IV. Espace affine $\mathbb{R}^n$.

1. Structure euclidienne.

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^n$, les coordonnées sont des matrices colonnes de dimension n. Celle du vecteur $\overrightarrow{a}$ est notée $[\overrightarrow{a}]$.

1. Structure euclidienne.

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^n$, les coordonnées sont des matrices colonnes de dimension n. Celle du vecteur $\overrightarrow{a}$ est notée $\left[\overrightarrow{a}\right]$.

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ où $[A] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}$ et $[M] = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ sont

$$[M] - [A] =$$

1. Structure euclidienne.

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^n$, les coordonnées sont des matrices colonnes de dimension n. Celle du vecteur $\overrightarrow{a}$ est notée $\left[\overrightarrow{a}\right]$.

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ où $[A] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}$ et $[M] = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ sont

$$[M] - [A] = \begin{pmatrix} \\ \dots \\ \end{pmatrix},$$

1. Structure euclidienne.

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^n$, les coordonnées sont des matrices colonnes de dimension n. Celle du vecteur $\overrightarrow{a}$ est notée $\left[\overrightarrow{a}\right]$.

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ où $[A] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}$ et $[M] = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ sont

$$[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 & \\ x_2 & \\ & \dots \\ x_n & \end{pmatrix},$$

1. Structure euclidienne.

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^n$, les coordonnées sont des matrices colonnes de dimension n. Celle du vecteur $\overrightarrow{a}$ est notée $[\overrightarrow{a}]$.

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ où $[A] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}$ et $[M] = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ sont

$$[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 - \\ x_2 - \\ \dots \\ x_n - \end{pmatrix},$$

1. Structure euclidienne.

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^n$, les coordonnées sont des matrices colonnes de dimension n. Celle du vecteur $\overrightarrow{a}$ est notée $[\overrightarrow{a}]$.

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ où $[A] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}$ et $[M] = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ sont

$$[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \\ \dots \\ x_n - a_n \end{pmatrix},$$

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ sont $[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \\ \dots \\ x_n - a_n \end{pmatrix}$,

Dans un repère **orthonormé** :

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ sont $[M]-[A]=\begin{pmatrix} x_1-a_1 \\ x_2-a_2 \\ \dots \\ x_n-a_n \end{pmatrix}$,

Dans un repère **orthonormé** :

- le **produit scalaire** usuel de $\overrightarrow{x}=(x_1,\dots,x_n)$ et $\overrightarrow{y}=(y_1,\dots,y_n)$, noté $x\cdot y$, est défini par

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ sont $[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \\ \dots \\ x_n - a_n \end{pmatrix}$,

Dans un repère **orthonormé** :

- le **produit scalaire** usuel de $\overrightarrow{x} = (x_1, \dots, x_n)$ et $\overrightarrow{y} = (y_1, \dots, y_n)$, noté $x \cdot y$, est défini par
$$\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{y} = x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n = {}^t[\overrightarrow{x}][\overrightarrow{y}]$$

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ sont $[M]-[A]=\begin{pmatrix} x_1-a_1 \\ x_2-a_2 \\ \dots \\ x_n-a_n \end{pmatrix}$,

Dans un repère **orthonormé** :

- le **produit scalaire** usuel de $\overrightarrow{x}=(x_1,\dots,x_n)$ et $\overrightarrow{y}=(y_1,\dots,y_n)$, noté $x\cdot y$, est défini par
$$\overrightarrow{x}\cdot\overrightarrow{y}=x_1y_1+\cdots+x_ny_n={}^t[\overrightarrow{x}][\overrightarrow{y}]$$

- La **norme euclidienne** sur $\mathbb{R}^n$ est la norme associée à ce produit scalaire.

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ sont $[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \\ \dots \\ x_n - a_n \end{pmatrix}$,

Dans un repère **orthonormé** :

- le **produit scalaire** usuel de $\overrightarrow{x} = (x_1, \dots, x_n)$ et $\overrightarrow{y} = (y_1, \dots, y_n)$, noté $x \cdot y$, est défini par
$$\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{y} = x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n = {}^t[\overrightarrow{x}][\overrightarrow{y}]$$

- La **norme euclidienne** sur $\mathbb{R}^n$ est la norme associée à ce produit scalaire.
Pour $x \in \mathbb{R}^n$, la norme euclidienne de $\overrightarrow{x}$, notée $\|\overrightarrow{x}\|$, est définie par :
$$\|x\| = \sqrt{\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{x}} = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2}.$$

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ sont $[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \\ \dots \\ x_n - a_n \end{pmatrix}$,

Dans un repère **orthonormé** :

- le **produit scalaire** usuel de $\overrightarrow{x} = (x_1, \dots, x_n)$ et $\overrightarrow{y} = (y_1, \dots, y_n)$, noté $\boldsymbol{x \cdot y}$, est défini par
$$\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{y} = x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n = {}^t[\overrightarrow{x}]\,[\overrightarrow{y}]$$

- La **norme euclidienne** sur $\mathbb{R}^n$ est la norme associée à ce produit scalaire. Pour $x \in \mathbb{R}^n$, la norme euclidienne de $\overrightarrow{x}$, notée $\|\overrightarrow{x}\|$, est définie par :
$$\|x\| = \sqrt{\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{x}} = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2}.$$

- La **distance** entre le point $A = {}^t(a_1, \dots, a_n)$ et le point $M = {}^t(x_1, \dots, x_n)$ est

Définition:

Dans un repère **quelconque** :

- Les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AM}$ sont $[M] - [A] = \begin{pmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \\ \dots \\ x_n - a_n \end{pmatrix}$,

Dans un repère **orthonormé** :

- le **produit scalaire** usuel de $\overrightarrow{x} = (x_1, \dots, x_n)$ et $\overrightarrow{y} = (y_1, \dots, y_n)$, noté $\boldsymbol{x \cdot y}$, est défini par
$$\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{y} = x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n = {}^t[\overrightarrow{x}]\,[\overrightarrow{y}]$$

- La **norme euclidienne** sur $\mathbb{R}^n$ est la norme associée à ce produit scalaire. Pour $x \in \mathbb{R}^n$, la norme euclidienne de $\overrightarrow{x}$, notée $\|\overrightarrow{x}\|$, est définie par :
$$\|x\| = \sqrt{\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{x}} = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2}.$$

- La **distance** entre le point $A = {}^t(a_1, \dots, a_n)$ et le point $M = {}^t(x_1, \dots, x_n)$ est
$$\|\overrightarrow{AM}\| = \sqrt{(x_1 - a_1)^2 + \cdots + (x_n - a_n)^2}. \quad (\|M - A\|)$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B] - [A] = \Bigg|$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B] - [A] = \left| \begin{array}{l} -3 \\ 7 \\ 1 \end{array} \right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B] - [A] = \left|\begin{matrix} -3 - \\ 7 \quad - \\ 1 \quad - \end{matrix}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B] - [A] = \left|\begin{array}{lll} -3 - & 5 & = \\ 7 \; - & 3 & = \\ 1 \; - & (-2) & = \end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B] - [A] = \left|\begin{array}{llll} -3- & 5 & = & -8 \\ 7 & -\ 3 & = & \\ 1 & -(-2) & = & \end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B]-[A] = \left|\begin{array}{llll} -3 - & 5 & = & -8 \\ 7 & - \quad 3 & = & 4 \\ 1 & -(-2) & = & \end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{llll}-3- & 5 & = & -8\\ 7 & -\ 3 & = & 4\\ 1 & -\ (-2) & = & 3\end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B]-[A] = \left| \begin{array}{llll} -3 - & 5 & = & -8 \\ 7 & - \ 3 & = & 4 \\ 1 & - (-2) & = & 3 \end{array} \right. \qquad \overrightarrow{AC} = [C]-[A] = \left| \phantom{\begin{array}{l} 0\\0\\0 \end{array}} \right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B]-[A] = \left|\begin{array}{llll} -3 & -\ 5 & = & -8 \\ 7 & -\ 3 & = & 4 \\ 1 & -(-2) & = & 3 \end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC} = [C]-[A] = \left|\begin{array}{l} 2 \\ -1 \\ 4 \end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{lllll}-3 & - & 5 & = & -8\\ 7 & - & 3 & = & 4\\ 1 & - & (-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{ll}2 & -\\ -1 & -\\ 4 & -\end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B]-[A] = \left|\begin{array}{llll} -3 - & 5 & = & -8 \\ 7 & - \; 3 & = & 4 \\ 1 & - \; (-2) & = & 3 \end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC} = [C]-[A] = \left|\begin{array}{llll} 2 & - \; 5 & = & \\ -1 & - \; 3 & = & \\ 4 & - \; (-2) & = & \end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{l}-3-5=-8\\7-3=4\\1-(-2)=3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{l}2-5=-3\\-1-3=\\4-(-2)=\end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{llll}-3- & 5 & = & -8\\ 7 & - \; 3 & = & 4\\ 1 & -\;(-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{llll}2 & - \; 5 & = & -3\\ -1 & - \; 3 & = & -4\\ 4 & -\;(-2) & = & \end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{llll}-3- & 5 & = & -8\\ 7 & -\ 3 & = & 4\\ 1 & -\ (-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{llll}2 & -\ 5 & = & -3\\ -1 & -\ 3 & = & -4\\ 4 & -\ (-2) & = & 6\end{array}\right.$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{llll}-3- & 5 & = & -8\\ 7 & -\ 3 & = & 4\\ 1 & -\ (-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{llll}2 & -\ 5 & = & -3\\ -1 & -\ 3 & = & -4\\ 4 & -\ (-2) & = & 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B]-[A] = \left|\begin{array}{llll} -3 & -\ 5 & = & -8 \\ 7 & -\ 3 & = & 4 \\ 1 & -(-2) & = & 3 \end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC} = [C]-[A] = \left|\begin{array}{llll} 2 & -\ 5 & = & -3 \\ -1 & -\ 3 & = & -4 \\ 4 & -(-2) & = & 6 \end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix} =$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{lll} -3- & 5 & =-8\\ 7\ - & 3 & =\ 4\\ 1\ - & (-2) & =\ 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{lll} 2\ - & 5 & =-3\\ -1- & 3 & =-4\\ 4\ - & (-2) & =\ 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix}=-8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B]-[A] = \left|\begin{array}{lcl} -3 - & 5 & = -8 \\ 7 \;\; - & 3 & = \;\; 4 \\ 1 \;\; - & (-2) & = \;\; 3 \end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC} = [C]-[A] = \left|\begin{array}{lcl} 2 \;\; - & 5 & = -3 \\ -1 - & 3 & = -4 \\ 4 \;\; - & (-2) & = \;\; 6 \end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix} = -8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6 = 26$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = [B]-[A] = \left|\begin{array}{lcccc} -3- & 5 & = & -8 \\ 7 & - & 3 & = & 4 \\ 1 & - & (-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC} = [C]-[A] = \left|\begin{array}{lcccc} 2 & - & 5 & = & -3 \\ -1 & - & 3 & = & -4 \\ 4 & - & (-2) & = & 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix} = -8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6 = 26$

2. Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{lllll}-3 & - & 5 & = & -8\\ 7 & - & 3 & = & 4\\ 1 & - & (-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{lllll}2 & - & 5 & = & -3\\ -1 & - & 3 & = & -4\\ 4 & - & (-2) & = & 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix}=-8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6=26$

2. Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$\|\overrightarrow{AB}\|=$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{lll}-3- & 5 & =-8\\ 7 & - \quad 3 & = \quad 4\\ 1 & -(-2) & = \quad 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{lll}2 & - \quad 5 & =-3\\ -1- & 3 & =-4\\ 4 & -(-2) & = \quad 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix}=-8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6=26$

2. Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+3^2}=$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{lll}-3- & 5 & =-8\\ 7 & -\ 3 & =\ 4\\ 1 & -(-2) & =\ 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{lll}2 & -\ 5 & =-3\\ -1 & -\ 3 & =-4\\ 4 & -(-2) & =\ 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix}=-8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6=26$

2. Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+3^2}=\sqrt{89}$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{lllll}-3 & - & 5 & = & -8\\ 7 & - & 3 & = & 4\\ 1 & - & (-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{lllll}2 & - & 5 & = & -3\\ -1 & - & 3 & = & -4\\ 4 & - & (-2) & = & 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix}=-8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6=26$

2. Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+3^2}=\sqrt{89}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\|=$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{l} -3-5=-8\\ 7-3=4\\ 1-(-2)=3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{l} 2-5=-3\\ -1-3=-4\\ 4-(-2)=6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix}=-8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6=26$

2. Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+3^2}=\sqrt{89}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2+6^2}=$$

Exercice n° 1 :

Dans $\mathbb{R}^3$,on considère les trois points : $A\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}-3\\7\\1\end{pmatrix}$, et $C\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$.

1. Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}=[B]-[A]=\left|\begin{array}{llll}-3- & 5 & = & -8\\ 7 & -\ 3 & = & 4\\ 1 & -(-2) & = & 3\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{AC}=[C]-[A]=\left|\begin{array}{llll}2 & -\ 5 & = & -3\\ -1 & -\ 3 & = & -4\\ 4 & -(-2) & = & 6\end{array}\right.$$

Il s'en suit $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8 & 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-4\\6\end{pmatrix}=-8\times(-3)+4\times(-4)+3\times 6=26$

2. Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+3^2}=\sqrt{89}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2+6^2}=\sqrt{61}$$

Définition:

Soit $A = {}^t(a_1, \ldots, a_n)$ un point de $\mathbb{R}^n$ l'espace affine de dimension $n \geqslant 1$.

Définition:

Soit $A = {}^t(a_1, \ldots, a_n)$ un point de $\mathbb{R}^n$ l'espace affine de dimension $n \geqslant 1$.

- La **boule ouverte** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $B_r(A)$, est l'ensemble suivant :

Définition:

Soit $A = {}^t(a_1, \ldots, a_n)$ un point de $\mathbb{R}^n$ l'espace affine de dimension $n \geqslant 1$.

- La **boule ouverte** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $B_r(A)$, est l'ensemble suivant :

$$B_r(A) = \{M \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \|M - A\| < r\}.$$

Définition:

Soit $A = {}^t(a_1, \ldots, a_n)$ un point de $\mathbb{R}^n$ l'espace affine de dimension $n \geqslant 1$.

- La **boule ouverte** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $B_r(A)$, est l'ensemble suivant :

$$B_r(A) = \{M \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \|M - A\| < r\}.$$

- La **boule fermée** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $\overline{B_r}(A)$1, est l'ensemble suivant :

Définition:

Soit $A = {}^t(a_1, \dots, a_n)$ un point de $\mathbb{R}^n$ l'espace affine de dimension $n \geqslant 1$.

- La **boule ouverte** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $B_r(A)$, est l'ensemble suivant :

$$B_r(A) = \{M \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \|M - A\| < r\}.$$

- La **boule fermée** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $\overline{B}_r(A)$1, est l'ensemble suivant :

$$\overline{B}_r(A) = \{M \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \|M - A\| \leqslant r\}.$$

Définition:

Soit $A = {}^t(a_1, \dots, a_n)$ un point de $\mathbb{R}^n$ l'espace affine de dimension $n \geqslant 1$.

- La **boule ouverte** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $B_r(A)$, est l'ensemble suivant :

$$B_r(A) = \{M \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \|M - A\| < r\}.$$

- La **boule fermée** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $\boldsymbol{\overline{B}_r(A)}$1, est l'ensemble suivant :

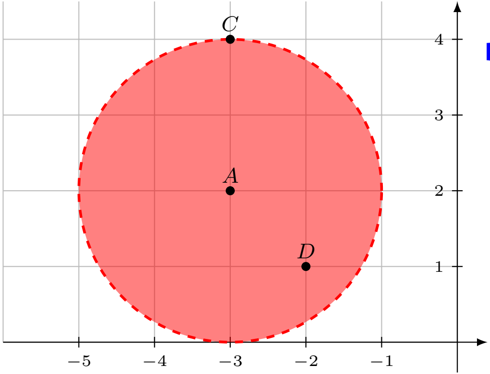
$$\overline{B}_r(A) = \{M \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \|M - A\| \leqslant r\}.$$

- La **sphère** de centre A et de rayon $r > 0$, notée $S_r(A)$, est l'ensemble suivant :

$$\overline{B}_r(A) = \{M \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } \|M - A\| = r\}.$$

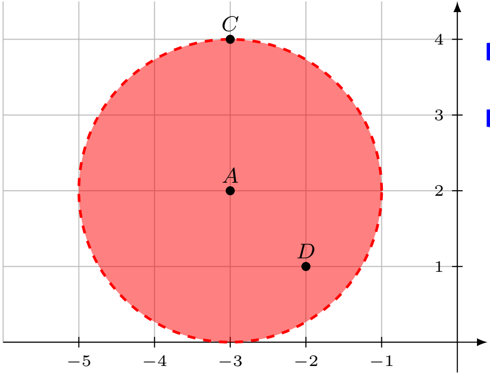
Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.

Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



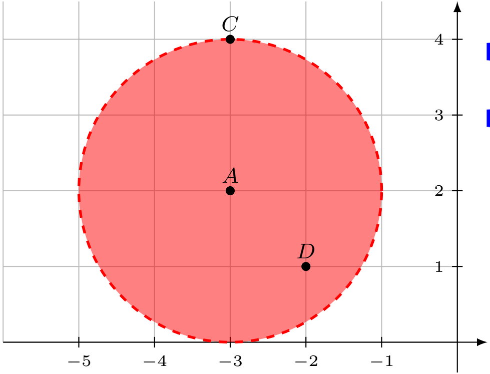
Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).

Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

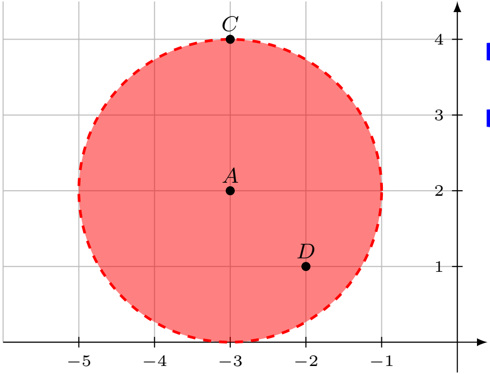
Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.

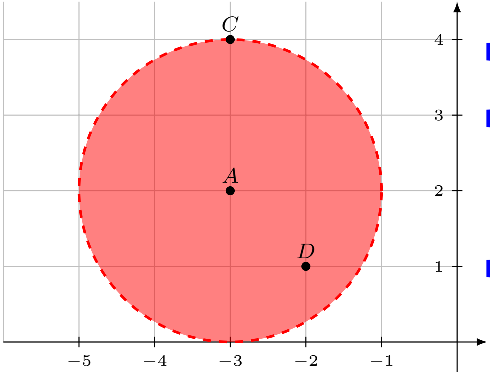
Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.

