Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

1. Fractions rationnelles

1. Fractions rationnelles

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.

1. Fractions rationnelles

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\dfrac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\dfrac{P}{Q}$, la quantité $\mathbf{deg(P) - deg(Q)}$.

1. Fractions rationnelles

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\dfrac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\dfrac{P}{Q}$, la quantité $\mathbf{deg}(P) - \mathbf{deg}(Q)$.
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\dfrac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\dfrac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\dfrac{P}{Q}$, la quantité $\mathbf{deg}(P) - \mathbf{deg}(Q)$.
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\dfrac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

i. La fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-4x)(x-3)}{x(x-3)^2}$ est de degré

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité $\mathbf{deg}(P) - \mathbf{deg}(Q)$.
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

i. La fraction rationnelle $\dfrac{(x^2 - 4x)(x-3)}{x(x-3)^2}$ est de degré $\mathbf{3 - 3 = 0}$.

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\dfrac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\dfrac{P}{Q}$, la quantité $\mathbf{deg}(P) - \mathbf{deg}(Q)$.
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\dfrac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

i. La fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-4x)(x-3)}{x(x-3)^2}$ est de degré $\mathbf{3-3=0}$. Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs :

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité $\deg(P) - \deg(Q)$.
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

i. La fraction rationnelle $\frac{(x^2-4x)(x-3)}{x(x-3)^2}$ est de degré $\mathbf{3-3=0}$. Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs : $(\boldsymbol{x}-\mathbf{3})$ et

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité $\mathbf{deg(P) - deg(Q)}$.
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple n° 1 :

i. La fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-4x)(x-3)}{x(x-3)^2}$ est de degré $\mathbf{3-3=0}$. Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs : $\boldsymbol{(x-3)}$ et $\boldsymbol{x}$.

Définition:

- Une **fraction rationnelle** est une expression formelle de la forme $\frac{P}{Q}$, où P et Q sont deux **polynômes**.
- On appelle **degré** d'une fraction rationnelle $\frac{P}{Q}$, la quantité $\deg(P) - \deg(Q)$.
- On appelle **forme irréductible** d'une fraction rationnelle R toute écriture de la forme $\frac{P}{Q}$ où les polynômes P et Q n'admettent aucun facteur en commun.

Exemple nº 1 :

i. La fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-4x)(x-3)}{x(x-3)^2}$ est de degré $\mathbf{3-3=0}$. Elle n'est pas irréductible, car elle a deux facteurs communs : $\boldsymbol{(x-3)}$ et $\boldsymbol{x}$. Sa forme irréductible est $\boldsymbol{\dfrac{x-4}{x-3}}$.

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$.

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{(2x^2-5x-12)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$2x^2-5x-12=0$ ou $6x^2+13x+6=0$

$\Delta =$	$\Delta =$
$x_1 =$ et $x_2 =$	$x_3 =$ et $x_4 =$
$2x^2-5x-12=$	$6x^2+13x+6=$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$2x^2-5x-12=0$	ou	$6x^2+13x+6=0$
$\Delta = 121$		$\Delta =$
$x_1 =$ et $x_2 =$		$x_3 =$ et $x_4 =$
$2x^2-5x-12=$		$6x^2+13x+6=$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

	ou	
$2x^2-5x-12=0$		$6x^2+13x+6=0$
$\Delta = 121$		$\Delta =$
$x_1=\dfrac{5+11}{4}=4$ et $x_2=$		$x_3=$ et $x_4=$
$2x^2-5x-12=$		$6x^2+13x+6=$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$2x^2-5x-12=0$	ou	$6x^2+13x+6=0$
$\Delta = 121$		$\Delta =$
$x_1 = \dfrac{5+11}{4} = 4$ et $x_2 = \dfrac{5-11}{4} = -\dfrac{3}{2}$		$x_3 =$ et $x_4 =$
$2x^2-5x-12=$		$6x^2+13x+6=$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0 \qquad \text{ou} \qquad 6x^2+13x+6=0$$

$\Delta = 121$	$\Delta =$
$x_1=\dfrac{5+11}{4}=4$ et $x_2=\dfrac{5-11}{4}=-\dfrac{3}{2}$	$x_3 =$ et $x_4 =$
$2x^2-5x-12=2\times(x-4)\left(x+\dfrac{3}{2}\right)$	$6x^2+13x+6=$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$2x^2-5x-12=0$	ou	$6x^2+13x+6=0$
$\Delta = 121$		$\Delta = 25$
$x_1 = \dfrac{5+11}{4} = 4$ et $x_2 = \dfrac{5-11}{4} = -\dfrac{3}{2}$		$x_3 =$ et $x_4 =$
$2x^2-5x-12 = 2\times(x-4)\left(x+\dfrac{3}{2}\right)$		$6x^2+13x+6 =$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0 \quad \text{ou} \quad 6x^2+13x+6=0$$

$$\Delta = 121 \qquad\qquad \Delta = 25$$

$$x_1=\frac{5+11}{4}=4 \text{ et } x_2=\frac{5-11}{4}=-\frac{3}{2} \qquad x_3=\frac{-13+5}{12}=-\frac{2}{3} \text{ et } x_4=$$

$$2x^2-5x-12=2\times(x-4)\left(x+\frac{3}{2}\right) \qquad 6x^2+13x+6=$$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0 \quad \text{ou} \quad 6x^2+13x+6=0$$

$\Delta = 121$	$\Delta = 25$
$x_1 = \dfrac{5+11}{4} = 4$ et $x_2 = \dfrac{5-11}{4} = -\dfrac{3}{2}$	$x_3 = \dfrac{-13+5}{12} = -\dfrac{2}{3}$ et $x_4 = \dfrac{-13-5}{12} = -\dfrac{3}{2}$
$2x^2-5x-12 = 2\times(x-4)\left(x+\dfrac{3}{2}\right)$	$6x^2+13x+6 =$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0 \quad \text{ou} \quad 6x^2+13x+6=0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1=\frac{5+11}{4}=4 \text{ et } x_2=\frac{5-11}{4}=-\frac{3}{2}$$

$$2x^2-5x-12=2\times(x-4)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3=\frac{-13+5}{12}=-\frac{2}{3} \text{ et } x_4=\frac{-13-5}{12}=-\frac{3}{2}$$

$$6x^2+13x+6=6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0 \qquad \text{ou} \qquad 6x^2+13x+6=0$$

$$\Delta = 121 \qquad\qquad \Delta = 25$$

$$x_1=\frac{5+11}{4}=4 \text{ et } x_2=\frac{5-11}{4}=-\frac{3}{2} \qquad\qquad x_3=\frac{-13+5}{12}=-\frac{2}{3} \text{ et } x_4=\frac{-13-5}{12}=-\frac{3}{2}$$

$$2x^2-5x-12=2\times(x-4)\left(x+\frac{3}{2}\right) \qquad\qquad 6x^2+13x+6=6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

Donc, $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}=$

Exemple nº 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré **4 − 2 = 2**. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0 \qquad \text{ou} \qquad 6x^2+13x+6=0$$

$$\Delta = 121 \qquad\qquad \Delta = 25$$

$$x_1=\frac{5+11}{4}=4 \text{ et } x_2=\frac{5-11}{4}=-\frac{3}{2} \qquad x_3=\frac{-13+5}{12}=-\frac{2}{3} \text{ et } x_4=\frac{-13-5}{12}=-\frac{3}{2}$$

$$2x^2-5x-12=2\times(x-4)\left(x+\frac{3}{2}\right) \qquad 6x^2+13x+6=6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

Donc, $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}=\dfrac{4\times(x-4)^2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)}$

$=$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0 \qquad \text{ou} \qquad 6x^2+13x+6=0$$

$$\Delta = 121 \qquad\qquad \Delta = 25$$

$$x_1=\frac{5+11}{4}=4 \text{ et } x_2=\frac{5-11}{4}=-\frac{3}{2} \qquad x_3=\frac{-13+5}{12}=-\frac{2}{3} \text{ et } x_4=\frac{-13-5}{12}=-\frac{3}{2}$$

$$2x^2-5x-12=2\times(x-4)\left(x+\frac{3}{2}\right) \qquad 6x^2+13x+6=6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

Donc, $$\frac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}=\frac{4\times(x-4)^2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)}$$

$$=\frac{4\times(x-4)^2\left(x+\frac{3}{2}\right)}{6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)}=$$

Exemple n° 1 :

ii. La fraction rationnelle $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}$ est de degré $\mathbf{4-2=2}$. Elle n'est pas irréductible, car :

$$2x^2-5x-12=0$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1=\frac{5+11}{4}=4 \text{ et } x_2=\frac{5-11}{4}=-\frac{3}{2}$$

$$2x^2-5x-12=2\times(x-4)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

ou

$$6x^2+13x+6=0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_3=\frac{-13+5}{12}=-\frac{2}{3} \text{ et } x_4=\frac{-13-5}{12}=-\frac{3}{2}$$

$$6x^2+13x+6=6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

Donc, $\dfrac{\left(2x^2-5x-12\right)^2}{6x^2+13x+6}=\dfrac{4\times(x-4)^2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)}$

$$=\frac{4\times(x-4)^2\left(x+\frac{3}{2}\right)}{6\times\left(x+\frac{2}{3}\right)}=\frac{(x-4)^2(2x+3)}{(3x+2)}$$

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros :

Définition:

Soient $F = \frac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles :

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple nº 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros :

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple nº 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$,

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple n° 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $\mathbf{-\sqrt{5}}$, et

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple n° 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $\mathbf{-\sqrt{5}}$, et $\mathbf{\sqrt{5}}$

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple nº 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $\mathbf{-\sqrt{5}}$, et $\mathbf{\sqrt{5}}$
- trois pôles simples :

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple n° 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple n° 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $-\sqrt{\mathbf{5}}$, et $\sqrt{\mathbf{5}}$
- trois pôles simples : $\mathbf{-7}$,

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple nº 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $\mathbf{-\sqrt{5}}$, et $\mathbf{\sqrt{5}}$
- trois pôles simples : $\mathbf{-7}$, $\mathbf{-1}$, et

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple nº 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $\mathbf{-\sqrt{5}}$, et $\mathbf{\sqrt{5}}$
- trois pôles simples : $\mathbf{-7}$, $\mathbf{-1}$, et $\mathbf{1}$, et le pôle

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple nº 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $\mathbf{-\sqrt{5}}$, et $\mathbf{\sqrt{5}}$
- trois pôles simples : $\mathbf{-7}$, $\mathbf{-1}$, et $\mathbf{1}$, et le pôle $\mathbf{0}$ de multiplicité

Définition:

Soient $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle écrite sous forme irréductible, $\alpha \in \mathbb{R}$, et $p \in \mathbb{N}$.

- On dit que α est un **zéro** ou une **racine** de F si α est une racine de P.
- On dit que α est un **pôle** de F si α est une racine de Q.
- On dit que l'**ordre** d'un pôle de F est de **multiplicité** p, s'il est une racine d'ordre de multiplicité p de Q. Un pôle d'ordre 1 est dit **simple**.

Exemple nº 2 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{x(x^2+5)(x-3)^2}{(x-7)(x^2+1)(x+2)^4}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{0}$ et $\mathbf{3}$
- pour pôles : $\mathbf{-2}$ de multiplicité $\mathbf{4}$, et $\mathbf{7}$ de multiplicité $\mathbf{1}$.

Exemple nº 3 : Dans $\mathbb{R}$, la fraction rationnelle $\dfrac{(x^2-5)(x-3)^4}{(x+7)(x^2-1)x^6}$ admet

- pour zéros : $\mathbf{3}$, $\mathbf{-\sqrt{5}}$, et $\mathbf{\sqrt{5}}$
- trois pôles simples : $\mathbf{-7}$, $\mathbf{-1}$, et $\mathbf{1}$, et le pôle $\mathbf{0}$ de multiplicité $\mathbf{6}$.

