II. Dérivées partielles.

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	
e^{ax+b}	
$\cos(ax+b)$	
$\sin(ax+b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	
$\cos(ax+b)$	
$\sin(ax+b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax+b)$	
$\sin(ax+b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	
$u\times v$	
$\frac{u}{v}$	
$\frac{1}{u}$	
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u \times v$	
$\frac{u}{v}$	
$\frac{1}{u}$	
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\dfrac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u\times v$	$u'v+uv'$
$\dfrac{u}{v}$	
$\dfrac{1}{u}$	
u^n	
$\dfrac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\dfrac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u \times v$	$u'v+uv'$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$
$\dfrac{1}{u}$	
u^n	
$\dfrac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u \times v$	$u'v+uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u\times v$	$u'v+uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u\times v$	$u'v+uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u^n}$	$\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u \times v$	$u'v+uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u^n}$	$\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$
$\sqrt{u}$	

1. les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$
e^{ax+b}	$a\mathrm{e}^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\dfrac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u+v$	$u'+v'$
$u\times v$	$u'v+uv'$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$
$\dfrac{1}{u}$	$\dfrac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\dfrac{1}{u^n}$	$\dfrac{-nu'}{u^{n+1}}$
$\ln(u)$	$\dfrac{u'}{u}$
$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' =$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' =$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) =$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) =$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \big[g(f(x))\big]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \mathbf{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \mathbf{[-1\,,\,1]}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \mathbf{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \mathbf{[-1\,,\,1]}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \big[g(f(x))\big]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "?"] & \cdots\cdots \arrow[r] & \cdots\cdots \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & \cdots\cdots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] & \cdots\cdots \arrow[r, "?"] & \cdots\cdots \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & \cdots\cdots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \mathbf{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \mathbf{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \mathbf{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \mathbf{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] & \ldots \mathbf{?} \ldots \arrow[r, "g"] & \cdots\cdots \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & \cdots\cdots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd}
\mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & \ldots\textbf{?}\ldots \\
x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & \cdots\cdots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots
\end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1\,,\,1]$
- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & \ldots ? \ldots \arrow[r, mapsto] & \ldots\ldots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \big[g(f(x))\big]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \boldsymbol{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd}
\mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\
x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \ldots\,?\,\ldots
\end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \big[g(f(x))\big]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1\,,\,1]$

- $$\begin{tikzcd}
\mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\
x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \sin(x^2+1)
\end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [\mathbf{1}; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-\mathbf{1}\,,\ \mathbf{1}]$

- $$\begin{array}{ccccc} \mathbb{R} & \xrightarrow{\quad f \quad} & [1;+\infty[& \xrightarrow{\quad g \quad} & [-1\,,\ 1] \\ x & \longmapsto & x^2+1 & \longmapsto & \sin(x^2+1) \end{array}$$

  $$g \circ f$$

- $$\begin{array}{ccccc} \mathbb{R} & \xrightarrow{\quad ? \quad} & \cdots\cdots & \longrightarrow & \cdots\cdots \\ x & \longmapsto & \cdots\cdots & \longmapsto & \cdots\cdots \end{array}$$

  $$f \circ g$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \color{red}{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \color{red}{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd}
\mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\
x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \sin(x^2+1)
\end{tikzcd}$$

- $$\begin{tikzcd}
\mathbb{R} \arrow[r, "g"] & \cdots\cdots \arrow[r, "\color{red}{?}"] & \cdots\cdots \\
x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & \cdots\cdots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots
\end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \mathbf{[1 ; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \mathbf{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \sin(x^2+1) \end{tikzcd}$$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "g"] & \ldots ? \ldots \arrow[r, "f"] & \cdots\cdots \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & \cdots\cdots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \mathbf{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \mathbf{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \sin(x^2+1) \end{tikzcd}$$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \arrow[r, "f"] & \ldots ? \ldots \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & \cdots\cdots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \mathbf{[1;+\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \mathbf{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \sin(x^2+1) \end{tikzcd}$$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \arrow[r, "f"] & {[1\,,\,2]} \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & \ldots\mathbf{?}\ldots \arrow[r, mapsto] & \cdots\cdots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \color{red}{\mathbf{[1;+\infty[}}$ et $g(\mathbb{R}) = \color{red}{\mathbf{[-1\,,\,1]}}$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \sin(x^2+1) \end{tikzcd}$$

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \arrow[r, "f"] & {[1\,,\,2]} \\ x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & \sin(x) \arrow[r, mapsto] & \ldots \color{red}{?} \ldots \end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = \mathbf{[1; +\infty[}$ et $g(\mathbb{R}) = \mathbf{[-1\,,\,1]}$