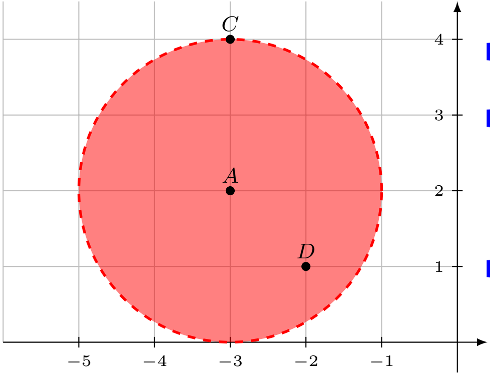
Exemple : (a) <u>En dimension 2 :</u> Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- C ? $S_2(A)$
  C ? $B_2(A)$
  C ? $\overline{B}_2(A)$
- D ? $S_2(A)$
  D ? $B_2(A)$
  D ? $\overline{B}_2(A)$

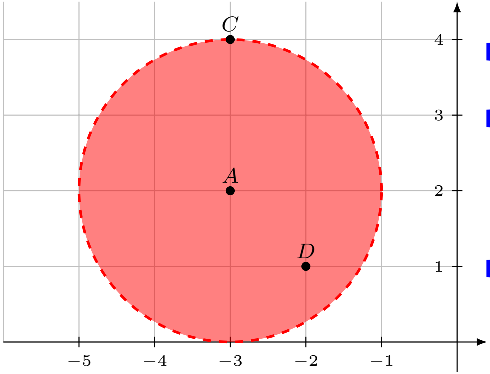
Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$
  $C \ ? \ B_2(A)$
  $C \ ? \ \overline{B}_2(A)$
- $D \ ? \ S_2(A)$
  $D \ ? \ B_2(A)$
  $D \ ? \ \overline{B}_2(A)$

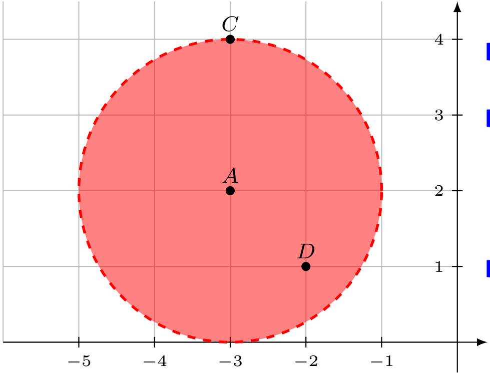
Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$
  $C \notin B_2(A)$
  $C \ ? \ \overline{B}_2(A)$
- $D \ ? \ S_2(A)$
  $D \ ? \ B_2(A)$
  $D \ ? \ \overline{B}_2(A)$

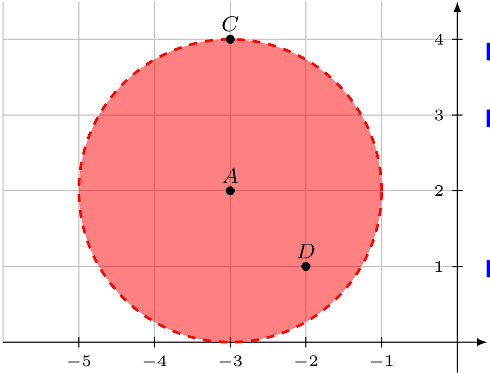
Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$
$C \notin B_2(A)$
$C \in \overline{B}_2(A)$
- $D\ ?\ S_2(A)$
$D\ ?\ B_2(A)$
$D\ ?\ \overline{B}_2(A)$

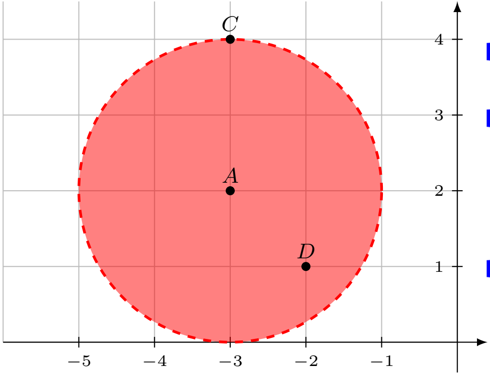
Exemple : a <u>En dimension 2 :</u> Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \ ? \ B_2(A)$, $D \ ? \ \overline{B}_2(A)$

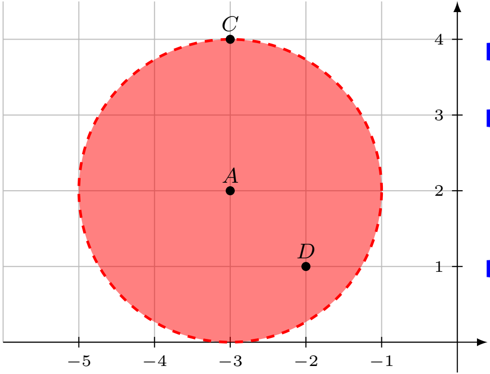
Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \ ? \ \overline{B}_2(A)$

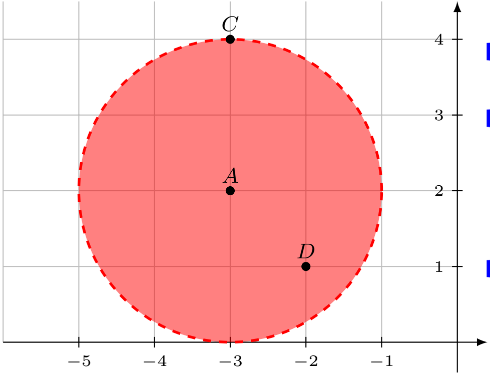
Exemple : (a) <u>En dimension 2 :</u> Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

Exemple : (a) <u>En dimension 2 :</u> Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.

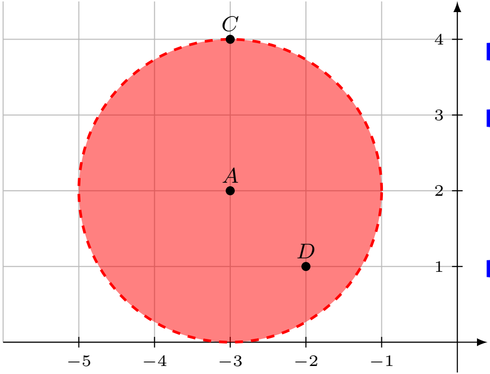


- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in B_2(A) \iff$$

Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.

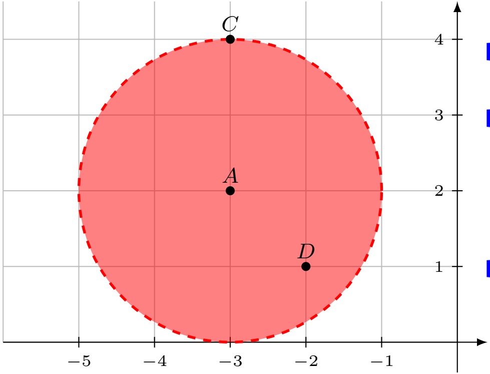


- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in B_2(A) \iff \left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| =$$

Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.

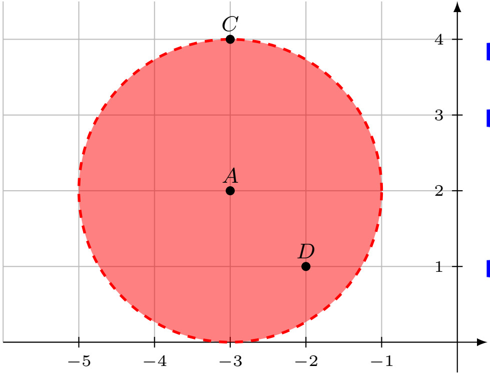


- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in B_2(A) \iff \left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} x+3 \\ y-2 \end{pmatrix} \right\| < 2$$

Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



☞ Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).

☞ La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.

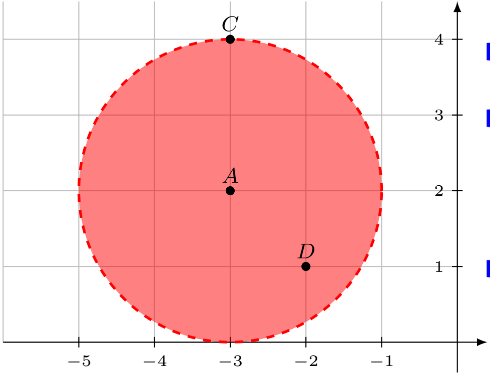
☞ $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$

☞ $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in B_2(A) \iff \left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} x+3 \\ y-2 \end{pmatrix} \right\| < 2$$

$$\iff$$

Exemple : (a) En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).

La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.

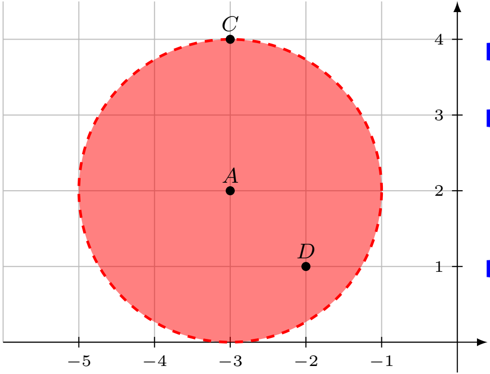
$C \in S_2(A)$
$C \notin B_2(A)$
$C \in \overline{B}_2(A)$

$D \notin S_2(A)$
$D \in B_2(A)$
$D \in \overline{B}_2(A)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in B_2(A) \iff \left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} x+3 \\ y-2 \end{pmatrix} \right\| < 2$$

$$\iff \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2} < 2$$

Exemple : a En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

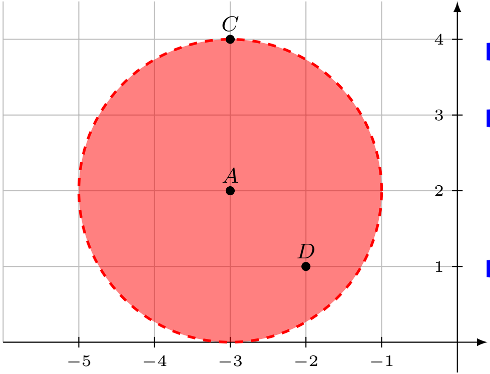
  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in B_2(A) \iff \left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} x+3 \\ y-2 \end{pmatrix} \right\| < 2$$

$$\iff \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2} < 2$$

$$\iff$$

Exemple : (a) En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.



- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

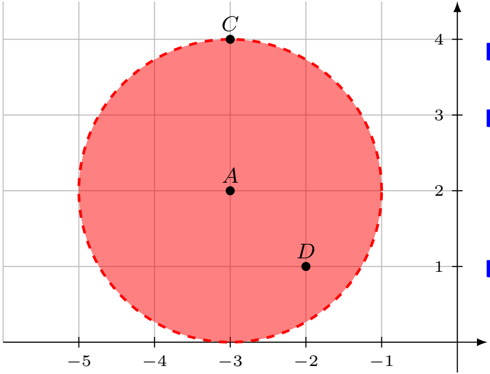
  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in B_2(A) \iff \left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} x+3 \\ y-2 \end{pmatrix} \right\| < 2$$

$$\iff \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2} < 2$$

$$\iff (x+3)^2 + (y-2)^2 < 4$$

Exemple : (a) En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3, 2)$.



Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).

La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

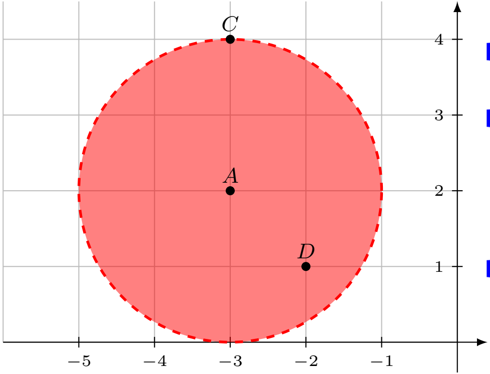
Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.

$C \in S_2(A)$
$C \notin B_2(A)$
$C \in \overline{B}_2(A)$

$D \notin S_2(A)$
$D \in B_2(A)$
$D \in \overline{B}_2(A)$

$\mathbf{(x+3)^2 + (y-2)^2 < 4}$ est l'inéquation cartésienne de la boule ouverte $B_2(A)$.

Exemple : a <u>En dimension 2 :</u> Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.

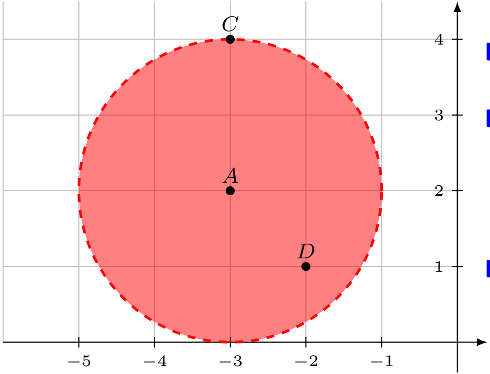


- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

- $\mathbf{(x+3)^2 + (y-2)^2 < 4}$ est l'inéquation cartésienne de la boule ouverte $B_2(A)$.
- $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ est l'équation cartésienne de **la sphère** $S_2(A)$**.**

Exemple : (a) En dimension 2 : Considérons la boule ouverte $B_2(A)$ où $A(-3,2)$.

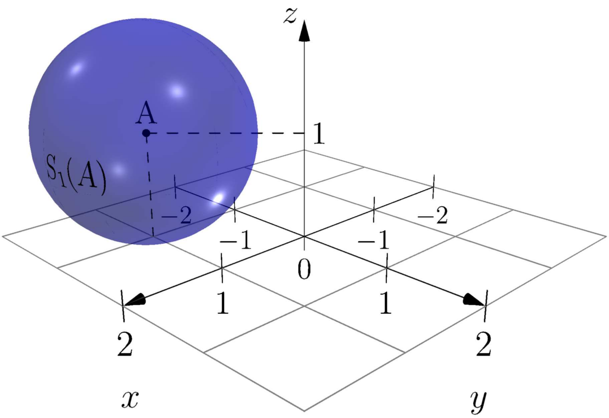


- Le cercle en tirets est la sphère $S_2(A)$ (sphère de dimension 1).
- La boule est ouverte donc son "bord" est dessiné avec des tirets pour signifier qu'il n'appartient pas à la boule.

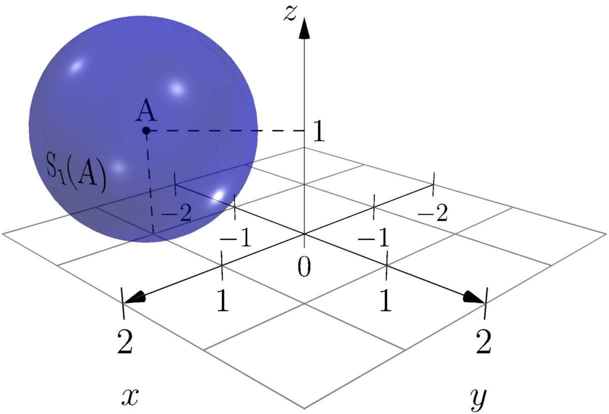
  Si la boule avait été fermée, le cercle serait tracé en trait plain.
- $C \in S_2(A)$, $C \notin B_2(A)$, $C \in \overline{B}_2(A)$
- $D \notin S_2(A)$, $D \in B_2(A)$, $D \in \overline{B}_2(A)$

- $\boldsymbol{(x+3)^2+(y-2)^2<4}$ est l'inéquation cartésienne de la boule ouverte $B_2(A)$.
- $(x+3)^2+(y-2)^2=4$ est l'équation cartésienne de **la sphère** $S_2(A)$.
- $(x+3)^2+(y-2)^2 \leqslant 4$ est l'inéquation cartésienne de **la boule fermée** $\overline{B}_2(A)$.

(b) En dimension 3 : Considérons la sphère suivante :

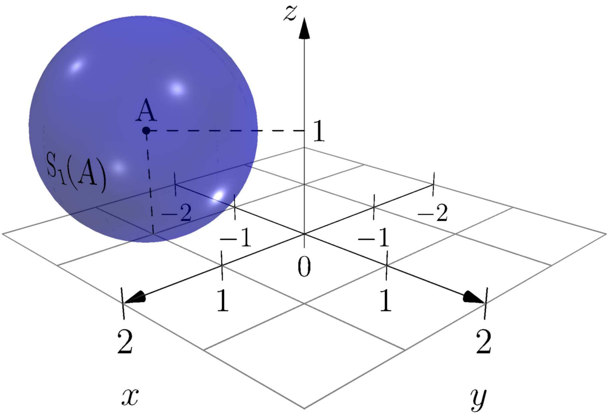


(b) En dimension 3 : Considérons la sphère suivante :



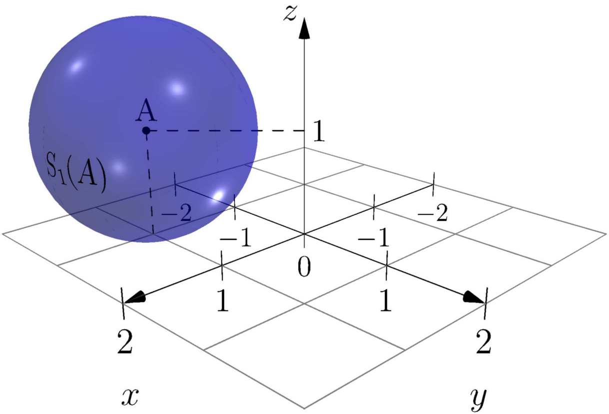
Le centre de cette sphère de dimension

(b) <u>En dimension 3 :</u> Considérons la sphère suivante :



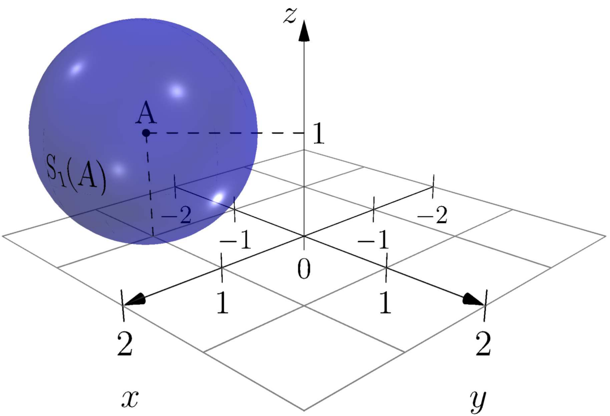
Le centre de cette sphère de dimension **2** est le point

(b) En dimension 3 : Considérons la sphère suivante :



Le centre de cette sphère de dimension **2** est le point $A \left| \begin{array}{c} 1 \\ -1 \\ 1 \end{array} \right.$. Son rayon est

(b) En dimension 3 : Considérons la sphère suivante :



Le centre de cette sphère de dimension **2** est le point $A \left| \begin{array}{c} 1 \\ -1 \\ 1 \end{array} \right.$. Son rayon est **1**

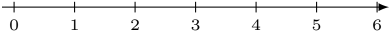
IV. Espace affine $\mathbb{R}^n$.

C En dimension 1 : L'espace est réduit à une droite !

IV. Espace affine $\mathbb{R}^n$.

Ⓒ En dimension 1 : L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff$ ....



- $x \in B_3(1) \iff$ ....

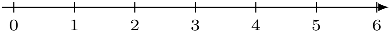
- $x \in B_2(-1) \iff$ ....

- 

$x \in$ ......

C **En dimension 1 :** L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff \|x-3\| \leqslant 2 \iff \sqrt{(x-3)^2} \leqslant 2 \iff |x-3| \leqslant 2$



- $x \in B_3(1) \iff \dots\dots\dots\dots\dots$

- $x \in B_2(-1) \iff \dots\dots\dots\dots\dots$

- 

$x \in \dots\dots$

En dimension 1 : L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff \|x-3\| \leqslant 2 \iff \sqrt{(x-3)^2} \leqslant 2 \iff |x-3| \leqslant 2$

- $x \in B_3(1) \iff$ ....