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros :

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont $\mathbf{-2}$ et

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2 - 2x - 12 =$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2 - 2x - 12 = \boldsymbol{2(x+2)(x-3)}$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,
    donc $x^2-4x+13 =$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2 (x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2 - 2x - 12 = \boldsymbol{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,
    donc $x^2 - 4x + 13 = \boldsymbol{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,
    donc $x^2-4x+13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) =$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,
    donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4(x+2)^2(x-3)^2} \times}$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2 - 2x - 12 = \boldsymbol{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,

    donc $x^2 - 4x + 13 = \boldsymbol{(x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\boldsymbol{4(x+2)^2(x-3)^2 \times (x-2-3i)^3(x-2+3i)^3}}$.

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,
    donc $x^2-4x+13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4(x+2)^2(x-3)^2} \times \mathbf{(x-2-3i)^3(x-2+3i)^3}}$.

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 :

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2 - 2x - 12)^2(x^2 - 4x + 13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2 - 2x - 12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2 - 2x - 12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2 - 4x + 13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,
    donc $x^2 - 4x + 13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4(x+2)^2(x-3)^2} \times \mathbf{(x-2-3i)^3(x-2+3i)^3}}$.

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : $\mathbf{-2}$ et

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,

    donc $x^2-4x+13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4(x+2)^2(x-3)^2 \times (x-2-3i)^3(x-2+3i)^3}}$.

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$, donc $x^2-4x+13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4(x+2)^2(x-3)^2} \times \mathbf{(x-2-3i)^3(x-2+3i)^3}}$.

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$

et deux pôles d'ordre 3 :

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$, donc $x^2-4x+13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4(x+2)^2(x-3)^2 \times (x-2-3i)^3(x-2+3i)^3}}$.

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$

et deux pôles d'ordre 3 : $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$

Exemple n° 4 : Dans $\mathbb{C}$, la fraction rationnelle $g(x) = \dfrac{7}{(2x^2-2x-12)^2(x^2-4x+13)^3}$ admet

- pour zéros : **Aucun !**
- Etude des pôles :
  - les racines de $2x^2-2x-12$ sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$, donc $2x^2-2x-12 = \mathbf{2(x+2)(x-3)}$
  - les racines de $x^2-4x+13$ sont $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$,
    donc $x^2-4x+13 = \mathbf{(x-2-3i)(x-2+3i)}$

Ainsi, $g(x) = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4(x+2)^2(x-3)^2} \times \mathbf{(x-2-3i)^3(x-2+3i)^3}}$.

La fraction rationnelle g a deux pôles d'ordre 2 : $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{3}$
et deux pôles d'ordre 3 : $\mathbf{2+3i}$ et $\mathbf{2-3i}$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2 + 25$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2 + 25 \geqslant$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2 + 25 \geqslant 25$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines :

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$,

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5i$ et $-5i$, donc $x^2+25 =$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2+25 = (x-5\mathrm{i})(x+5\mathrm{i})$.

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2+25 = (x-5\mathrm{i})(x+5\mathrm{i})$.
  f a deux pôles simples : $-5\mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2+25 = (x-5\mathrm{i})(x+5\mathrm{i})$.
  f a deux pôles simples : $-5\mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}$

- Dans $\mathbb{R}$, le discriminant du polynôme $x^2-8x+16$ est $\Delta =$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2 + 25 \geqslant 25$ donc $x^2 + 25$ ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, $x^2 + 25$ a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2 + 25 = (x - 5\mathrm{i})(x + 5\mathrm{i})$. f a deux pôles simples : $-5\mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}$

- Dans $\mathbb{R}$, le discriminant du polynôme $x^2 - 8x + 16$ est $\Delta = 0$.

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2+25 = (x-5\mathrm{i})(x+5\mathrm{i})$. f a deux pôles simples : $-5\mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}$

- Dans $\mathbb{R}$, le discriminant du polynôme $x^2-8x+16$ est $\Delta = 0$. Sa racine est

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2+25 = (x-5\mathrm{i})(x+5\mathrm{i})$.
  f a deux pôles simples : $-5\mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}$

- Dans $\mathbb{R}$, le discriminant du polynôme $x^2-8x+16$ est $\Delta = 0$. Sa racine est 4, sa facorisation est $x^2-8x+16 = (x-4)^2$.

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2+25=(x-5\mathrm{i})(x+5\mathrm{i})$.
  f a deux pôles simples : $-5\mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}$

- Dans $\mathbb{R}$, le discriminant du polynôme $x^2-8x+16$ est $\Delta=0$. Sa racine est 4, sa facorisation est $x^2-8x+16=(x-4)^2$.

  $(x^2-8x+16)^3 =$

Exercice n° 1 : Etudie dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$, les pôles de la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2+25)(x^2-8x+16)^3}$$

- Dans $\mathbb{R}$, $x^2+25 \geqslant 25$ donc x^2+25 ne s'annule pas (Si on calculait son discriminant Δ, il serait négatif).

  Par contre, dans $\mathbb{C}$, x^2+25 a deux racines : $5\mathrm{i}$ et $-5\mathrm{i}$, donc $x^2+25 = (x-5\mathrm{i})(x+5\mathrm{i})$.
  f a deux pôles simples : $-5\mathrm{i}$ et $5\mathrm{i}$

- Dans $\mathbb{R}$, le discriminant du polynôme $x^2-8x+16$ est $\Delta = 0$. Sa racine est 4, sa facorisation est $x^2-8x+16 = (x-4)^2$.

  $(x^2-8x+16)^3 = \left((x-4)^2\right)^3 = (x-4)^6$ et x^2+25 n'a pas de racine, donc f a un seul pôle réel : 4 de multiplicité 6.

2. Partie entière

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle. Il existe un unique polynôme E et une unique fraction rationnelle G tels que :

$$F = E + G \text{ et } \deg(G) < 0$$

Le polynôme E est appelé la **partie entière** de F. Elle est égale à la division euclidienne de P par Q.

2. Partie entière

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle. Il existe un unique polynôme E et une unique fraction rationnelle G tels que :

$$F = E + G \text{ et } \deg(G) < 0$$

Le polynôme E est appelé la **partie entière** de F. Elle est égale à la division euclidienne de P par Q.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est

2. Partie entière

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle. Il existe un unique polynôme E et une unique fraction rationnelle G tels que :

$$F = E + G \text{ et } \deg(G) < 0$$

Le polynôme E est appelé la **partie entière** de F. Elle est égale à la division euclidienne de P par Q.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**,

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{ccccc|c} x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \hline \end{array}$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\hline
- & & & & & & \\
\end{array}
$$

Exemple nº 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\hline
- & & & & & & x^2
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^4 \quad +x^3 \quad +6x^2 \quad +5x \quad +18 & x^2 - x + 3 \\ \hline - \quad x^4 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad & x^2 \end{array}$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccc|c}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & & & & x^2
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x)=\dfrac{x^4+x^3+6x^2+5x+18}{x^2-x+3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{crrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2-x+3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2
\end{array}$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\
\cline{2-6}
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4+x^3+6x^2+5x+18}{x^2-x+3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{c|ccccc|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2-x+3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{c|ccccc|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple nº 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{crrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & &
\end{array}$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 &
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & &
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{cccccc|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\cline{2-6}
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \cline{2-6}
 & & & 5x^2 & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccc|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & & \\
\end{array}
$$

Exemple nº 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 &
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 &
\end{array}
$$

Exemple nº 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccc|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
 & & - & & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccc|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
 & & - & & & & \\
 & & & 5x^2 & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est $\mathbf{2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
 & & - & & & & \\
 & & & 5x^2 & -5x & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4+x^3+6x^2+5x+18}{x^2-x+3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccc|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2-x+3 \\ \cline{7-7}
- & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2+2x+5 \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
- & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
- & & & 5x^2 & -5x & +15 & \\
\end{array}
$$

Exemple nº 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

	x^4	$+x^3$	$+6x^2$	$+5x$	$+18$	$x^2 - x + 3$
$-$						
	x^4	$-x^3$	$+3x^2$			$x^2 + 2x + 5$
		$2x^3$	$+3x^2$	$+5x$	$+18$	
	$-$					
		$2x^3$	$-2x^2$	$+6x$		
			$5x^2$	$-x$	$+18$	
		$-$				
			$5x^2$	$-5x$	$+15$	

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
- & & & & & & \\ \cline{7-7}
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\ \cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
 & & - & & & & \\
 & & & 5x^2 & -5x & +15 & \\ \cline{2-6}
 & & & & 4x & &
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
 & & - & & & & \\
 & & & 5x^2 & -5x & +15 & \\
\cline{2-6}
 & & & & 4x & +3 &
\end{array}
$$

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
 & & - & & & & \\
 & & & 5x^2 & -5x & +15 & \\
\cline{2-6}
 & & & & 4x & +3 & \\
\end{array}
$$

$$f(x) = \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 + 2x + 5) + 4x + 3}{x^2 - x + 3}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
- & & & & & & \\
 & & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\cline{2-6}
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
- & & & & & & \\
 & & & 5x^2 & -5x & +15 & \\
\cline{2-6}
 & & & & 4x & +3 &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 + 2x + 5) + 4x + 3}{x^2 - x + 3} \\
&= x^2 + 2x + 5 + \frac{4x + 3}{x^2 - x + 3}
\end{aligned}
$$

Exemple nº 5 : Le degré de $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 18}{x^2 - x + 3}$ est **2**, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^4 & +x^3 & +6x^2 & +5x & +18 & x^2 - x + 3 \\
\hline
- & x^4 & -x^3 & +3x^2 & & & x^2 + 2x + 5 \\
\hline
 & & 2x^3 & +3x^2 & +5x & +18 & \\
 & - & 2x^3 & -2x^2 & +6x & & \\
\hline
 & & & 5x^2 & -x & +18 & \\
 & & - & 5x^2 & -5x & +15 & \\
\hline
 & & & & 4x & +3 &
\end{array}
$$

$$f(x) = \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 + 2x + 5) + 4x + 3}{x^2 - x + 3}$$

$$= x^2 + 2x + 5 + \frac{4x + 3}{x^2 - x + 3}$$

La partie entière de f est $x^2 + 2x + 5$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccc|l}
2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\
\hline
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccc|l}
2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\
\hline
 & & & & & & x^4
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & x^4
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{rrrrrrr} & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 \\ - & & & & & & \\ & 2x^5 & & & & & \end{array} & \begin{array}{l} 2x - 1 \\ \hline \\ x^4 \end{array}
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\ \cline{8-8}
- & & & & & & & \\
 & 2x^5 & -x^4 & & & & & x^4
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{crrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\ \cline{7-7}
- & 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 \\ \cline{2-6}
 & & & & & & \\
 & & - & & & &
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x-1}$ est $\color{red}{\mathbf{5-1=4}}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\ \hline
- & & & & & & & \\
 & 2x^5 & -x^4 & & & & & x^4 \\ \cline{2-7}
 & & & & -14x^2 & & & \\
 & & & - & & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x-1}$ est $\mathbf{5-1=4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{ccccccc|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\
\cline{8-8}
- & & & & & & & \\
 & 2x^5 & -x^4 & & & & & x^4 \\
\cline{2-7}
 & & & & -14x^2 & +7x & & \\
 & & & - & & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\color{red}{\mathbf{5 - 1 = 4}}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rcccccc|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ \cline{8-8}
- & 2x^5 & -x^4 & & & & & x^4 \\ \cline{2-7}
 & & & & -14x^2 & +7x & +4 & \\
 & & & - & & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\
\cline{8-8}
- & & & & & & & \\
 & 2x^5 & -x^4 & & & & & x^4 - 7x \\
\cline{2-7}
 & & & & -14x^2 & +7x & +4 & \\
 & & & - & & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\
\cline{8-8}
- & 2x^5 & -x^4 & & & & & x^4 - 7x \\
\cline{2-7}
 & & & & -14x^2 & +7x & +4 & \\
 & & & - & -14x^2 & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\
\cline{7-7}
- & 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\
\cline{2-6}
 & & & -14x^2 & +7x & +4 & \\
 & & - & -14x^2 & +7x & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & 2x - 1 \\ \cline{8-8}
- & 2x^5 & -x^4 & & & & & x^4 - 7x \\ \cline{2-7}
 & & & & -14x^2 & +7x & +4 & \\
 & & & - & -14x^2 & +7x & & \\ \cline{2-7}
 & & & & & & &
\end{array}
$$