- $$\begin{tikzcd}
\mathbb{R} \arrow[r, "f"] & {[1;+\infty[} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \\
x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & x^2+1 \arrow[r, mapsto] & \sin(x^2+1)
\end{tikzcd}$$

- $$\begin{tikzcd}
\mathbb{R} \arrow[r, "g"] & {[-1\,,\,1]} \arrow[r, "f"] & {[1\,,\,2]} \\
x \arrow[r, mapsto] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & \sin(x) \arrow[r, mapsto] & \sin^2(x)+1
\end{tikzcd}$$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \mathbf{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \mathbf{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) =$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \boldsymbol{2x}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \boldsymbol{2x}$, $g'(x) =$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \big[g(f(x))\big]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2}\boldsymbol{x}$, $g'(x) = \mathbf{cos}(\boldsymbol{x})$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2x}$, $g'(x) = \mathbf{\cos(x)}$
- $(g \circ f)'(x) =$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2}\boldsymbol{x}$, $g'(x) = \boldsymbol{\cos(x)}$
- $(g \circ f)'(x) = \boldsymbol{(g' \circ f)(x) \times f'(x) =}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \mathbf{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \mathbf{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2x}$, $g'(x) = \mathbf{\cos(x)}$
- $(g \circ f)'(x) = \mathbf{(g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x =}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2x}$, $g'(x) = \mathbf{\cos(x)}$
- $(g \circ f)'(x) = \boldsymbol{(g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2x}$, $g'(x) = \mathbf{\cos(x)}$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)$
- $(f \circ g)'(x) =$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)$
- $(f \circ g)'(x) = (f' \circ g)(x) \times g'(x) =$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2x}$, $g'(x) = \mathbf{\cos(x)}$
- $(g \circ f)'(x) = \boldsymbol{(g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2+1) \times 2x = 2x\cos(x^2+1)}$
- $(f \circ g)'(x) = \boldsymbol{(f' \circ g)(x) \times g'(x) = 2\sin(x) \times \cos(x) =}$

2. Dérivée d'une fonction composée.

Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = \boldsymbol{(g' \circ f) \times f'} \text{ écrit autrement : } \left[g(f(x))\right]' = \boldsymbol{g'(f(x)) \times f'(x)}$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = \mathbf{2x}$, $g'(x) = \mathbf{\cos(x)}$
- $(g \circ f)'(x) = \boldsymbol{(g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2+1) \times 2x = 2x\cos(x^2+1)}$
- $(f \circ g)'(x) = \boldsymbol{(f' \circ g)(x) \times g'(x) = 2\sin(x) \times \cos(x) = \sin(2x)}$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(\boldsymbol{x})}\cos(\boldsymbol{x})}$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{\cos\left(e^{x}\right)e^{x}}$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{\cos\left(e^{x}\right)e^{x}}$
4. si $f(x) = \cos\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{\cos\left(e^{x}\right)e^{x}}$
4. si $f(x) = \cos\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{-\sin\left(e^{x}\right)e^{x}}$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{\cos\left(e^{x}\right)e^{x}}$
4. si $f(x) = \cos\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{-\sin\left(e^{x}\right)e^{x}}$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$\mathrm{e}^{u(x)}$	
$\cos\left(u(x)\right)$	
$\sin\left(u(x)\right)$	

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{\cos\left(e^{x}\right)e^{x}}$
4. si $f(x) = \cos\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{-\sin\left(e^{x}\right)e^{x}}$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$\mathrm{e}^{u(x)}$	$u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$
$\cos\left(u(x)\right)$	
$\sin\left(u(x)\right)$	

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{\cos\left(e^{x}\right)e^{x}}$
4. si $f(x) = \cos\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{-\sin\left(e^{x}\right)e^{x}}$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$\mathrm{e}^{u(x)}$	$u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$
$\cos\left(u(x)\right)$	$-u'(x)\sin\left(u(x)\right)$
$\sin\left(u(x)\right)$	

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

1. si $f(x) = \mathrm{e}^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{e^{\sin(x)}\cos(x)}$
2. si $f(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \mathbf{-e^{\cos(x)}\sin(x)}$
3. si $f(x) = \sin\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{\cos\left(e^{x}\right)e^{x}}$
4. si $f(x) = \cos\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ alors $f'(x) = \mathbf{-\sin\left(e^{x}\right)e^{x}}$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$\mathrm{e}^{u(x)}$	$u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$
$\cos\left(u(x)\right)$	$-u'(x)\sin\left(u(x)\right)$
$\sin\left(u(x)\right)$	$u'(x)\cos\left(u(x)\right)$

3. Dérivation partielle.

3. Dérivation partielle.

Définition:

On appelle **dérivée partielle** d'une fonction de plusieurs variables par rapport à l'une d'elles, la dérivée ordinaire de cette fonction par rapport à cette variable.