- $x \in B_2(-1) \iff$ ....

- 

$x \in$ ......

(C) En dimension 1 : L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff \|x-3\| \leqslant 2 \iff \sqrt{(x-3)^2} \leqslant 2 \iff |x-3| \leqslant 2$

- $x \in B_3(1) \iff |x-1| < 3$

- $x \in B_2(-1) \iff$ ....

- 

$x \in$ ......

Ⓒ <u>En dimension 1 :</u> L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff \|x-3\| \leqslant 2 \iff \sqrt{(x-3)^2} \leqslant 2 \iff |x-3| \leqslant 2$

- $x \in B_3(1) \iff |x-1| < 3$

- $x \in B_2(-1) \iff \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

- 

$x \in \ldots\ldots$

Ⓒ <u>En dimension 1 :</u> L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff \|x-3\| \leqslant 2 \iff \sqrt{(x-3)^2} \leqslant 2 \iff |x-3| \leqslant 2$

- $x \in B_3(1) \iff |x-1| < 3$

- $x \in B_2(-1) \iff |x+1| < 2$

- 

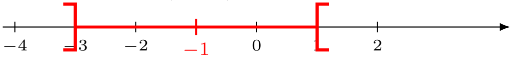
$x \in \ldots\ldots$

Ⓒ <u>En dimension 1 :</u> L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff \|x-3\| \leqslant 2 \iff \sqrt{(x-3)^2} \leqslant 2 \iff |x-3| \leqslant 2$

- $x \in B_3(1) \iff |x-1| < 3$

- $x \in B_2(-1) \iff |x+1| < 2$



- 

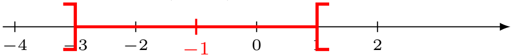
$x \in \ldots\ldots$

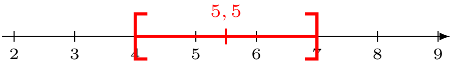
C En dimension 1 : L'espace est réduit à une droite !

- $x \in \overline{B}_2(3) \iff \|x-3\| \leqslant 2 \iff \sqrt{(x-3)^2} \leqslant 2 \iff |x-3| \leqslant 2$

- $x \in B_3(1) \iff |x-1| < 3$

- $x \in B_2(-1) \iff |x+1| < 2$



- 

$x \in \boldsymbol{\overline{B}_{1,5}(5,5)}$

2. Structure topologique.

2. Structure topologique.

Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

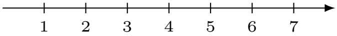
2. Structure topologique.

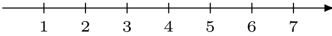
Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

Exemple :

(a) En dimension 1 :

- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\right\}$ est ....
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 4\right\}$ est ....
- 

son complémentaire : 

- Le complémentaire de l'intervalle $[2\,,\,6]$ est la réunion d'intervalles ....
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 8\right\}$ est ....

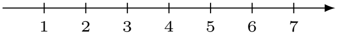
2. Structure topologique.

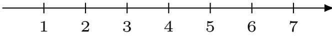
Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

Exemple :

a) En dimension 1 :

- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\right\}$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 4\right\}$ est ....
- 

son complémentaire : 

- Le complémentaire de l'intervalle $[2\,,\,6]$ est la réunion d'intervalles ....
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 8\right\}$ est ....

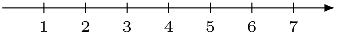
2. Structure topologique.

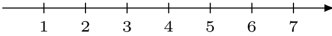
Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

Exemple :

a) En dimension 1 :

- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\right\}$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\right\}$
- 

son complémentaire : 

- Le complémentaire de l'intervalle $[2\,,\,6]$ est la réunion d'intervalles . . . .
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 8\right\}$ est . . . .

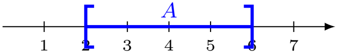
2. Structure topologique.

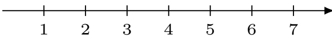
Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

Exemple :

a) En dimension 1 :

- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\right\}$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\right\}$
- 

son complémentaire : 

- Le complémentaire de l'intervalle $[2\,,\,6]$ est la réunion d'intervalles ....
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 8\right\}$ est ....

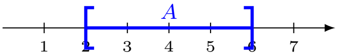
2. Structure topologique.

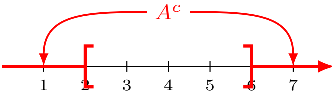
Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

Exemple :

a) En dimension 1 :

- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\right\}$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\right\}$
- 

son complémentaire : 

- Le complémentaire de l'intervalle $[2\,,\,6]$ est la réunion d'intervalles ....
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 8\right\}$ est ....

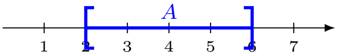
2. Structure topologique.

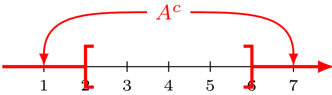
Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

Exemple :

a) En dimension 1 :

- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\right\}$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\right\}$
- 

son complémentaire : 

- Le complémentaire de l'intervalle $[2\,,\,6]$ est la réunion d'intervalles $]-\infty\,,\,2[\,\cup\,]6\,,\,+\infty[$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 8\right\}$ est ....

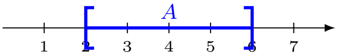
2. Structure topologique.

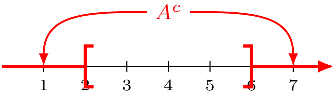
Définition:

Etant donnée une partie A de $\mathbb{R}^n$, le **complémentaire** de A, note $\boldsymbol{A^c}$, est l'ensemble de tous les points de $\mathbb{R}^n$ qui ne sont pas dans A.

Exemple :

(a) En dimension 1 :

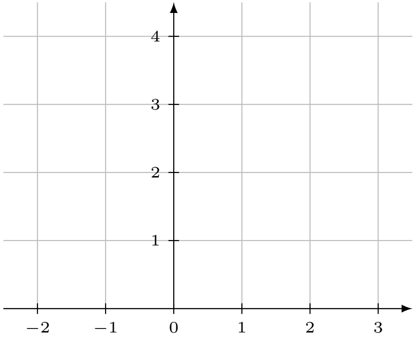
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\right\}$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 4\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\right\}$
- 

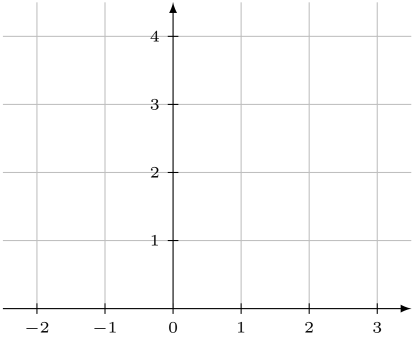
son complémentaire : 

- Le complémentaire de l'intervalle $[2\,,\,6]$ est la réunion d'intervalles $\left]-\infty\,,\,2\right[\cup\left]6\,,\,+\infty\right[$
- Le complémentaire de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 8\right\}$ est $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 3 \text{ ou } x > 8\right\}$

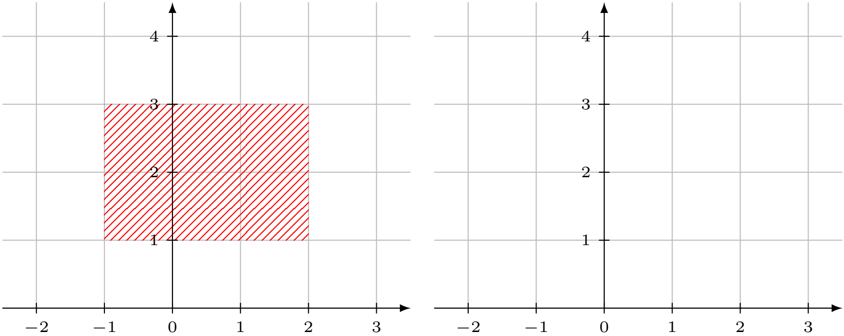
(b) En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :

b En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :

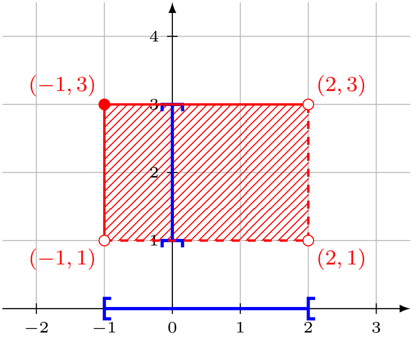


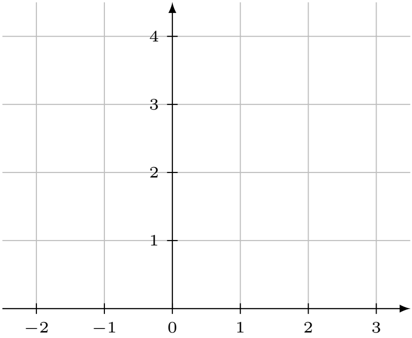


b En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :

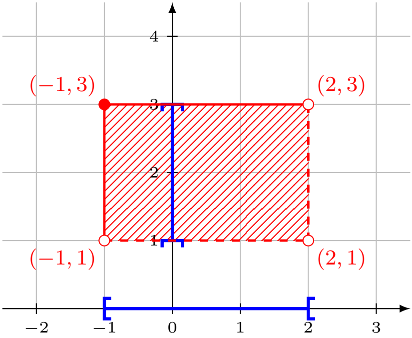


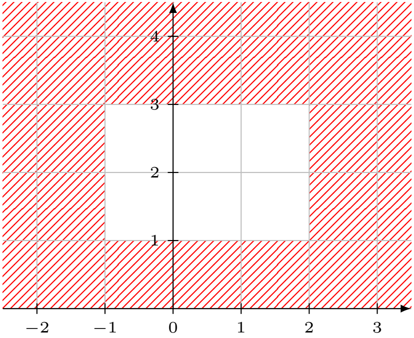
b En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :