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{cccccccc|l}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 & & 2x-1 \\
\cline{9-9}
- & & & & & & & & \\
 & 2x^5 & -x^4 & & & & & & x^4 - 7x \\
\cline{2-8}
 & & & & -14x^2 & +7x & +4 & & g(x) = \\
 & & & - & & & & & \\
 & & & & -14x^2 & +7x & & & \\
\cline{2-8}
 & & & & & & 4 & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{rrrrrr}
 & 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 \\
- & 2x^5 & -x^4 & & & \\
\hline
 & & & -14x^2 & +7x & +4 \\
 & & - & -14x^2 & +7x & \\
\hline
 & & & & & 4
\end{array}
&
\begin{array}{l}
2x - 1 \\
\hline
x^4 - 7x \\
\\
g(x) = \dfrac{(2x-1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1}
\end{array}
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{c|l}
\begin{array}{rrrrrrr}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 \\
- & & & & & & \\
 & 2x^5 & -x^4 & & & & \\
\hline
 & & & & -14x^2 & +7x & +4 \\
 & & & - & & & \\
 & & & & -14x^2 & +7x & \\
\hline
 & & & & & & 4
\end{array}
&
\begin{array}{l}
2x - 1 \\
\hline
x^4 - 7x \\
\\
g(x) = \dfrac{(2x-1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1} \\
\\
\qquad =
\end{array}
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\ \cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \cline{2-6}
 & & & -14x^2 & +7x & +4 & g(x) = \dfrac{(2x-1)(x^4-7x)+4}{2x-1} \\
 & & - & & & & \\
 & & & -14x^2 & +7x & & \qquad = x^4 - 7x + \dfrac{4}{2x-1} \\ \cline{2-6}
 & & & & & 4 &
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{rrrrrrr}
 & 2x^5 & -x^4 & & -14x^2 & +7x & +4 \\
- & 2x^5 & -x^4 & & & & \\
\hline
 & & & & -14x^2 & +7x & +4 \\
 & & & - & -14x^2 & +7x & \\
\hline
 & & & & & & 4
\end{array}
&
\begin{array}{l}
2x - 1 \\
\hline
x^4 - 7x
\end{array}
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
g(x) &= \frac{(2x-1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1} \\
&= x^4 - 7x + \frac{4}{2x - 1}
\end{aligned}
$$

La partie entière de g est

Exemple n° 6 : Le degré de $g(x) = \dfrac{2x^5 - x^4 - 14x^2 + 7x + 4}{2x - 1}$ est $\mathbf{5 - 1 = 4}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & 2x^5 & -x^4 & -14x^2 & +7x & +4 & 2x-1 \\ \cline{7-7}
- & 2x^5 & -x^4 & & & & x^4 - 7x \\ \cline{2-6}
 & & & -14x^2 & +7x & +4 & \\
 & & - & -14x^2 & +7x & & \\ \cline{2-6}
 & & & & & 4 &
\end{array}
$$

$$g(x) = \frac{(2x-1)(x^4 - 7x) + 4}{2x - 1}$$

$$= x^4 - 7x + \frac{4}{2x-1}$$

La partie entière de g est $x^4 - 7x$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{l|l} & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hline & \end{array} \quad \text{car } x(x-1)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{l|l} & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hline & \end{array}$$ car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{l|l} & x^3-2x^2+x \\ \hline & \end{array}$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{l|l} x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad +1 & x^3-2x^2+x \\ \hline & \end{array}$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{ll|l} x^5 & +1 & x^3-2x^2+x \\ \hline & & x^2 \end{array}$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad +1 & x^3 - 2x^2 + x \\
- & & \\ \hline
 & & x^2
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{rr|l}
 x^5 & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{3-3}
- \quad x^5 & & x^2
\end{array}$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{3-3}
- & x^5 \quad -2x^4 & x^2
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad +1 & x^3 - 2x^2 + x \\ \hline
- & x^5 \; -2x^4 \; +x^3 & x^2
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad +1 & x^3 - 2x^2 + x \\
- & & \\
 & x^5 \;\; -2x^4 \; +x^3 & x^2 \\
\hline
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3 - 2x^2 + x \\
\cline{6-6}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2 \\
\cline{2-5}
 & & 2x^4 & & &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad +1 & x^3 - 2x^2 + x \\
\cline{3-3}
- & x^5 \; -2x^4 \; +x^3 & x^2 \\
\cline{2-2}
 & \quad 2x^4 \; -x^3 &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rcccl|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{6-6}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2 \\
\cline{2-5}
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{6-6}
- & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2+2x \\
\cline{2-5}
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 & \\
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{6-6}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2+2x \\
\cline{2-5}
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 & \\
- & & & & &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{rcccr|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
- & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2+2x \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 & \\
- & & & & & \\
 & & 2x^4 & & &
\end{array}$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{c|lllr|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{6-6}
- & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2+2x \\
\cline{2-5}
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 & \\
- & & & & & \\
 & & 2x^4 & -4x^3 & & \\
\end{array}$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{6-6}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2+2x \\
\cline{2-5}
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 & \\
 & - & 2x^4 & -4x^3+2x^2 & & \\
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllllll|l}
 & x^5 & & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\ \cline{8-8}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & & x^2+2x \\ \cline{2-7}
 & & 2x^4 & -x^3 & & & +1 & \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & & \\ \cline{2-7}
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \mathbf{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{6-6}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & x^2+2x \\
\cline{2-5}
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 & \\
- & & 2x^4 & -4x^3+2x^2 & & \\
\cline{2-5}
 & & & 3x^3 & &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllllr|l}
 & x^5 & & & & & +1 & x^3-2x^2+x \quad \text{car } x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x} \\
\cline{8-8}
- & & & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & & x^2+2x \\
\cline{2-7}
 & & 2x^4 & -x^3 & & & +1 & \\
 & - & & & & & & \\
 & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & & \\
\cline{2-7}
 & & & 3x^3 & -2x^2 & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllll|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\ \cline{7-7}
- & & & & & & x^2+2x \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & \\ \cline{2-6}
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\ \cline{2-6}
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \mathbf{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllll|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & x^2+2x+3 \\
\cline{2-6}
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
- & & & & & & \\
 & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\cline{2-6}
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllll|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
- & & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & x^2+2x+3 \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
- & & & & & & \\
 & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
- & & & & & &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{7-7}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & x^2+2x+3 \\
\cline{1-6}
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\cline{1-6}
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
- & & & & & & \\
\cline{1-6}
 & & & & & & \\
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllll|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\ \cline{7-7}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & x^2+2x+3 \\ \cline{2-6}
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\ \cline{2-6}
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
- & & & 3x^3 & & & \\ \cline{2-6}
 & & & & & &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & \hline x^2+2x+3 \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & +1 & \\
 & - & 2x^4 & -4x^3+2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 \ -2x^2 & +1 & \\
 & & - & 3x^3 \ -6x^2 & & \\
\hline
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \mathbf{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllllr|l}
 & x^5 & & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
\cline{8-8}
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & & x^2+2x+3 \\
\cline{2-7}
 & & 2x^4 & -x^3 & & & +1 & \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & & \\
\cline{2-7}
 & & & 3x^3 & -2x^2 & & +1 & \\
- & & & 3x^3 & -6x^2 & +3x & & \\
\cline{2-7}
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllll|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & \hline x^2+2x+3 \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
 & - & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
 & & - & 3x^3 & -6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & 4x^2 & &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3 - 2x^2 + x}$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rllllr|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \quad \text{car } x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x} \\
- & & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & x^2+2x+3 \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
 & - & & & & & \\
 & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
 & & - & & & & \\
 & & & 3x^3 & -6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & 4x^2 & -3x & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$\begin{array}{r|rrrrrr|l}
 & x^5 & & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & & x^2+2x+3 \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & & +1 & \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & & +1 & \\
- & & & 3x^3 & -6x^2 & +3x & & \\
\hline
 & & & & 4x^2 & -3x & +1 &
\end{array}$$

car $x(x-1)^2 = \mathbf{x^3-2x^2+x}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x)=\dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \quad \text{car } x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x} \\
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & x^2+2x+3 \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & h(x) = \\
- & & & 3x^3 & -6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & 4x^2 & -3x \quad +1 &
\end{array}
$$

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \\
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & x^2+2x+3 \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
- & & & 3x^3 & -6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & 4x^2 & -3x \quad +1 &
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \boldsymbol{x^3-2x^2+x}$

$$h(x) = \frac{(x^3-2x^2+x)(x^2+2x+3)+4x^2-3x+1}{x^3-2x^2+x}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{rlllll|l}
 & x^5 & & & & +1 & x^3-2x^2+x \quad \text{car } x(x-1)^2 = \mathbf{x^3-2x^2+x} \\
- & & & & & & \\
 & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & x^2+2x+3 \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & +1 & \\
- & & & & & & \\
 & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & +1 & \\
- & & & & & & \\
 & & & 3x^3 & -6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & 4x^2 & -3x \quad +1 &
\end{array}
$$

$$h(x) = \frac{(x^3-2x^2+x)(x^2+2x+3)+4x^2-3x+1}{x^3-2x^2+x}$$

$$= x^2+2x+3+\frac{4x^2-3x+1}{x(x-1)^2}$$

Exemple nº 7 : Le degré de $h(x) = \dfrac{x^5+1}{x(x-1)^2}$ est $\mathbf{5-1-2=2}$, donc on pose la division euclidienne :

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{rrrrrrr}
 & x^5 & & & & & +1 \\
- & x^5 & -2x^4 & +x^3 & & & \\
\hline
 & & 2x^4 & -x^3 & & & +1 \\
- & & 2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & -2x^2 & & +1 \\
- & & & 3x^3 & -6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & 4x^2 & -3x & +1
\end{array}
&
\begin{array}{l}
x^3-2x^2+x \\
\hline
x^2+2x+3
\end{array}
\end{array}
$$

car $x(x-1)^2 = \mathbf{x^3-2x^2+x}$

$$h(x) = \frac{(x^3-2x^2+x)(x^2+2x+3)+4x^2-3x+1}{x^3-2x^2+x}$$

$$= x^2+2x+3+\frac{4x^2-3x+1}{x(x-1)^2}$$

La partie entière de h est x^2+2x+3

Exemple n° 8 : Le degré de $j(x) = \dfrac{x}{x^2 - 5}$ est

Exemple n° 8 : Le degré de $j(x) = \dfrac{x}{x^2 - 5}$ est $\mathbf{1 - 2 = -1}$.

Exemple n° 8 : Le degré de $j(x) = \dfrac{x}{x^2 - 5}$ est $\mathbf{1 - 2 = -1}$. La fraction rationnelle j a pour partie entière $\mathbf{0}$.

