^3 + 6x^2 + 3x \\ \hline -4x^2 - 3x \qquad -1 \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 + x = x(x + 1)^2$$

$$x^2 - 2x + 3$$

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x} \\ &= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x + 1)^2} \end{aligned}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x + 1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x + 1} + \frac{C}{(x + 1)^2}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en **0** la nouvelle égalité :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en **0** la nouvelle égalité : $\frac{-1}{1^2} = A + 0$ donc $A =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** ($m = 1$). On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en **0** la nouvelle égalité : $\frac{-1}{1^2} = A + 0$ donc $A = -1$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) \times (x+1) + C$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) \times (x+1) + C$$

Et, on évalue en

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) \times (x+1) + C$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) \times (x+1) + C$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité : $\frac{-2}{-1} = C$ donc $C =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x+1)^2$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) \times (x+1) + C$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité : $\frac{-2}{-1} = C$ donc $C = 2$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2}$$

=

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$\begin{aligned}g_2(x) &= g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}\end{aligned}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$\begin{aligned}g_2(x) &= g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}\end{aligned}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$\begin{aligned}g_2(x) &= g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}\end{aligned}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$\begin{aligned}g_2(x) &= g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}\end{aligned}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$\begin{aligned}g_2(x) &= g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}\end{aligned}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\begin{aligned}\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) &= \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1) \\ \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} &= \end{aligned}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$\begin{aligned}g_2(x) &= g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}\end{aligned}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\begin{aligned}\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) &= \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1) \\ \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} &= \frac{A}{x} \times (x+1) + B\end{aligned}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$\begin{aligned}g_2(x) &= g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}\end{aligned}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\begin{aligned}\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) &= \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1) \\ \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} &= \frac{A}{x} \times (x+1) + B\end{aligned}$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{ccc|c} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \hline & & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$-4x^2$	$-5x$	-1	$x+1$
			$-4x$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{ccc|c} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \hline & & & -4x \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} -4x^2 & x+1 \\ -5x & \\ -1 & \\ \hline -4x^2 & -4x \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x + 1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ -4x^2 & -4x & & -4x \\ \hline & & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ -4x^2 & -4x & & -4x \\ \hline & -x & & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ -4x^2 & -4x & & -4x \\ \hline & -x & -1 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} - \\ -4x^2 \quad -5x \quad -1 \\ -4x^2 \quad -4x \\ \hline \quad -x \quad -1 \\ - \end{array} & \begin{array}{l} x+1 \\ -4x-1 \end{array} \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \hline & -x & -1 & \\ - & -x & & \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$-4x^2$	$-5x$	-1	$x+1$
$-4x^2$	$-4x$		$-4x-1$
	$-x$	-1	
	$-x$	-1	

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$-4x^2$	$-5x$	-1	$x+1$
$-4x^2$	$-4x$		$-4x-1$
	$-x$	-1	
	$-x$	-1	
		0	

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{ccc|c} - & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \hline & & -x & -1 & \\ & - & -x & -1 & -4x^2 - 5x - 1 = (x+1)(-4x-1) \\ \hline & & & 0 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{ccc|c} - & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \hline & & -x & -1 & \\ & - & -x & -1 & -4x^2 - 5x - 1 = (x+1)(-4x-1) \\ \hline & & & 0 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \hline & -x & -1 & \\ - & -x & -1 & -4x^2 - 5x - 1 = (x+1)(-4x-1) \\ \hline & & 0 & \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité : $\frac{3}{-1} =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité : $\frac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité : $\frac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B = -3$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité : $\frac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B = -3$

Ainsi, $g(x) =$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par **$x + 1$** :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{(x+1)(-4x-1)}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **-1** la nouvelle égalité : $\frac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B = -3$

$$\text{Ainsi, } g(x) = x^2 - 2x + 3 - \frac{1}{x} - \frac{3}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Remarque : Lorsqu'on a ôté le pôle d'ordre 2, $\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}$ n'était plus irréductible, car le $(x+1)^2$ est un pôle d'ordre 2 ce qui est contradictoire. Il devait donc se simplifier avec le numérateur.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Remarque : Lorsqu'on a ôté le pôle d'ordre 2, $\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}$ n'était plus irréductible, car le $(x+1)^2$ est un pôle d'ordre 2 ce qui est contradictoire. Il devait donc se simplifier avec le numérateur.

On va voir que dans l'exemple précédent, il y a une technique plus rapide pour trouver le coefficient B :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Remarque : Lorsqu'on a ôté le pôle d'ordre 2, $\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}$ n'était plus irréductible, car le $(x+1)^2$ est un pôle d'ordre 2 ce qui est contradictoire. Il devait donc se simplifier avec le numérateur.

On va voir que dans l'exemple précédent, il y a une technique plus rapide pour trouver le coefficient B :



Méthode

Lorsqu'on a un pôle α non simple, on peut retrouver la valeur du coefficient A de $\frac{A}{(x-\alpha)^k}$, en multipliant par $(x-\alpha)^k$ et en faisant tendre x vers l'infini.

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x} \times (x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x} \times (x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x} \times (x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x} \times (x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient**.

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$:

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)}}_{\rightarrow -4} = \underbrace{\frac{-1}{x} \times (x+1)}_{\rightarrow -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\rightarrow 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$:

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)}}_{\rightarrow -4} = \underbrace{\frac{-1}{x} \times (x+1)}_{\rightarrow -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\rightarrow 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$:

$$-4 =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)}}_{\rightarrow -4} = \underbrace{\frac{-1}{x} \times (x+1)}_{\rightarrow -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\rightarrow 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient**.

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$:

$$-4 = -1 + B + 0, \text{ donc } B =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x+1$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)}}_{\rightarrow -4} = \underbrace{\frac{-1}{x} \times (x+1)}_{\rightarrow -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\rightarrow 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient**.

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$:

$$-4 = -1 + B + 0, \text{ donc } B = -3.$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 20 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C , et il restait B :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x+1$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)}}_{\rightarrow -4} = \underbrace{\frac{-1}{x} \times (x+1)}_{\rightarrow -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\rightarrow 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient**.

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$:

$$-4 = -1 + B + 0, \text{ donc } B = -3.$$

Remarque : Les deux méthodes précédentes permettent de déterminer A_1 et A_m dans le développement suivant d'un pôle α d'ordre m :

$$\frac{A_1}{x - \alpha} + \frac{A_2}{(x - \alpha)^2} + \dots + \frac{A_m}{(x - \alpha)^m}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Pour déterminer les autres coefficients, on peut utiliser la méthode suivantes :



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) =$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x + 1 =$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité :



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} =$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$:



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} =$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3}$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit}$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} =$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} = \frac{2}{8} \text{ donc } B =$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} = \frac{2}{8} \text{ donc } B = 1$$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} = \frac{2}{8} \text{ donc } B = 1$$

Ainsi, $f(x) =$



Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un système de n équations à n inconnues.

Exemple n° 21 : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

$$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

On passe à la limite en faisant tendre $x \rightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

$$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} = \frac{2}{8} \text{ donc } B = 1$$

Ainsi, $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{3}{(x-2)^3}$

Exercice n° 4 : Détermine le DES des fonctions suivantes :

$$\text{i. } f(x) = \frac{30x^2}{(x^2 - 25)(x^2 - 2x + 10)}$$

$$\text{ii. } g(x) = \frac{2x}{(2x - 4)^3}$$