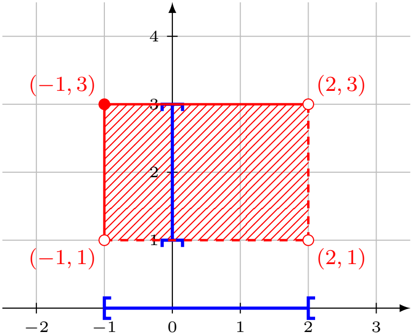


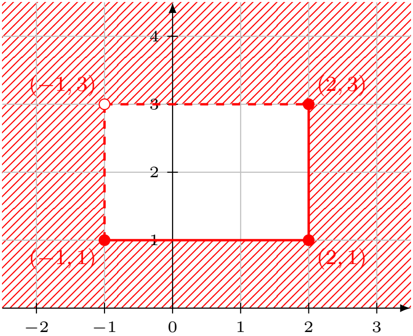
b En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :



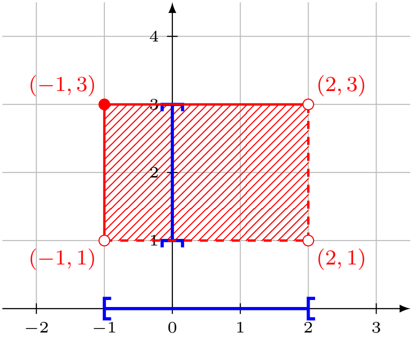


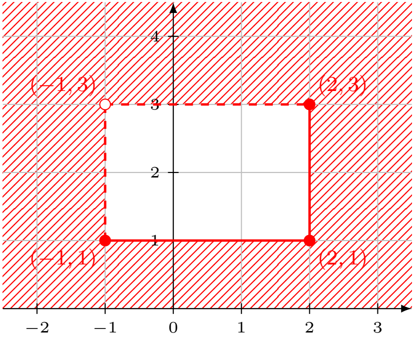
b En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :





(b) <u>En dimension 2 :</u> On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :

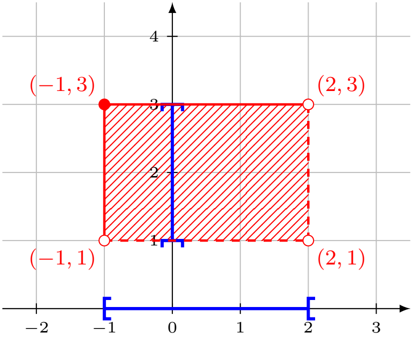


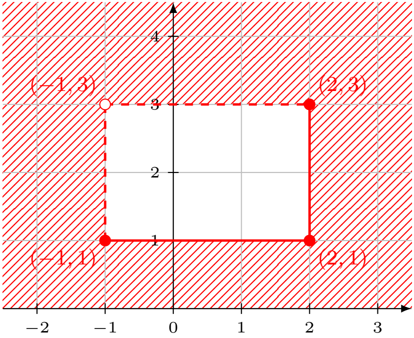


Définition:

- Soient U une partie de $\mathbb{R}^n$ et $a \in U$. On dit que U est un **voisinage** de a si U contient une boule ouverte centrée en a.

b En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :

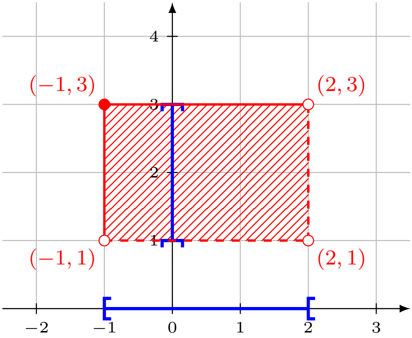


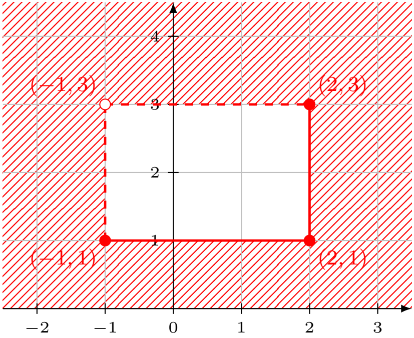


Définition:

- Soient U une partie de $\mathbb{R}^n$ et $a \in U$. On dit que U est un **voisinage** de a si U contient une boule ouverte centrée en a.
- On dit que U est un **ouvert** de $\mathbb{R}^n$ si, pour tout point $a \in U$, U contient une boule ouverte centrée en a.

(b) En dimension 2 : On va construire l'ensemble $[-1\,,\,2[\times]1\,,\,3]$ et son complémentaire :





Définition:

- Soient U une partie de $\mathbb{R}^n$ et $a \in U$. On dit que U est un **voisinage** de a si U contient une boule ouverte centrée en a.
- On dit que U est un **ouvert** de $\mathbb{R}^n$ si, pour tout point $a \in U$, U contient une boule ouverte centrée en a.
- On dit qu'une partie F de $\mathbb{R}^n$ est un **fermé** si son complémentaire est un ouvert de $\mathbb{R}^n$.

Exemples :

(a) En dimension 1 : L'intervalle :

$]a, b[$ est un

Exemples :

a) En dimension 1 : L'intervalle :

$]a, b[$ est un **ouvert** ; $[a, b]$ est un

Exemples :

a) En dimension 1 : L'intervalle :

$]a, b[$ est un **ouvert** ; $[a, b]$ est un **fermé** ; et $[a, b[$

Exemples :

a) En dimension 1 : L'intervalle :

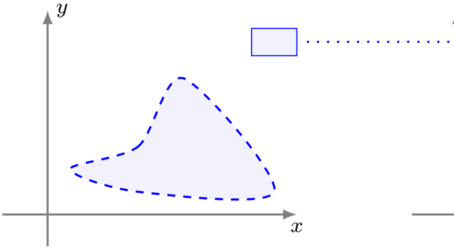
$]a, b[$ est un **ouvert** ; $[a, b]$ est un **fermé** ; et $[a, b[$ **n'est pas un ouvert, ni fermé.**

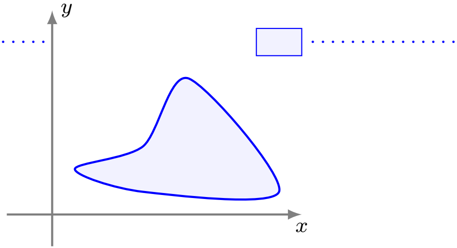
Exemples :

a) En dimension 1 : L'intervalle :

$]a, b[$ est un **ouvert** ; $[a, b]$ est un **fermé** ; et $[a, b[$ **n'est pas un ouvert, ni fermé.**

b) En dimension 2 :



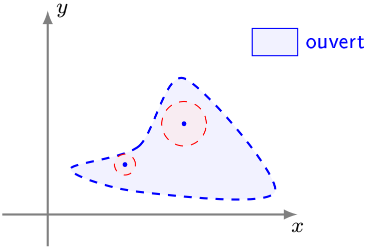


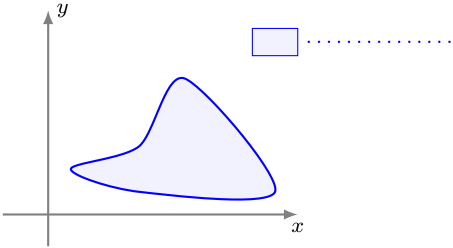
Exemples :

a) En dimension 1 : L'intervalle :

$]a,b[$ est un **ouvert** ; $[a,b]$ est un **fermé** ; et $[a,b[$ **n'est pas un ouvert, ni fermé.**

b) En dimension 2 :



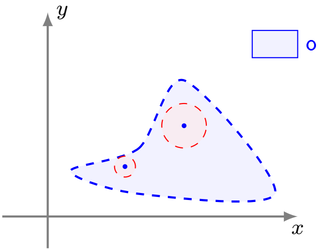


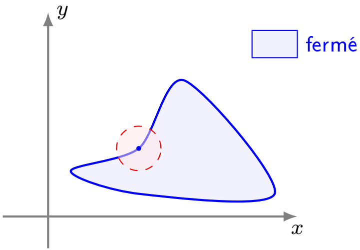
Exemples :

a. En dimension 1 : L'intervalle :

$]a,b[$ est un **ouvert** ; $[a,b]$ est un **fermé** ; et $[a,b[$ **n'est pas un ouvert, ni fermé.**

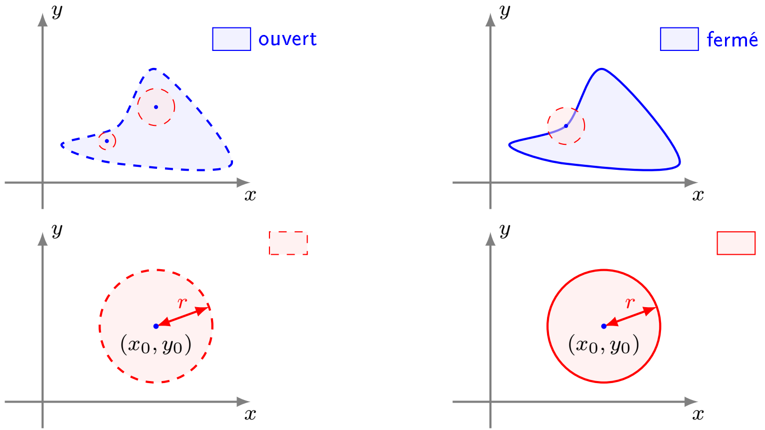
b. En dimension 2 :