3. Décomposition en éléments simples

3. Décomposition en éléments simples

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E. On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}$:

3. Décomposition en éléments simples

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E. On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^{r} (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^{s} (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

3. Décomposition en éléments simples

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E. On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^{r} (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^{s} (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $\left(A_{k,i}\right)_{\substack{1 \leqslant k \leqslant r \\ 1 \leqslant i \leqslant m_k}}$, $\left(B_{\ell,j}\right)_{\substack{1 \leqslant \ell \leqslant s \\ 1 \leqslant j \leqslant n_\ell}}$, et $\left(C_{\ell,j}\right)_{\substack{1 \leqslant \ell \leqslant s \\ 1 \leqslant j \leqslant n_\ell}}$ telles que :

3. Décomposition en éléments simples

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E. On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^{r} (x-\alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^{s} (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $\left(A_{k,i}\right)_{\substack{1 \leqslant k \leqslant r \\ 1 \leqslant i \leqslant m_k}}$, $\left(B_{\ell,j}\right)_{\substack{1 \leqslant \ell \leqslant s \\ 1 \leqslant j \leqslant n_\ell}}$, et $\left(C_{\ell,j}\right)_{\substack{1 \leqslant \ell \leqslant s \\ 1 \leqslant j \leqslant n_\ell}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \sum_{k=1}^{r} \underbrace{\sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x-\alpha_k)^i}}_{\substack{\text{partie polaire} \\ \text{associée au pôle } \alpha}} + \sum_{\ell=1}^{s} \sum_{j=1}^{n_\ell} \frac{B_{\ell,j} x + C_{\ell,j}}{(a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^j}$$

3. Décomposition en éléments simples

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E. On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^{r} (x - \alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^{s} (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $\left(A_{k,i}\right)_{\substack{1 \leqslant k \leqslant r \\ 1 \leqslant i \leqslant m_k}}$, $\left(B_{\ell,j}\right)_{\substack{1 \leqslant \ell \leqslant s \\ 1 \leqslant j \leqslant n_\ell}}$, et $\left(C_{\ell,j}\right)_{\substack{1 \leqslant \ell \leqslant s \\ 1 \leqslant j \leqslant n_\ell}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \sum_{k=1}^{r} \underbrace{\sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x - \alpha_k)^i}}_{\substack{\text{partie polaire} \\ \text{associée au pôle } \alpha}} + \sum_{\ell=1}^{s} \sum_{j=1}^{n_\ell} \frac{B_{\ell,j} x + C_{\ell,j}}{(a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^j}$$

On appelle cette écriture la **Décomposition en Eléments Simples** (DES) de F sur $\mathbb{R}$.

3. Décomposition en éléments simples

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E. On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^{r} (x-\alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^{s} (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $\left(A_{k,i}\right)_{\substack{1\leqslant k\leqslant r \\ 1\leqslant i\leqslant m_k}}$, $\left(B_{\ell,j}\right)_{\substack{1\leqslant \ell\leqslant s \\ 1\leqslant j\leqslant n_\ell}}$, et $\left(C_{\ell,j}\right)_{\substack{1\leqslant \ell\leqslant s \\ 1\leqslant j\leqslant n_\ell}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \sum_{k=1}^{r} \underbrace{\sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x-\alpha_k)^i}}_{\substack{\text{partie polaire} \\ \text{associée au pôle } \alpha}} + \sum_{\ell=1}^{s} \sum_{j=1}^{n_\ell} \frac{B_{\ell,j}x + C_{\ell,j}}{(a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^j}$$

On appelle cette écriture la **Décomposition en Eléments Simples** (DES) de F sur $\mathbb{R}$. Elle est unique.

3. Décomposition en éléments simples

Théorème

Soit $F = \dfrac{P}{Q}$ une fraction rationnelle irréductible de partie entière E. On considère la décomposition de Q en le produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = \lambda \prod_{k=1}^{r} (x-\alpha_k)^{m_k} \prod_{\ell=1}^{s} (a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^{n_\ell} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Alors, il existe des familles uniques de réels $\left(A_{k,i}\right)_{\substack{1\leqslant k\leqslant r\\ 1\leqslant i\leqslant m_k}}$, $\left(B_{\ell,j}\right)_{\substack{1\leqslant \ell\leqslant s\\ 1\leqslant j\leqslant n_\ell}}$, et $\left(C_{\ell,j}\right)_{\substack{1\leqslant \ell\leqslant s\\ 1\leqslant j\leqslant n_\ell}}$ telles que :

$$F = \underbrace{E}_{\text{partie entière}} + \sum_{k=1}^{r} \underbrace{\sum_{i=1}^{m_k} \frac{A_{k,i}}{(x-\alpha_k)^i}}_{\substack{\text{partie polaire}\\ \text{associée au pôle } \alpha}} + \sum_{\ell=1}^{s} \sum_{j=1}^{n_\ell} \frac{B_{\ell,j}x + C_{\ell,j}}{(a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell)^j}$$

On appelle cette écriture la **Décomposition en Eléments Simples** (DES) de F sur $\mathbb{R}$.
Elle est unique.

Remarque : Dire que le polynôme $a_\ell x^2 + b_\ell x + c_\ell$ est irréductible dans $\mathbb{R}$ revient à dire que son discriminant est strictement négatif : $\Delta_\ell = b_\ell^2 - 4a_\ell c_\ell < 0$.

Exemple n° 9 :

1. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière

Exemple nº 9 :

1. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $f(x) =$

Exemple n° 9 :

1. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$$

Exemple n° 9 :

1. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $$f(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$$

2. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} =$

Exemple n° 9 :

i. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$$

ii. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x+2)(x-2)}}$

Exemple n° 9 :

i. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \boldsymbol{\frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}}$$

ii. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \boldsymbol{\dfrac{x}{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) =$$

Exemple n° 9 :

i. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$$

ii. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+2}}$$

Exemple n° 9 :

1. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$

2. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $g(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+2}}$

3. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle**

Exemple n° 9 :

i. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$$

ii. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+2}}$$

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) =$$

Exemple n° 9 :

1. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$

2. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $g(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+2}}$

3. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} +$

Exemple n° 9 :

i. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$$

ii. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+2}}$$

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} +$$

Exemple n° 9 :

1. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $$f(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+1}}$$

2. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $$g(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{x+2}}$$

3. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

   $$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

Exemple n° 9 :

i. $f(x) = \dfrac{x}{(x-4)(x+1)}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$f(x) = \boldsymbol{\frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}}$$

ii. $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4} = \boldsymbol{\dfrac{x}{(x+2)(x-2)}}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$g(x) = \boldsymbol{\frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}}$$

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \boldsymbol{\frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}}$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car deg$(j) =$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à ...

Exemple n° 9 :

- iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

  $$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

- iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{0}$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{l|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ \hline & \end{array}$$

Exemple n° 9 :

- iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

  $$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

- iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{l|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ \hline & 1 \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 9 :

- iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

  $$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

- iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{0}$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ \cline{3-3}
- & & \\
 & x^2 & 1 \\ \cline{2-2}
 & &
\end{array}$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \mathbf{0}$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{rll|l}
 & x^2 & & x^2 - 8x + 16 \\ \cline{4-4}
- & x^2 & -8x & 1 \\ \cline{2-3}
 & & &
\end{array}$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{rlll|l} & x^2 & & & x^2-8x+16 \\ \hline - & x^2 & -8x & +16 & 1 \\ \cline{2-4} & & & & \end{array}$$

Exemple n° 9 :

- iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

- iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & x^2 & & & x^2 - 8x + 16 \\ \cline{5-5}
- & x^2 & -8x & +16 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 8x & &
\end{array}$$

Exemple n° 9 :

- iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

  $$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

- iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & x^2 & & & x^2 - 8x + 16 \\ \hline
- & x^2 & -8x & +16 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 8x & -16 &
\end{array}$$

Exemple n° 9 :

- iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

  $$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

- iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à ...

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & x^2 & & & x^2 - 8x + 16 \\
\hline
- & x^2 & -8x & +16 & 1 \\
\hline
 & & 8x & -16 & j(x) = \dfrac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2-8x+16} =
\end{array}$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{0}$. Elle est égale à $\boldsymbol{1}$.

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - 8x + 16 \\ \hline x^2 \qquad\qquad & 1 \\ - \quad x^2 \quad -8x \quad +16 & \\ \hline 8x \quad -16 & \end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = \mathbf{1} + \frac{8x-16}{(x-4)^2}$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & x^2 & & & x^2 - 8x + 16 \\
\hline
- & x^2 & -8x & +16 & 1 \\
\hline
 & & 8x & -16 &
\end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{c|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ \cline{2-2} - \quad x^2 \quad -8x \quad +16 & 1 \\ \cline{1-1} 8x \quad -16 & \end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 +$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{0}$. Elle est égale à $\boldsymbol{1}$.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2-8x+16 \\ \cline{2-2} -\quad x^2 \quad -8x \quad +16 & 1 \\ \cline{1-1} 8x \quad -16 & \end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2-8x+16} = \boldsymbol{1} + \frac{8x-16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} +$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \mathbf{0}$. Elle est égale à $\mathbf{1}$.

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & x^2 & & & x^2-8x+16 \\ \cline{5-5}
- & x^2 & -8x & +16 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 8x & -16 & j(x) = \dfrac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2-8x+16} = \mathbf{1} + \dfrac{8x-16}{(x-4)^2}
\end{array}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \boldsymbol{\frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} + \frac{C}{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} x^2 \qquad\qquad\qquad & x^2 - 8x + 16 \\ \cline{2-2} - \quad x^2 \quad -8x \quad +16 & 1 \\ \cline{1-1} 8x \quad -16 & \end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = 1 + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

v. $k(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière**

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à $\mathbf{1}$.

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & x^2 & & & x^2-8x+16 \\ \cline{5-5}
- & x^2 & -8x & +16 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 8x & -16 &
\end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2-8x+16} = \mathbf{1} + \frac{8x-16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$k(x) =$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car deg$(j) = \mathbf{0}$. Elle est égale à $\mathbf{1}$.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ \cline{2-2} - \quad x^2 \quad -8x \quad +16 & 1 \\ \cline{1-1} 8x \quad -16 & \end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = \mathbf{1} + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

v. $k(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x+1}} +$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à $\mathbf{1}$.

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & x^2 & & & x^2 - 8x + 16 \\ \cline{5-5}
- & & & & \\
 & x^2 & -8x & +16 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 8x & -16 & j(x) = \dfrac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = \mathbf{1} + \dfrac{8x-16}{(x-4)^2}
\end{array}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x+1}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x+1)^2}} +$$

Exemple nº 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(j) = 0$. Elle est égale à 1.