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$
   - $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)} - \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)} + \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}(1)} =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

   - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}(1)} =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$
   - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$
- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$
- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

- $$\frac{\partial g}{\partial x}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

 - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

 - $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

 - $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = \; - 6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

- $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

   - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$
   - $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

   - $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

   - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

   - $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

   - $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$
- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

- $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$

- $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

- $\dfrac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$

- $\dfrac{\partial g}{\partial y}(x,y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

   - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

   - $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

   - $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$$

   - $$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right)}_{} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_{} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)}_{} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

- $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$$

- $$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right)}_{x\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$
   - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$
   - $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$
   - $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$$
   - $$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right)}_{x\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

- $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$$

- $$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right)}_{x\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)}_{7\times 1} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

   - $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$
   - $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

   - $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$$
   - $$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right)}_{x\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)}_{7\times 1} = 2xy + 7$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(2y^3\right)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_{0} = 2x$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(2y^3\right)}_{2\times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_{0} = -6y^2$$

2. $g(x,y) = xy^2 - 3x + 7y$

- $$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right)}_{1\times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_{0} = y^2 - 3$$

- $$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right)}_{x\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)}_{7\times 1} = 2xy + 7$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $\dfrac{\partial h}{\partial x}(x,y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}$$

  $$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(y\right)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x\right)}$$

  $$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}$$

  $$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(y\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x\right)}$$
  $$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(y\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x\right)}_{1}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}_{1}$$

$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}_{1}$$
$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

- $$\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}_{1}$$

$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

- $$\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^3y^2\right)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(7x^2y\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(y)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x)}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}_{1}$$
$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

- $$\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^3y^2\right)}_{x^3\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(7x^2y\right)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(y)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x)}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}_{1}$$

$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

- $$\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^3y^2\right)}_{x^3\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(7x^2y\right)}_{7x^2\times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(y)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x)}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}_{1}$$
$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

- $$\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^3y^2\right)}_{x^3\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(7x^2y\right)}_{7x^2\times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(y)}_{1} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x)}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x)}_{1}$$
$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

- $$\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^3y^2\right)}_{x^3\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(7x^2y\right)}_{7x^2\times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(y)}_{1} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x)}_{0}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x,y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $$\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3y^2\right)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(7x^2y\right)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(y\right)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x\right)}_{1}$$
$$= 3x^2y^2 - 14xy - 1$$

- $$\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^3y^2\right)}_{x^3\times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(7x^2y\right)}_{7x^2\times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(y\right)}_{1} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x\right)}_{0}$$
$$= 2x^3y - 7x^2 + 1$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x,y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

   - $\dfrac{\partial r}{\partial x}(x,y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x,y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

- $\dfrac{\partial r}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}(2x+3y)}\,\mathrm{e}^{2x+3y} =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x,y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

- $$\frac{\partial r}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2x+3y)}_{2}\,\mathrm{e}^{2x+3y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

- $$\frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2x + 3y)}_{2}\,\mathrm{e}^{2x+3y} = 2\mathrm{e}^{2x+3y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x,y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

- $$\frac{\partial r}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2x+3y)}_{2}\,\mathrm{e}^{2x+3y} = 2\mathrm{e}^{2x+3y}$$

- $$\frac{\partial r}{\partial y}(x,y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x,y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

- $$\frac{\partial r}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2x+3y)}_{2}\,\mathrm{e}^{2x+3y} = 2\mathrm{e}^{2x+3y}$$

- $$\frac{\partial r}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(2x+3y)}\,\mathrm{e}^{2x+3y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x,y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

- $$\frac{\partial r}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2x+3y)}_{2}\,\mathrm{e}^{2x+3y} = 2\mathrm{e}^{2x+3y}$$

- $$\frac{\partial r}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(2x+3y)}_{3}\,\mathrm{e}^{2x+3y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x,y) = \mathrm{e}^{2x+3y}$

- $\dfrac{\partial r}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}(2x+3y)}_{2}\,\mathrm{e}^{2x+3y} = 2\mathrm{e}^{2x+3y}$

- $\dfrac{\partial r}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial y}(2x+3y)}_{3}\,\mathrm{e}^{2x+3y} = 3\mathrm{e}^{2x+3y}$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x,y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

   - $\dfrac{\partial s}{\partial x}(x,y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x,y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

- $$\frac{\partial s}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(8xy^2\right)} \mathrm{e}^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x,y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

- $$\frac{\partial s}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(8xy^2\right)}_{8\times 1\times y^2}\mathrm{e}^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