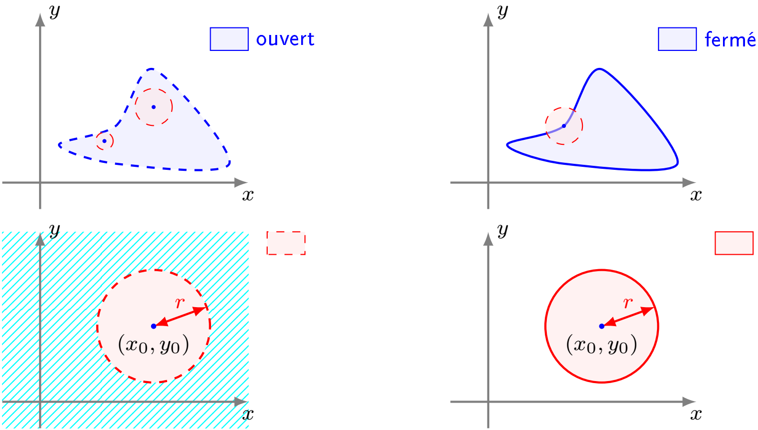
Exemples :

b En dimension 2 :



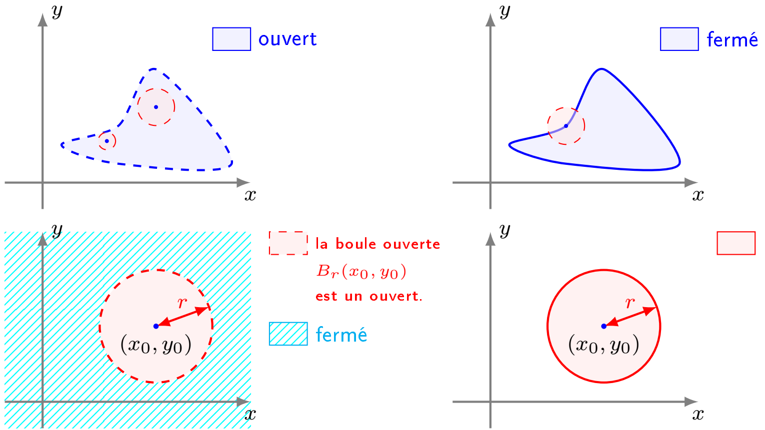
Exemples :

b En dimension 2 :



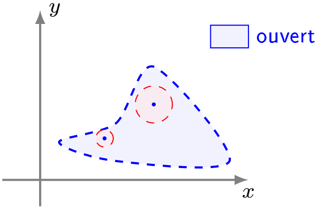
Exemples :

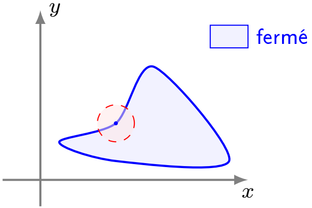
b En dimension 2 :

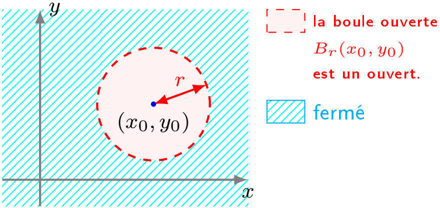


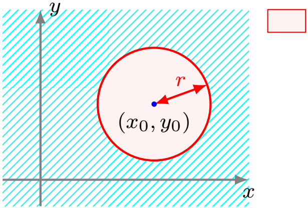
Exemples :

b En dimension 2 :



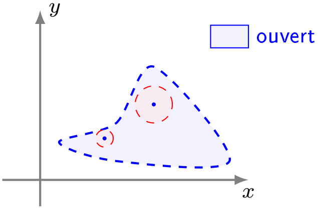


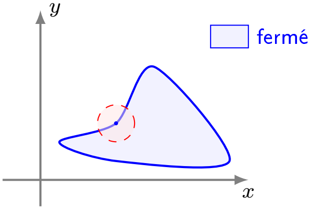


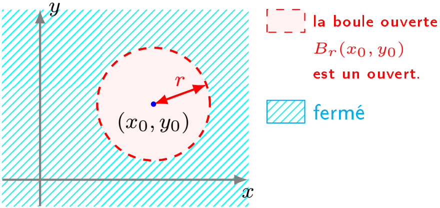


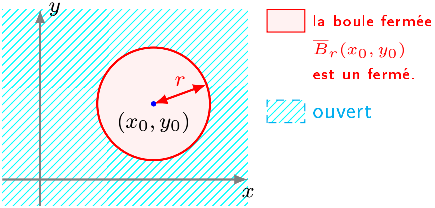
Exemples :

b En dimension 2 :

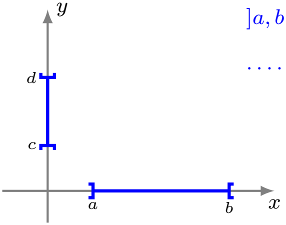






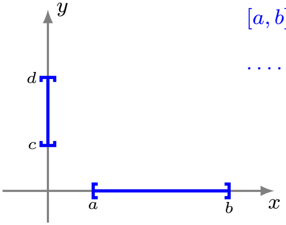


(b) En dimension 2 :



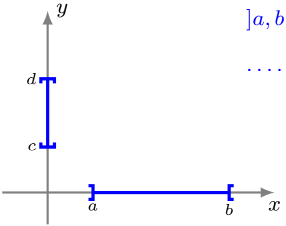
$]a, b[\times]c, d[$

....



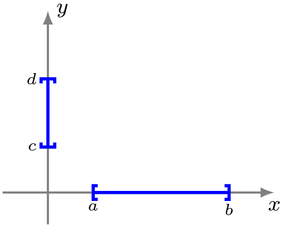
$[a, b] \times [c, d]$

....



$]a, b[\times[c, d]$

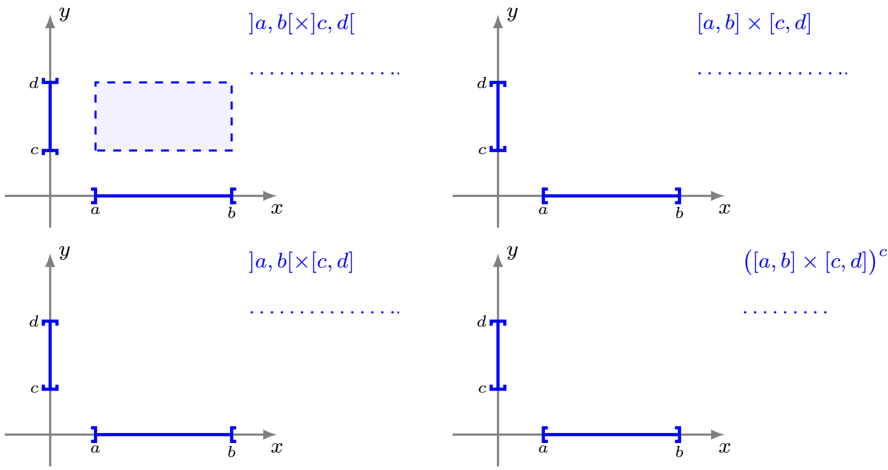
....



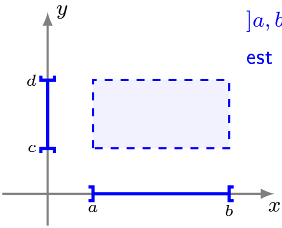
$\left([a, b] \times [c, d]\right)^c$

....

b En dimension 2 :

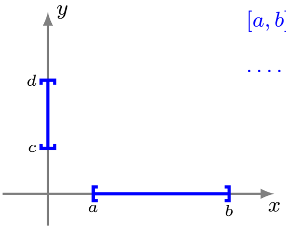


b En dimension 2 :



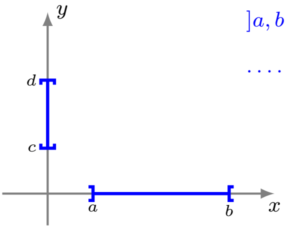
$]a,b[\times]c,d[$

est un ouvert.



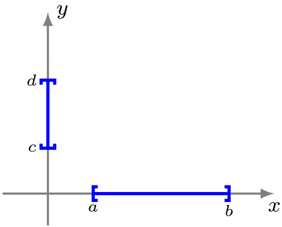
$[a,b]\times[c,d]$

. . . .



$]a,b[\times[c,d]$

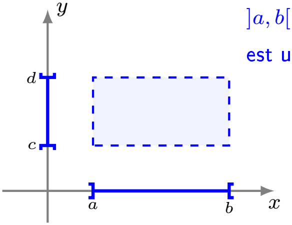
. . . .



$\big([a,b]\times[c,d]\big)^c$

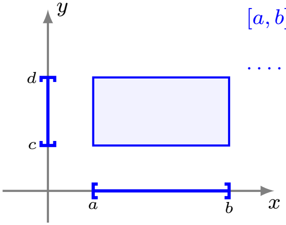
. . . .

b En dimension 2 :



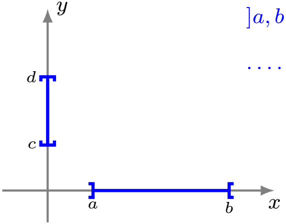
$]a,b[\times]c,d[$

est un ouvert.



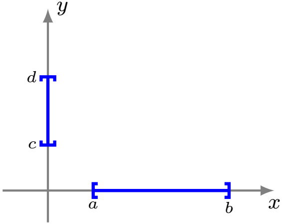
$[a,b]\times[c,d]$

. . . .



$]a,b[\times[c,d]$

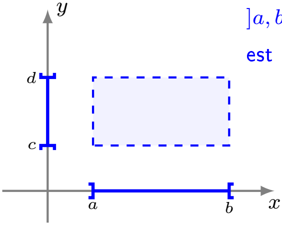
. . . .