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{rrr} x^2 & & \\ -\;x^2 & -8x & +16 \\ \hline & 8x & -16 \end{array} & \begin{array}{l} x^2-8x+16 \\ \hline 1 \end{array} \end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2-8x+16} = 1 + \frac{8x-16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x+1}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x+1)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x+1)^3}} +$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \mathbf{0}$. Elle est égale à $\mathbf{1}$.

$$\begin{array}{r|l} x^2 \qquad\qquad\qquad & x^2 - 8x + 16 \\ \hline - \quad x^2 \quad -8x \quad +16 & 1 \\ \hline 8x \quad -16 & j(x) = \dfrac{(x^2-8x+16)\times 1 + 8x - 16}{x^2-8x+16} = \mathbf{1} + \dfrac{8x-16}{(x-4)^2} \end{array}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x+1}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x+1)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x+1)^3}} + \frac{\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{2x+3}} +$$

Exemple n° 9 :

iii. $h(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^3}$ a une partie entière **nulle** et une DES de la forme :

$$h(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-4}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-4)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-4)^3}}$$

iv. $j(x) = \dfrac{x^2}{(x-4)^2}$ n'a pas une partie entière nulle car $\deg(\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{0}$. Elle est égale à $\boldsymbol{1}$.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2 - 8x + 16 \\ \hline - \quad x^2 \quad -8x \quad +16 & 1 \\ \hline 8x \quad -16 & \end{array}$$

$$j(x) = \frac{(x^2 - 8x + 16) \times 1 + 8x - 16}{x^2 - 8x + 16} = \boldsymbol{1} + \frac{8x - 16}{(x-4)^2}$$

Donc, $j(x) = 1 + \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{(x-4)^2}$

v. $k(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x+1}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x+1)^2}} + \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x+1)^3}} + \frac{\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{2x+3}} + \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{(2x+3)^2}}$$

Exemple n° 9 :

- v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

- vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3+x^2-x+7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière**

Exemple n° 9 :

v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3+x^2-x+7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$\ell(x) =$$

Exemple n° 9 :

- v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

- vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3+x^2-x+7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$\ell(x) = \frac{A}{x+1} +$$

Exemple n° 9 :

- v. $k(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

- vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$\ell(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} +$$

Exemple n° 9 :

- v. $k(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

- vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - x + 7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$\ell(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+5} +$$

Exemple n° 9 :

- v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

- vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3+x^2-x+7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

  $$\ell(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+5} + \frac{Ex+F}{(x^2+5)^2} +$$

Exemple n° 9 :

v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3+x^2-x+7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$\ell(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+5} + \frac{Ex+F}{(x^2+5)^2} + \frac{Gx+H}{(x^2+5)^3}$$

Exemple n° 9 :

v. $k(x) = \dfrac{x^2+x-1}{(x+1)^3(2x+3)^2}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$k(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{2x+3} + \frac{E}{(2x+3)^2}$$

vi. $\ell(x) = \dfrac{x^3+x^2-x+7}{(x^2-1)(x^2+5)^3}$ **a une partie entière nulle et une DES de la forme :**

$$\ell(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+5} + \frac{Ex+F}{(x^2+5)^2} + \frac{Gx+H}{(x^2+5)^3}$$

Exercice n° 2 : Détermine la DES de $f(x) = \dfrac{x^3+1}{(x^2-7x+10)^2(x^2-2x+2)^2}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2 + x + 3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) =$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} +$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2} = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(\qquad\qquad)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{\dots x^3 + x^2(\dots\dots\dots) + x(\dots\dots\dots\dots) + \dots\dots\dots}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2+x+3} + \dfrac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(\dots\dots\dots) + x(\dots\dots\dots\dots) + \dots\dots\dots}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(\ldots\ldots\ldots\ldots) + \ldots\ldots\ldots}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + \dots\dots\dots}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple nº 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2+x+3} + \dfrac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = \\ a+b = \\ 3a+b+c = \\ 3b+d = \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = \\ 3a+b+c = \\ 3b+d = \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = \ -1 \\ 3a+b+c = \\ 3b+d = \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple nº 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2+x+3} + \dfrac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = \ -1 \\ 3a+b+c = 0 \\ 3b+d = \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = \ -1 \\ 3a+b+c = 0 \\ 3b+d = 0 \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = -1 \\ 3a+b+c = 0 \\ 3b+d = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 2 \\ b = \\ c = \\ d = \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = -1 \\ 3a+b+c = 0 \\ 3b+d = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = \\ d = \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple nº 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{ax+b}}{\boldsymbol{x^2+x+3}} + \dfrac{\boldsymbol{cx+d}}{\boldsymbol{(x^2+x+3)^2}}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = -1 \\ 3a+b+c = 0 \\ 3b+d = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -3 \\ d = \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2+x+3} + \dfrac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = -1 \\ 3a+b+c = 0 \\ 3b+d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -3 \\ d = 9 \end{cases}$

4. Calcul des coefficients.

Méthode

Par **identification** : on remet les différentes fractions du DES au même dénominateur et in identifie les coefficients.

Exemple n° 10 : $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2}{(x^2+x+3)^2}$ sa partie entière est nulle car son degré est strictement **négatif**.

Son DES est $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2+x+3} + \dfrac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$

On remet les différentes fractions du DES au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+3} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2} = \frac{(ax+b)(x^2+x+3)}{(x^2+x+3)^2} + \frac{cx+d}{(x^2+x+3)^2}$$

$$= \frac{ax^3 + x^2(a+b) + x(3a+b+c) + 3b+d}{(x^2+x+3)^2}$$

On identifie : $\begin{cases} a = 2 \\ a+b = -1 \\ 3a+b+c = 0 \\ 3b+d = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -3 \\ d = 9 \end{cases}$ d'où $f(x) = \dfrac{2x-3}{x^2+x+3} + \dfrac{-3x+9}{(x^2+x+3)^2}$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{ll|l} 4x^2 & +1 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hline & & \end{array}$$ car $(2x-3)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{ll|l} 4x^2 & +1 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \cline{3-3} & & \end{array}$$ car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{ll|l} 4x^2 & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \hline & & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{ll|l} 4x^2 & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{3-3} & & 1 \end{array} \quad \text{car } (2x-3)^2 = 4x^2-12x+9$$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rr|l} & 4x^2 \qquad\qquad +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{3-3} - & & 1 \\ \cline{2-2} & & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 \qquad\qquad +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \hline - \quad 4x^2 \qquad\qquad\quad & 1 \\ \hline & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rccc|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & & 1 \\ \cline{2-4}
 & & & &
\end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r r r r|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & & &
\end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rccc|l} & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5} - & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4} & & 12x & & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rrrr|l} & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{5-5} - & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4} & & 12x & -8 & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2-12x+9$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 12x & -8 & g(x) =
\end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rrrr|l} & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{5-5} - & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4} & & 12x & -8 & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} =$$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \hline
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \hline
 & & 12x & -8 &
\end{array}
\quad \text{car } (2x-3)^2 = 4x^2-12x+9
$$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 \qquad\qquad +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{2-2} - \quad 4x^2 \quad -12x \quad +9 & 1 \\ \hline 12x \quad -8 & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} =$$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{rccc} & 4x^2 & & +1 \\ - & & & \\ & 4x^2 & -12x & +9 \\ \hline & & 12x & -8 \end{array} & \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \\ \hline 1 \\ \\ \end{array} \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} +$$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\
\cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\
\cline{2-4}
 & & 12x & -8 &
\end{array}
$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2-12x+9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} =$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 12x & -8 &
\end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2-12x+9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a\times(2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{\ldots x + \ldots\ldots}{(2x-3)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rrrr|l} & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{5-5} - & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4} & & 12x & -8 & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a\times(2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax+\ldots\ldots}{(2x-3)^2}$$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rrr|l} & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ - & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \hline & & 12x & -8 & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a\times(2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax-3a+b}{(2x-3)^2}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 12x & -8 &
\end{array}
\qquad \text{car } (2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9
$$

$$g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a \times (2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = \dots \\ -3a + b = \dots \end{cases}$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{rrrr} & 4x^2 & & +1 \\ - & 4x^2 & -12x & +9 \\ \hline & & 12x & -8 \end{array} & \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \\ \hline 1 \\ \end{array} \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a\times(2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax-3a+b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = \dots \end{cases}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 12x & -8 &
\end{array}
$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a \times (2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases}$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rccc|l} & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{5-5} - & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4} & & 12x & -8 & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2-12x+9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a\times(2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax-3a+b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a+b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \dots \\ b = \dots \end{cases}$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 12x & -8 &
\end{array}
$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a \times (2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 6 \\ b = \dots \end{cases}$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2 - 12x + 9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 12x & -8 &
\end{array}
$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a \times (2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases}$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{rrrr} & 4x^2 & & +1 \\ - & & & \\ & 4x^2 & -12x & +9 \\ \hline & & 12x & -8 \end{array} & \begin{array}{l} 4x^2 - 12x + 9 \\ \hline 1 \end{array} \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$g(x) = \frac{(4x^2 - 12x + 9) \times 1 + (12x - 8)}{4x^2 - 12x + 9} = 1 + \frac{12x - 8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a \times (2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax - 3a + b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a + b = -8 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases}$ et $g(x) = 1 +$

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rccc|l} & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{5-5} - & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4} & & 12x & -8 & \end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2-12x+9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a\times(2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax-3a+b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a+b = -8 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases}$ et $g(x) = 1 + \dfrac{6}{2x-3} +$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 11 : Détermine la Décomposition en Elements Simple de $g(x) = \dfrac{4x^2+1}{(2x-3)^2}$

Sa partie entière n'est pas nulle, car $\deg(g) = 0$, donc on va la chercher :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & 4x^2 & & +1 & 4x^2-12x+9 \\ \cline{5-5}
- & 4x^2 & -12x & +9 & 1 \\ \cline{2-4}
 & & 12x & -8 &
\end{array}$$

car $(2x-3)^2 = 4x^2-12x+9$

$$g(x) = \frac{(4x^2-12x+9)\times 1 + (12x-8)}{4x^2-12x+9} = 1 + \frac{12x-8}{(2x-3)^2}$$

$$\frac{12x-8}{(2x-3)^2} = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{a\times(2x-3)}{(2x-3)^2} + \frac{b}{(2x-3)^2} = \frac{2ax-3a+b}{(2x-3)^2}$$

d'où $\begin{cases} 2a = 12 \\ -3a+b = -8 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6 \\ b = 10 \end{cases}$ et $g(x) = 1 + \dfrac{6}{2x-3} + \dfrac{10}{(2x-3)^2}$

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha =$

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **<u>Pour déterminer A :</u>** le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$
   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** $(m = 1)$.

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple nº 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$
   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$
   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $\big(m = \mathbf{1}\big)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) =$$

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 2$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x+2$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **Pour déterminer A :** le pôle $\alpha = -2$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x+2$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en -2 la nouvelle égalité :

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **<u>Pour déterminer A :</u>** le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en $\mathbf{-2}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{-5}{-7} = A + 0$ donc $A =$

Méthode

Soit α un pôle d'ordre m d'une fraction rationnelle F. Pour déterminer le coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)^m}$ dans la DES de F, on multiplie F d'une part, et sa DES d'autre part, par $(x-\alpha)^m$, et on évalue l'égalité obtenue en remplaçant x par α.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - **<u>Pour déterminer A :</u>** le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x+2) = \frac{A}{x+2} \times (x+2) + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

$$\frac{x-3}{x-5} = A + \frac{B}{x-5} \times (x+2)$$

Et, on évalue en $\mathbf{-2}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{-5}{-7} = A + 0$ donc $A = \dfrac{5}{7}$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) =$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha =$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$.

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-5}$:

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-5}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) =$$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-5}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-5}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} =$$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = 5$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x - 5}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en **5** la nouvelle égalité :

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = 5$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x - 5$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en **5** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{7} = 0 + B$ donc $B =$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = 5$ est **simple** $\left(m = 1\right)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x - 5}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en **5** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{7} = 0 + B$ donc $B = \dfrac{2}{7}$

Exemple n° 12 :

1. $f(x) = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-5)}$ a une DES de la forme $f(x) = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{x-5}$

   - $A = \dfrac{5}{7}$

   - **Pour déterminer B :** le pôle $\alpha = \mathbf{5}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-5}$:

$$\frac{x-3}{(x+2)(x-5)} \times (x-5) = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + \frac{B}{x-5} \times (x-5)$$

$$\frac{x-3}{x+2} = \frac{A}{x+2} \times (x-5) + B$$

Et, on évalue en **5** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{7} = 0 + B$ donc $B = \dfrac{2}{7}$

On obtient $f(x) = \dfrac{\mathbf{5/7}}{\boldsymbol{x+2}} + \dfrac{\mathbf{2/7}}{\boldsymbol{x-5}}$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) =$

Exemple n° 12 :

- ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha =$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$.

Exemple n° 12 :

ⓘ $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x - 2}$:

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x - 2}$:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \times (x - 2) = \frac{A}{x - 2} \times (x - 2) + \frac{B}{x + 2} \times (x - 2)$$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité :

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A =$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x - 2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha =$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$.