$\left([a,b]\times[c,d]\right)^c$

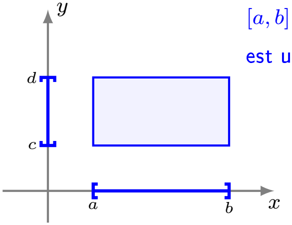
. . . .

(b) En dimension 2 :



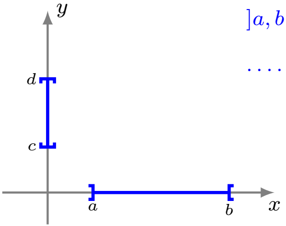
$]a, b[\times]c, d[$

est un ouvert.



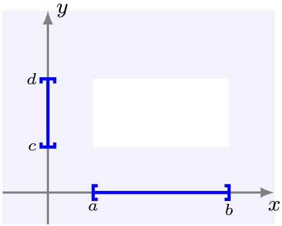
$[a, b] \times [c, d]$

est un fermé.



$]a, b[\times[c, d]$

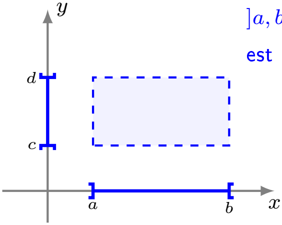
. . . .



$\left([a, b] \times [c, d]\right)^c$

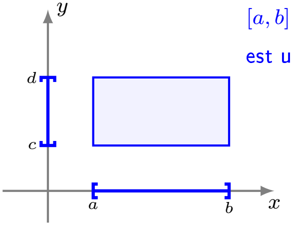
. . . .

b En dimension 2 :



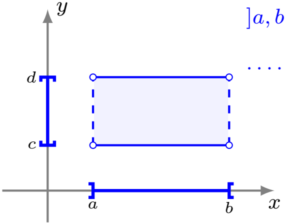
$]a, b[\times]c, d[$

est un ouvert.



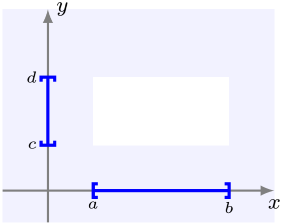
$[a, b] \times [c, d]$

est un fermé.



$]a, b[\times[c, d]$

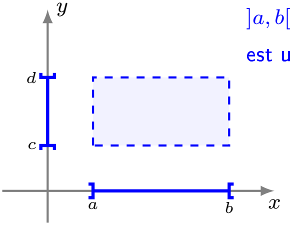
. . . .



$\left([a, b] \times [c, d]\right)^c$

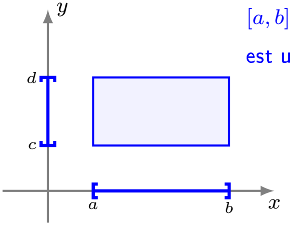
. . . .

(b) En dimension 2 :



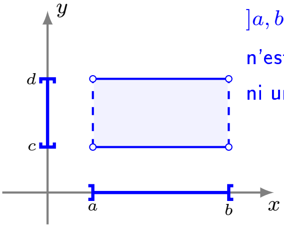
$]a,b[\times]c,d[$

est un ouvert.



$[a,b]\times[c,d]$

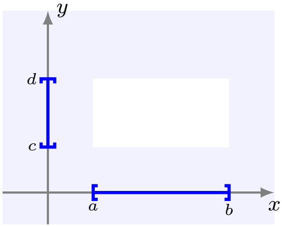
est un fermé.



$]a,b[\times[c,d]$

n'est pas un fermé,

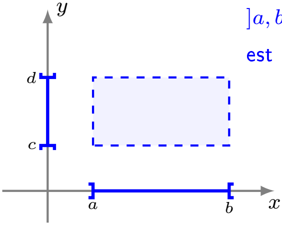
ni un ouvert.



$\left([a,b]\times[c,d]\right)^c$

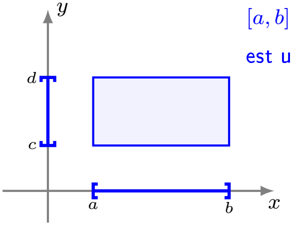
....

b) <u>En dimension 2 :</u>



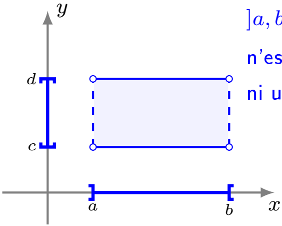
$]a, b[\times]c, d[$

est un ouvert.



$[a, b] \times [c, d]$

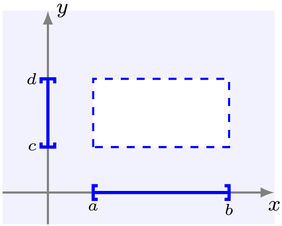
est un fermé.



$]a, b[\times[c, d]$

n'est pas un fermé,

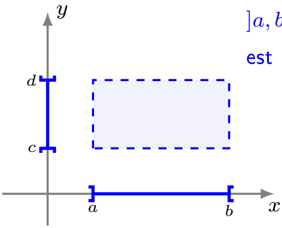
ni un ouvert.



$\left([a, b] \times [c, d]\right)^c$

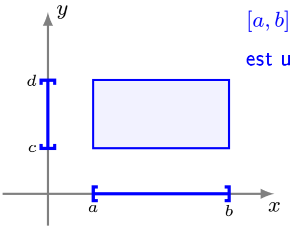
. . . .

b En dimension 2 :



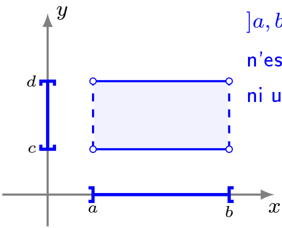
$]a,b[\times]c,d[$

est un ouvert.



$[a,b]\times[c,d]$

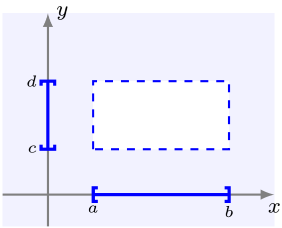
est un fermé.



$]a,b[\times[c,d]$

n'est pas un fermé,

ni un ouvert.



$\left([a,b]\times[c,d]\right)^c$

est un ouvert.

Propriété:

Une réunion quelco nque d'ouverts est un ouvert.

Propriété:

Une réunion quelconque d'ouverts est un ouvert.

(a) En dimension 1 :

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$

Propriété:

Une réunion quelco nque d'ouverts est un ouvert.

(a) En dimension 1 :

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$

Propriété:

Une réunion quelco nque d'ouverts est un ouvert.

(a) En dimension 1 :

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup]10,20[$

Propriété:

Une réunion quelco nque d'ouverts est un ouvert.

(a) En dimension 1 :

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup]10,20[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup[10,20]$

Propriété:

Une réunion quelconque d'ouverts est un ouvert.

(a) <u>En dimension 1 :</u>

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup]10,20[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup[10,20]$ **n'est pas un ouvert, ni un fermé.**

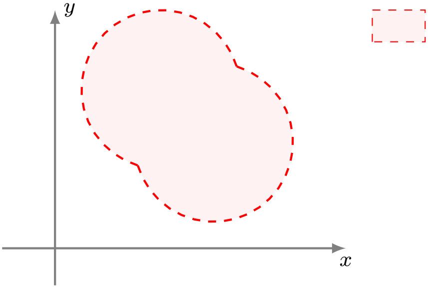
Propriété:

Une réunion quelco nque d'ouverts est un ouvert.

ⓐ En dimension 1 :

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup]10,20[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup[10,20]$ **n'est pas un ouvert, ni un fermé.**

ⓑ En dimension 2 :



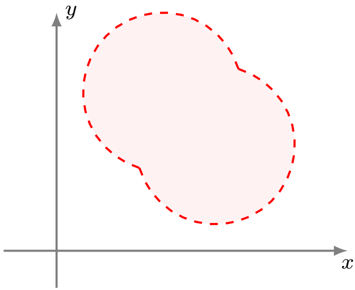
Propriété:

Une réunion quelco nque d'ouverts est un ouvert.

(a) En dimension 1 :

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup]10,20[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup[10,20]$ **n'est pas un ouvert, ni un fermé.**

(b) En dimension 2 :




ouvert

La réunion de deux boules
ouvertes est un ouvert.

IV. Espace affine $\mathbb{R}^n$.

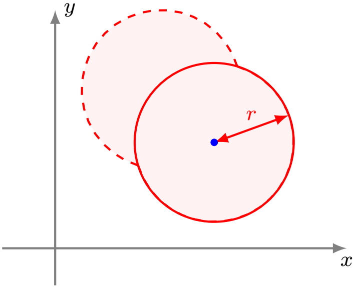
Propriété:

Une réunion quelconque d'ouverts est un ouvert.

(a) <u>En dimension 1 :</u>

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup]10,20[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup[10,20]$ **n'est pas un ouvert, ni un fermé.**

(b) <u>En dimension 2 :</u>



ouvert

La réunion de deux boules ouvertes est un ouvert.

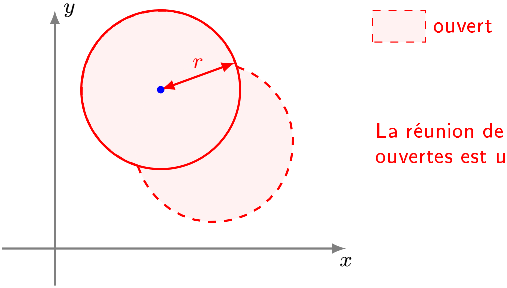
Propriété:

Une réunion quelco nque d'ouverts est un ouvert.

ⓐ En dimension 1 :

- $]-5,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]-\infty,4[\cup]7,+\infty[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup]10,20[$ **est un ouvert**
- $]5,8[\cup[10,20]$ **n'est pas un ouvert, ni un fermé.**

ⓑ En dimension 2 :



La réunion de deux boules ouvertes est un ouvert.