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x+2) =$$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x+2) = \frac{A}{x-2} \times (x+2) + \frac{B}{x+2} \times (x+2)$$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x+2) = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + \frac{B}{x+2}\times(x+2)$$

$$\frac{x}{x-2} =$$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x+2) = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + \frac{B}{x+2}\times(x+2)$$

$$\frac{x}{x-2} = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + B$$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x+2) = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + \frac{B}{x+2}\times(x+2)$$

$$\frac{x}{x-2} = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + B$$

Et, on évalue en

Exemple nº 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x+2) = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + \frac{B}{x+2}\times(x+2)$$

$$\frac{x}{x-2} = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + B$$

Et, on évalue en **−2** la nouvelle égalité :

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x-2) = \frac{A}{x-2}\times(x-2) + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2}\times(x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4}\times(x+2) = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + \frac{B}{x+2}\times(x+2)$$

$$\frac{x}{x-2} = \frac{A}{x-2}\times(x+2) + B$$

Et, on évalue en **−2** la nouvelle égalité : $\dfrac{-2}{-2-2} = 0 + B$ donc $B =$

Exemple n° 12 :

ii. $g(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ a une DES de la forme $g(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

- Pour déterminer A : le pôle $\alpha = \mathbf{2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x-2) = \frac{A}{x-2} \times (x-2) + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

$$\frac{x}{x+2} = A + \frac{B}{x+2} \times (x-2)$$

Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $\dfrac{2}{2+2} = A + 0$ donc $A = \dfrac{1}{2}$

- Pour déterminer B : le pôle $\alpha = \mathbf{-2}$ est **simple** $(m = \mathbf{1})$. On multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+2}$:

$$\frac{x}{x^2-4} \times (x+2) = \frac{A}{x-2} \times (x+2) + \frac{B}{x+2} \times (x+2)$$

$$\frac{x}{x-2} = \frac{A}{x-2} \times (x+2) + B$$

Et, on évalue en **−2** la nouvelle égalité : $\dfrac{-2}{-2-2} = 0 + B$ donc $B = \dfrac{1}{2}$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple nº 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) =$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple nº 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} +$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple nº 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x^2+1)}} = \boldsymbol{A} + \frac{\boldsymbol{(Bx+C)(x-1)}}{\boldsymbol{x^2+1}}$$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple nº 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x^2+1)}} = \boldsymbol{A} + \frac{\boldsymbol{(Bx+C)(x-1)}}{\boldsymbol{x^2+1}}$$

Et, on évalue en

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple nº 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{x}{(x^2+1)} = A + \frac{(Bx+C)(x-1)}{x^2+1}$$

Et, on évalue en **1** la nouvelle égalité :

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple nº 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver $\boldsymbol{A}$:** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{x}{(x^2+1)} = A + \frac{(Bx+C)(x-1)}{x^2+1}$$

Et, on évalue en $\mathbf{1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{1}{2} = A$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **<u>Pour trouver A :</u>** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x^2+1)}} = \boldsymbol{A} + \frac{\boldsymbol{(Bx+C)(x-1)}}{\boldsymbol{x^2+1}}$$

  Et, on évalue en $\mathbf{1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \boldsymbol{A}$

- **<u>Pour trouver B et C :</u>** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple nº 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- <u>**Pour trouver A :**</u> on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x^2+1)}} = \boldsymbol{A} + \frac{\boldsymbol{(Bx+C)(x-1)}}{\boldsymbol{x^2+1}}$$

  Et, on évalue en $\mathbf{1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \boldsymbol{A}$

- <u>**Pour trouver B et C :**</u> on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x^2+1)}} = \boldsymbol{A} + \frac{\boldsymbol{(Bx+C)(x-1)}}{\boldsymbol{x^2+1}}$$

Et, on évalue en $\mathbf{1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \boldsymbol{A}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} =$$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x-1$:

$$\frac{x}{(x^2+1)} = A + \frac{(Bx+C)(x-1)}{x^2+1}$$

Et, on évalue en $\mathbf{1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x^2+1 :

$$\frac{x}{x-1} = \frac{A(x^2+1)}{x-1} + (Bx+C)$$

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x-1$:

$$\frac{x}{(x^2+1)} = A + \frac{(Bx+C)(x-1)}{x^2+1}$$

Et, on évalue en $\mathbf{1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{1}{2} = A$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x^2+1 :

$$\frac{x}{x-1} = \frac{A(x^2+1)}{x-1} + (Bx+C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple

Méthode

En se plaçant dans $\mathbb{C}$, on peut factoriser les polynômes du second degré qui deviennent des pôles complexes.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver A :** on multiplie donc, de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x-1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{(x^2+1)}} = \boldsymbol{A} + \frac{\boldsymbol{(Bx+C)(x-1)}}{\boldsymbol{x^2+1}}$$

Et, on évalue en $\mathbf{1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \boldsymbol{A}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

On obtient la nouvelle égalité :

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x^2+1 :

  $$\frac{x}{x-1} = \frac{A(x^2+1)}{x-1} + (Bx+C)$$

  Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

  On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} =$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{x}{x-1} = \frac{A(x^2+1)}{x-1} + (Bx+C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = B\mathrm{i} + C$.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

  $$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

  Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

  On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i}-\mathbf{1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

  $$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

  Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

  On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

  $$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} =$$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathbf{i(-i-1)}}{\mathbf{1^2+(-1)^2}} =$$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

  $$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

  Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

  On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

  $$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathbf{i(-i-1)}}{\mathbf{1^2+(-1)^2}} = \frac{\mathbf{-i^2-i}}{\mathbf{2}} =$$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x^2+1 :

$$\frac{x}{x-1} = \frac{A(x^2+1)}{x-1} + (Bx+C)$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = B\mathrm{i} + C$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathrm{i}(-\mathrm{i}-1)}{1^2+(-1)^2} = \frac{-\mathrm{i}^2-\mathrm{i}}{2} = \frac{1-\mathrm{i}}{2} =$$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathbf{i(-i-1)}}{\mathbf{1^2+(-1)^2}} = \frac{\mathbf{-i^2-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{i} \text{ donc } B =$$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple **i**.

On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathbf{i(-i-1)}}{\mathbf{1^2+(-1)^2}} = \frac{\mathbf{-i^2-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{i} \text{ donc } B = \frac{\mathbf{-1}}{\mathbf{2}} \text{ et } C =$$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

$$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathbf{i(-i-1)}}{\mathbf{1^2+(-1)^2}} = \frac{\mathbf{-i^2-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{i} \text{ donc } B = \frac{\mathbf{-1}}{\mathbf{2}} \text{ et } C = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

Le DES de h est

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

  $$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

  Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

  On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

  $$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathbf{i(-i-1)}}{\mathbf{1^2+(-1)^2}} = \frac{\mathbf{-i^2-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{i} \text{ donc } B = \frac{\mathbf{-1}}{\mathbf{2}} \text{ et } C = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

  Le DES de h est $h(x) = \dfrac{\frac{1}{2}}{\boldsymbol{x-1}} + \ ^{-\frac{1}{2}\boldsymbol{x}+}$

Exemple n° 13 : $h(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)(x-1)}$ son degré est $\mathbf{-2}$, donc sa partie entière est **nulle**.

Son DES est $h(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{\boldsymbol{Bx+C}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

- **Pour trouver B et C :** on multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x^2+1}$:

  $$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x-1}} = \frac{\boldsymbol{A(x^2+1)}}{\boldsymbol{x-1}} + \boldsymbol{(Bx+C)}$$

  Et, on évalue en l'une des deux racines conjuguées de x^2+1, par exemple $\mathbf{i}$.

  On obtient la nouvelle égalité : $\dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{i-1}} = \boldsymbol{B}\mathbf{i} + \boldsymbol{C}$. B est la partie imaginaire de $\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1}$, et C sa partie réelle.

  $$\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}-1} = \frac{\mathbf{i(-i-1)}}{\mathbf{1^2+(-1)^2}} = \frac{\mathbf{-i^2-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1-i}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{i} \text{ donc } B = \frac{\mathbf{-1}}{\mathbf{2}} \text{ et } C = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

  Le DES de h est $h(x) = \dfrac{\frac{1}{2}}{\boldsymbol{x-1}} + \dfrac{-\frac{1}{2}\boldsymbol{x}+\frac{1}{2}}{\boldsymbol{x^2+1}}$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta =$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 =$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 =$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)}$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3i$ et $r_2 = 2 - 3i$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 :

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3i$ et $r_2 = 2 - 3i$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A =$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2 - 4x + 13)$ on obtient

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.
   - En multipliant par $(x^2 - 4x + 13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2 - 4x + 13) + Bx + C$

     On évalue en $2 + 3\mathrm{i}$:

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$
     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.
   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$
     On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} =$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

     On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} =$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$
     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.
   - En multipliant par $(x^2 - 4x + 13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2 - 4x + 13) + Bx + C$
     On évalue en $2 + 3\mathrm{i}$: $\dfrac{72 + 108\mathrm{i}}{3 + 3\mathrm{i}} = \dfrac{24 + 36\mathrm{i}}{1 + \mathrm{i}} = B(2 + 3\mathrm{i}) + C$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

     On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = B(2+3\mathrm{i}) + C$

     $$\frac{(24+36\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2 - 4x + 13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2 - 4x + 13} = A + \dfrac{Bx + C}{x^2 - 4x + 13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2 - 4x + 13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2 - 4x + 13) + Bx + C$

     On évalue en $2 + 3\mathrm{i}$: $\dfrac{72 + 108\mathrm{i}}{3 + 3\mathrm{i}} = \dfrac{24 + 36\mathrm{i}}{1 + \mathrm{i}} = B(2 + 3\mathrm{i}) + C$

     $\dfrac{(24 + 36\mathrm{i})(1 - \mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$

     $(12 + 18\mathrm{i})(1 - \mathrm{i}) = 2B + 3\mathrm{i}B + C$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\text{i}$ et $r_2 = 2 - 3\text{i}$

2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

     On évalue en $2+3\text{i}$: $\dfrac{72+108\text{i}}{3+3\text{i}} = \dfrac{24+36\text{i}}{1+\text{i}} = B(2+3\text{i}) + C$

     $$\frac{(24+36\text{i})(1-\text{i})}{2} = 2B + 3\text{i}B + C$$

     $$(12+18\text{i})(1-\text{i}) = 2B + 3\text{i}B + C$$

     $$30 + 6\text{i} = 2B + C + 3\text{i}B \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = \dots \\ 3B = \dots \end{cases} \quad \begin{cases} C = \dots \\ B = \dots \end{cases}$$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

     On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = B(2+3\mathrm{i}) + C$

     $$\frac{(24+36\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

     $$(12+18\mathrm{i})(1-\mathrm{i}) = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

     $$30 + 6\mathrm{i} = 2B + C + 3\mathrm{i}B \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = \dots \end{cases} \quad \begin{cases} C = \dots \\ B = \dots \end{cases}$$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

  On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.
- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

  On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = B(2+3\mathrm{i}) + C$

  $$\frac{(24+36\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

  $$(12+18\mathrm{i})(1-\mathrm{i}) = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

  $$30 + 6\mathrm{i} = 2B + C + 3\mathrm{i}B \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} C = \dots \\ B = \dots \end{cases}$$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$
     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.
   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$
     On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = B(2+3\mathrm{i}) + C$

     $$\frac{(24+36\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

     $$(12+18\mathrm{i})(1-\mathrm{i}) = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

     $$30 + 6\mathrm{i} = 2B + C + 3\mathrm{i}B \text{ d'où } \begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} C = 26 \\ B = \dots \end{cases}$$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

  On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

  On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = B(2+3\mathrm{i}) + C$

  $$\frac{(24+36\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

  $$(12+18\mathrm{i})(1-\mathrm{i}) = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

  $30 + 6\mathrm{i} = 2B + C + 3\mathrm{i}B$ d'où $\begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} C = 26 \\ B = 2 \end{cases}$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

   - En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$

     On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.

   - En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$

     On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = B(2+3\mathrm{i}) + C$

     $$\frac{(24+36\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

     $$(12+18\mathrm{i})(1-\mathrm{i}) = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

     $30 + 6\mathrm{i} = 2B + C + 3\mathrm{i}B$ d'où $\begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} C = 26 \\ B = 2 \end{cases}$

$$f(x) = \frac{-2}{x+1} +$$

Exercice n° 3 :

1. Détermine les deux racines du polynôme $x^2 - 4x + 13$.
   $\Delta = -36$, $r_1 = 2 + 3\mathrm{i}$ et $r_2 = 2 - 3\mathrm{i}$
2. Déduis-en, le DES de $f(x) = \dfrac{36x}{(x+1)(x^2-4x+13)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13}$

- En multipliant par $(x+1)$ on obtient $\dfrac{36x}{x^2-4x+13} = A + \dfrac{Bx+C}{x^2-4x+13} \times (x+1)$
  On évalue en -1 : $\dfrac{-36}{18} = A$ donc $A = -2$.
- En multipliant par $(x^2-4x+13)$ on obtient $\dfrac{36x}{x+1} = \dfrac{A}{x+1} \times (x^2-4x+13) + Bx + C$
  On évalue en $2+3\mathrm{i}$: $\dfrac{72+108\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}} = \dfrac{24+36\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = B(2+3\mathrm{i}) + C$

$$\frac{(24+36\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2} = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

$$(12+18\mathrm{i})(1-\mathrm{i}) = 2B + 3\mathrm{i}B + C$$

$30 + 6\mathrm{i} = 2B + C + 3\mathrm{i}B$ d'où $\begin{cases} 2B + C = 30 \\ 3B = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} C = 26 \\ B = 2 \end{cases}$

$$f(x) = \frac{-2}{x+1} + \frac{2x+26}{x^2-4x+13}$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{l|l} x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad -1 & \ldots\ldots\ldots\ldots \quad = x(x+1)^2 \\ \hline \end{array}$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{ll|l}
x^5 & -1 & \ldots\ldots\ldots\ldots \quad = x(x+1)^2 \\
\hline
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$x^5 \qquad\qquad -1$	$x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{l|l}
x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\hline
 & x^2
\end{array}$$

Exemple nº 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{rr|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\cline{3-3}
- & x^5 & x^2
\end{array}$$

Exemple nº 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\ \cline{3-3}
- & x^5 \;\; +2x^4 & x^2
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{cl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\ \cline{3-3}
- & & \\
 & x^5 \; +2x^4 + 1x^3 & x^2
\end{array}$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{rllr|l}
 & x^5 & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\ \cline{5-5}
- & x^5 & +2x^4 + 1x^3 & & x^2 \\ \cline{2-4}
 & & -2x^4 & &
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{lllll|ll}
 & x^5 & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x & = x(x+1)^2 \\
\cline{6-6}
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & x^2 & \\
\cline{2-5}
 & & -2x^4 & -x^3 & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{r|l}
\begin{array}{rrrr} & x^5 & & -1 \\ - & x^5 + 2x^4 + 1x^3 & & \\ \hline & -2x^4 - x^3 & & -1 \end{array} & \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\ \hline x^2 \end{array}
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rllr|l}
 & x^5 & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\hline
- & x^5 & +2x^4 + 1x^3 & & x^2 - 2x \\
\hline
 & & -2x^4 - x^3 & -1 &
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rlll|l}
 & x^5 & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 + 1x^3 & & x^2 - 2x \\
\hline
 & & -2x^4 - x^3 & -1 & \\
- & & -2x^4 & &
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple nº 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rllr|l}
 & x^5 & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4+1x^3 & & x^2 - 2x \\
\hline
 & & -2x^4 - x^3 & -1 & \\
- & & -2x^4 - 4x^3 & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rlllllr|l}
 & x^5 & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\cline{8-8}
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & x^2 - 2x \\
\cline{2-7}
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & \\
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple nº 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 \; +2x^4 + 1x^3 & \hline x^2 - 2x \\
\hline
 & -2x^4 - x^3 \qquad\qquad -1 & \\
- & -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\
\hline
 & &
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & & \\
 & x^5 \; +2x^4 + 1x^3 & x^2 - 2x \\
\hline
 & -2x^4 - x^3 \qquad\qquad -1 & \\
- & & \\
 & -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\
\hline
 & 3x^3 & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rllllll|ll}
 & x^5 & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x & = x(x+1)^2 \\ \cline{8-8}
- & & & & & & & & \\
 & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & x^2 - 2x & \\ \cline{2-7}
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & & \\
- & & & & & & & & \\
 & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & & \\ \cline{2-7}
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & & &
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rrrrrr|ll}
 & x^5 & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x & = x(x+1)^2 \\
\cline{7-7}
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & x^2 - 2x & \\
\cline{2-6}
 & & -2x^4 & -x^3 & & -1 & & \\
 - & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & \\
\cline{2-6}
 & & & 3x^3 & +2x^2 & -1 & &
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{crrrrr|l}
 & x^5 & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\cline{7-7}
- & & & & & & \\
 & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & x^2 - 2x + 3 \\
\cline{2-6}
 & & -2x^4 & -x^3 & & -1 & \\
- & & & & & & \\
 & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & \\
\cline{2-6}
 & & & 3x^3 & +2x^2 & -1 &
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & \overline{x^2 - 2x + 3} \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 -2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 + 2x^2 & -1 & \\
- & & & 3x^3 & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & x^5 & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & x^2 - 2x + 3 \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & -1 & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & & & \\
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{cccccccc|l}
 & x^5 & & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\cline{9-9}
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & & x^2 - 2x + 3 \\
\cline{2-8}
 & & -2x^4 & -x^3 & & & & -1 & \\
 & - & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & & \\
\cline{2-8}
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & & -1 & \\
 & & - & 3x^3 & +6x^2 & +3x & & & \\
\end{array}
$$

Exemple nº 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & x^5 & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & x^2 - 2x + 3 \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & -1 & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & & \\
\hline
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple nº 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{rrrrrr}
 & x^5 & & & & -1 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & & -1 \\
 & - & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & \\
\hline
 & & & 3x^3 & +2x^2 & -1 \\
 & & - & 3x^3 & +6x^2 & +3x \\
\hline
 & & & & -4x^2 & \\
\end{array}
&
\begin{array}{l}
x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\hline
x^2 - 2x + 3 \\
\end{array}
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rlllllll|ll}
 & x^5 & & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x & = x(x+1)^2 \\
\cline{9-9}
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & & x^2 - 2x + 3 & \\
\cline{2-8}
 & & -2x^4 & -x^3 & & & & -1 & & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & & & \\
\cline{2-8}
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & & -1 & & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & & & & \\
\cline{2-8}
 & & & & -4x^2 & -3x & & & &
\end{array}
$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{cccccccc|l}
 & x^5 & & & & & -1 & & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & & \\ \cline{9-9}
 & & & & & & & & x^2 - 2x + 3 \\ \cline{2-8}
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & & \\ \cline{2-8}
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & -1 & & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & & & \\ \cline{2-8}
 & & & & -4x^2 & -3x & -1 & &
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^5 & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & x^2 - 2x + 3 \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & +2x^2 & -1 & g(x) = \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & -4x^2 & -3x \quad -1 &
\end{array}
$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{r|l}
x^5 \qquad\qquad\qquad\qquad -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- \quad x^5 + 2x^4 + 1x^3 \qquad\qquad & \overline{x^2 - 2x + 3} \\
\hline
-2x^4 - x^3 \qquad\quad -1 & \\
- \quad -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & \\
\hline
3x^3 + 2x^2 \quad -1 & \\
- \quad 3x^3 + 6x^2 + 3x & \\
\hline
-4x^2 - 3x \quad -1 &
\end{array}
$$

$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$$=$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & x^5 & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & \overline{x^2 - 2x + 3} \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & +2x^2 & -1 & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & \\
\hline
 & & & & -4x^2 & -3x \quad -1 &
\end{array}
$$

$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rllll|l}
 & x^5 & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\cline{6-6}
- & & & & & \\
 & x^5 & +2x^4 + 1x^3 & & & x^2 - 2x + 3 \\
\cline{2-5}
 & & -2x^4 - x^3 & & -1 & \\
- & & & & & \\
 & & -2x^4 - 4x^3 - 2x^2 & & & \\
\cline{2-5}
 & & 3x^3 + 2x^2 & & -1 & \\
- & & & & & \\
 & & 3x^3 + 6x^2 + 3x & & & \\
\cline{2-5}
 & & & -4x^2 - 3x & -1 &
\end{array}
$$

$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) =$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{cllllll|l}
 & x^5 & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
\cline{8-8}
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & x^2 - 2x + 3 \\
\cline{2-7}
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & \\
\cline{2-7}
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & -1 & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & & \\
\cline{2-7}
 & & & & -4x^2 & -3x & -1 &
\end{array}
$$

$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$\begin{array}{cllllll|l}
 & x^5 & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & x^2 - 2x + 3 \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & -1 & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & & \\
\hline
 & & & & -4x^2 & -3x & -1 &
\end{array}$$

$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) =$

Exemple n° 14 : $g(x) = \dfrac{x^5 - 1}{x(x+1)^2}$ n'a pas une partie entière nulle.

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
 & x^5 & & & & & -1 & x^3 + 2x^2 + x \quad = x(x+1)^2 \\
- & x^5 & +2x^4 & +1x^3 & & & & \hline x^2 - 2x + 3 \\
\hline
 & & -2x^4 & -x^3 & & & -1 & \\
- & & -2x^4 & -4x^3 & -2x^2 & & & \\
\hline
 & & & 3x^3 & +2x^2 & & -1 & \\
- & & & 3x^3 & +6x^2 & +3x & & \\
\hline
 & & & & -4x^2 & -3x & -1 &
\end{array}
$$

$$g(x) = \frac{(x^3 + 2x^2 + x) \times (x^2 - 2x + 3) + (-4x^2 - 3x - 1)}{x^3 + 2x^2 + x}$$

$$= x^2 - 2x + 3 + \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $(m = 1)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $\left(m = 1\right)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $\big(m = \mathbf{1}\big)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $\left(m = 1\right)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par x :

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $\big(m = 1\big)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $\big(m = \mathbf{1}\big)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en **0** la nouvelle égalité :

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $\big(m = \mathbf{1}\big)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en **0** la nouvelle égalité : $\dfrac{-1}{1^2} = A + 0$ donc $A =$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = 0$ est **simple** $\big(m = \mathbf{1}\big)$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times x = \frac{A}{x} \times x + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{(x+1)^2} = A + \frac{B}{x+1} \times x + \frac{C}{(x+1)^2} \times x$$

Et, on évalue en **0** la nouvelle égalité : $\dfrac{-1}{1^2} = A + 0$ donc $A = -1$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité $\mathbf{2}$.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité $\mathbf{2}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\mathbf{(x+1)^2}$:

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\mathbf{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\mathbf{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\mathbf{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) + C$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\mathbf{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) + C$$

Et, on évalue en

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) + C$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité :

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) + C$$

Et, on évalue en $\boldsymbol{-1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{-2}{-1} = C$ donc $C =$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2}$.

Elle a une DES de la forme $g_1(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2}$

- Le pôle $\alpha = -1$ est de multiplicité **2**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x+1)^2}$:

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1)^2 = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + \frac{B}{x+1} \times (x+1)^2 + \frac{C}{(x+1)^2} \times (x+1)^2$$

$$\frac{-4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1)^2 + B(x+1) + C$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{-2}{-1} = C$ donc $C = 2$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

  Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

  $$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

  Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

  Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1-2x}{x(x+1)^2}$$

$$=$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

  Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2}$$

$$= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2}$$
$$= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité 1. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x + 1$:

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1-2x}{x(x+1)^2}$$

$$= \frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1) =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

  Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1-2x}{x(x+1)^2}$$
$$= \frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1-2x}{x(x+1)^2}$$

$$= \frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} =$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

  Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2 - 3x - 1 - 2x}{x(x+1)^2}$$

$$= \frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2}$$

  Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

- $C = 2$

  Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

$$g_2(x) = g_1(x) - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{-4x^2-3x-1-2x}{x(x+1)^2}$$

$$= \frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}$$

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en **−1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

<u>Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :</u>

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{ccc|c} -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \hline \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{ccc|c}
-4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{4-4}
 & & & -4x \\ \cline{1-3}
 & & &
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

<u>Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :</u>

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{rrrr} & -4x^2 & -5x & -1 \\ - & & & \\ \hline \end{array} & \begin{array}{l} x+1 \\ \hline -4x \end{array} \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

<u>Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :</u>

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{r|l}
\begin{array}{cccc} & -4x^2 & -5x & -1 \\ - & -4x^2 & & \\ \hline \end{array} & \begin{array}{c} x+1 \\ \hline -4x \end{array}
\end{array}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

<u>Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :</u>

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{rrrr|l} & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5} - & -4x^2 & -4x & & -4x \\ \cline{2-4} \end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{cccc|c}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x \\ \cline{2-4}
 & & -x & & \\
 & - & & &
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

<u>Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :</u>

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en **−1** la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{cccc|c}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x \\ \cline{2-4}
 & & -x & -1 & \\
 & - & & &
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \cline{1-4}
 & & -x & -1 & \\
 & - & & &
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

<u>Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :</u>

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\
\cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\
\cline{1-4}
 & & -x & -1 & \\
 & - & -x & & \\
\cline{1-4}
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

<u>Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :</u>

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{cccc|c}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \cline{1-4}
 & & -x & -1 & \\
 & - & & & \\
 & & -x & -1 & \\ \cline{1-4}
 & & & &
\end{array}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \cline{2-4}
 & & -x & -1 & \\
- & & -x & -1 & \\ \cline{2-4}
 & & & 0 &
\end{array}$$

I. Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles.

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \cline{2-4}
 & & -x & -1 & \\
- & & -x & -1 & -4x^2 - 5x - 1 = (x+1)(-4x-1) \\ \cline{2-4}
 & & & 0 &
\end{array}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{rrrr|l}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \cline{1-4}
 & & -x & -1 & \\
- & & -x & -1 & -4x^2-5x-1 = (x+1)(-4x-1) \\ \cline{1-4}
 & & & 0 &
\end{array}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\begin{array}{cccc|c}
 & -4x^2 & -5x & -1 & x+1 \\ \cline{5-5}
- & -4x^2 & -4x & & -4x-1 \\ \cline{2-4}
 & & -x & -1 & \\
- & & -x & -1 & -4x^2 - 5x - 1 = \boldsymbol{(x+1)(-4x-1)} \\ \cline{2-4}
 & & & 0 &
\end{array}$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\boldsymbol{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\boldsymbol{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité :

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{\mathbf{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{3}{-1} =$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2 - 3x - 1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)^2} \times (x+1) = \frac{A}{x} \times (x+1) + \frac{B}{x+1} \times (x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2 - 5x - 1}{x(x+1)} = \frac{-4x - 1}{x} = \frac{A}{x} \times (x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B =$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B = -3$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité $\mathbf{1}$. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\mathbf{-1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B = -3$

Ainsi, $g(x) =$

La partie polaire de g est $g_1(x) = \dfrac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Pour déterminer B on retire le pôle d'ordre 2 à g_1 :

Le pôle $\alpha = -1$ de g_2 est de multiplicité **1**. On multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}\times(x+1) = \frac{A}{x}\times(x+1) + \frac{B}{x+1}\times(x+1)$$

$$\frac{\boldsymbol{(x+1)(-4x-1)}}{x(x+1)} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\boldsymbol{-1}$ la nouvelle égalité. Mais, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Donc, il y a un facteur $(x+1)$ au numérateur :

$$\frac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-4x-1}{x} = \frac{A}{x}\times(x+1) + B$$

Et, on évalue en $\boldsymbol{-1}$ la nouvelle égalité : $\dfrac{3}{-1} = 0 + B$ donc $B = -3$

Ainsi, $g(x) = x^2 - 2x + 3 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{3}{x+1} + \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Remarque : Lorsqu'on a ôté le pôle d'ordre 2, $\dfrac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}$ n'était plus irréductible, car le $(x+1)^2$ est un pôle d'ordre 2 ce qui est contradictoire.
Il devait donc se simplifier avec le numérateur.

Remarque : Lorsqu'on a ôté le pôle d'ordre 2, $\dfrac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}$ n'était plus irréductible,

car le $(x+1)^2$ est un pôle d'ordre 2 ce qui est contradictoire.
Il devait donc se simplifier avec le numérateur.

On va voir que dans l'exemple précédent, il y a une technique plus rapide pour trouver le coefficient B :

Remarque : Lorsqu'on a ôté le pôle d'ordre 2, $\dfrac{-4x^2-5x-1}{x(x+1)^2}$ n'était plus irréductible, car le $(x+1)^2$ est un pôle d'ordre 2 ce qui est contradictoire.
Il devait donc se simplifier avec le numérateur.

On va voir que dans l'exemple précédent, il y a une technique plus rapide pour trouver le coefficient B :

Méthode

Lorsqu'on a un pôle α non simple, on peut retrouver la valeur du coefficient A de $\dfrac{A}{(x-\alpha)}$, en multipliant par $(x-\alpha)$ et en faisant tendre x vers l'infini.

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

Exemple nº 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2}=\frac{-1}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)}=$$

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x}\times(x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x}\times(x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x}\times(x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\mathbf{x+1}$:

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)} = \frac{-1}{x}\times(x+1) + B + \frac{2}{(x+1)}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$:

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)}}_{\to -4} = \underbrace{\frac{-1}{x}\times(x+1)}_{\to -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\to 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$:

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)}}_{\to -4} = \underbrace{\frac{-1}{x}\times(x+1)}_{\to -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\to 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$:

$$\boldsymbol{-4 =}$$

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $x+1$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)}}_{\to -4} = \underbrace{\frac{-1}{x}\times(x+1)}_{\to -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\to 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$:

$$-4 = -1 + B + 0, \text{ donc } B =$$

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)}}_{\to -4} = \underbrace{\frac{-1}{x}\times(x+1)}_{\to -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\to 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$:

$$\boldsymbol{-4 = -1 + B + 0}, \text{ donc } \boldsymbol{B = -3}.$$

Exemple n° 15 : Dans l'exemple précédent, on avait trouvé facilement A et C, et il restait B :

$$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-1}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$$

On multiplie de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{x+1}$:

$$\underbrace{\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)}}_{\to -4} = \underbrace{\frac{-1}{x}\times(x+1)}_{\to -1} + B + \underbrace{\frac{2}{(x+1)}}_{\to 0}$$

On ne peut pas évaluer en -1 car **deux dénominateurs s'annuleraient.**

Par contre, on peut passer à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$:

$$\boldsymbol{-4 = -1 + B + 0}, \text{ donc } \boldsymbol{B = -3}.$$

Remarque : Les deux méthodes précédentes permettent de déterminer A_1 et A_m dans le développement suivant d'un pôle α d'ordre m :

$$\frac{A_1}{x-\alpha} + \frac{A_2}{(x-\alpha)^2} + \ldots + \frac{A_m}{(x-\alpha)^m}$$

Pour déterminer les autres coefficients, on peut utiliser la méthode suivantes :

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) =$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple nº 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple nº 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

$$\boldsymbol{x+1=}$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en $\mathbf{2}$ la nouvelle égalité :

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

  $$\boldsymbol{x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C}$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

  $$\boldsymbol{x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C}$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple nº 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} =$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$:

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple nº 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

  $$\boldsymbol{x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C}$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)}$:

  $$\boldsymbol{\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $\boldsymbol{0 = A}$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

  $$\boldsymbol{x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C}$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)}$:

  $$\boldsymbol{\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $\boldsymbol{0 = A}$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en $\mathbf{2}$ la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en $\mathbf{0}$:

  $$\frac{0+1}{(0-2)^3} =$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple nº 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

  $$\boldsymbol{x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C}$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)}$:

  $$\boldsymbol{\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $\boldsymbol{0 = A}$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

  $$\boldsymbol{\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3}}$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

  $$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit}$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple nº 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en $\mathbf{2}$ la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $\mathbf{0} = A$

- Pour trouver B : on évalue en $\mathbf{0}$:

  $$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} =$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre **3** :

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en **2** la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en **0** :

  $$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} = \frac{2}{8} \text{ donc } B =$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

  $$\boldsymbol{x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C}$$

  Et, on évalue en $\mathbf{2}$ la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)}$:

  $$\boldsymbol{\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $\boldsymbol{0 = A}$

- Pour trouver B : on évalue en $\mathbf{0}$:

  $$\boldsymbol{\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3}} \text{ soit } \boldsymbol{\frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8}} \text{ soit } \boldsymbol{\frac{B}{4} = \frac{2}{8}} \text{ donc } \boldsymbol{B = 1}$$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple nº 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{x-2}} + \dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} + \dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{(x-2)^3}}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)^3}$:

  $$\boldsymbol{x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C}$$

  Et, on évalue en $\mathbf{2}$ la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $\boldsymbol{(x-2)}$:

  $$\boldsymbol{\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $\boldsymbol{0 = A}$

- Pour trouver B : on évalue en $\mathbf{0}$:

  $$\boldsymbol{\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3}} \text{ soit } \boldsymbol{\frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8}} \text{ soit } \boldsymbol{\frac{B}{4} = \frac{2}{8}} \text{ donc } \boldsymbol{B = 1}$$

Ainsi, $f(x) =$

Méthode

S'il reste n coefficients, on évalue avec n valeurs, et on obtient un systèmes de n équations à n inconnues.

Exemple n° 16 : $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)^3}$. Son DES est $f(x) = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{(x-2)^2} + \dfrac{C}{(x-2)^3}$

Il y a un seul pôle $\alpha = 2$ est d'ordre $\mathbf{3}$:

- Pour trouver C : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)^3$:

  $$x + 1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

  Et, on évalue en $\mathbf{2}$ la nouvelle égalité : $3 = C$

- Pour trouver A : on multiplie donc de part et d'autre de l'égalité ci-dessus par $(x-2)$:

  $$\frac{x+1}{(x-2)^2} = A + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

  On passe à la limite en faisant tendre $x \longrightarrow +\infty$: $0 = A$

- Pour trouver B : on évalue en $\mathbf{0}$:

  $$\frac{0+1}{(0-2)^3} = \frac{B}{(0-2)^2} + \frac{3}{(0-2)^3} \text{ soit } \frac{1}{-8} = \frac{B}{4} + \frac{3}{-8} \text{ soit } \frac{B}{4} = \frac{2}{8} \text{ donc } B = 1$$

Ainsi, $f(x) = \dfrac{1}{(x-2)^2} + \dfrac{3}{(x-2)^3}$

Exercice n° 4 : Détermine le DES des fonctions suivantes :

i. $f(x) = \dfrac{30x^2}{(x^2 - 25)(x^2 - 2x + 10)}$

ii. $g(x) = \dfrac{2x}{(2x - 4)^3}$