- $\dfrac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(8xy^2\right)}_{8\times 1\times y^2} \mathrm{e}^{8xy^2} = 8y^2\mathrm{e}^{8xy^2}$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x,y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

- $\dfrac{\partial s}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(8xy^2\right)}_{8\times 1\times y^2}\mathrm{e}^{8xy^2} = 8y^2\mathrm{e}^{8xy^2}$

- $\dfrac{\partial s}{\partial y}(x,y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x,y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

- $$\frac{\partial s}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(8xy^2\right)}_{8\times 1\times y^2} \mathrm{e}^{8xy^2} = 8y^2\mathrm{e}^{8xy^2}$$

- $$\frac{\partial s}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(8xy^2\right)} \mathrm{e}^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x,y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

- $$\frac{\partial s}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(8xy^2\right)}_{8\times 1\times y^2}\mathrm{e}^{8xy^2} = 8y^2\mathrm{e}^{8xy^2}$$

- $$\frac{\partial s}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(8xy^2\right)}_{8x\times 2y}\mathrm{e}^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x,y) = \mathrm{e}^{8xy^2}$

- $$\frac{\partial s}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(8xy^2\right)}_{8\times 1\times y^2}\mathrm{e}^{8xy^2} = 8y^2\mathrm{e}^{8xy^2}$$

- $$\frac{\partial s}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(8xy^2\right)}_{8x\times 2y}\mathrm{e}^{8xy^2} = 16xy\mathrm{e}^{8xy^2}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $\dfrac{\partial i}{\partial x}(x,y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}}{(x-y)^2}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{}}{(x-y)^2}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

- $$\frac{\partial i}{\partial y}(x,y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

- $$\frac{\partial i}{\partial y}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x+y)}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x-y)}}{(x-y)^2}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

- $$\frac{\partial i}{\partial y}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x-y)}}{(x-y)^2}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

- $$\frac{\partial i}{\partial y}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x-y)}_{-1}}{(x-y)^2}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

- $$\frac{\partial i}{\partial y}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x-y)}_{-1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times (-1)}{(x-y)^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

- $$\frac{\partial i}{\partial y}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x-y)}_{-1}}{(x-y)^2}$$
$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times (-1)}{(x-y)^2} = \frac{x-y+x+y}{(x-y)^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

- $$\frac{\partial i}{\partial x}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x-y)}_{1}}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times 1}{(x-y)^2} = \frac{x-y-x-y}{(x-y)^2} = \frac{-2y}{(x-y)^2}$$

- $$\frac{\partial i}{\partial y}(x,y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x+y)}_{1}(x-y) - (x+y)\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x-y)}_{-1}}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x-y) - (x+y) \times (-1)}{(x-y)^2} = \frac{x-y+x+y}{(x-y)^2} = \frac{2x}{(x-y)^2}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $\dfrac{\partial j}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 e^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{xy}\right)}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 e^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{xy}\right)}_{y e^{xy}}$$

  $$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{y\mathrm{e}^{xy}}$$

  $$= 2x\mathrm{e}^{xy} + x^2 y\mathrm{e}^{xy} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{y\mathrm{e}^{xy}}$$
$$= 2x\mathrm{e}^{xy} + x^2 y\mathrm{e}^{xy} = \left(2x + x^2 y\right)\mathrm{e}^{xy}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{y\mathrm{e}^{xy}}$$
  $$= 2x\mathrm{e}^{xy} + x^2 y\mathrm{e}^{xy} = \left(2x + x^2 y\right)\mathrm{e}^{xy}$$

- $$\frac{\partial j}{\partial y}(x,y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 e^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{xy}\right)}_{ye^{xy}}$$

$$= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = \left(2x + x^2 y\right)e^{xy}$$

- $$\frac{\partial j}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(e^{xy}\right)}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{y\mathrm{e}^{xy}}$$
$$= 2x\mathrm{e}^{xy} + x^2 y \mathrm{e}^{xy} = \left(2x + x^2 y\right)\mathrm{e}^{xy}$$

- $$\frac{\partial j}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 e^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{xy}\right)}_{y e^{xy}}$$
$$= 2x e^{xy} + x^2 y e^{xy} = \left(2x + x^2 y\right) e^{xy}$$

- $$\frac{\partial j}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(e^{xy}\right)}_{x e^{xy}}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{y\mathrm{e}^{xy}}$$
  $$= 2x\mathrm{e}^{xy} + x^2 y \mathrm{e}^{xy} = \left(2x + x^2 y\right)\mathrm{e}^{xy}$$

- $$\frac{\partial j}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{x\mathrm{e}^{xy}}$$
  $$= x^2 \times x\mathrm{e}^{xy} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x,y) = x^2 \mathrm{e}^{xy}$

- $$\frac{\partial j}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)}_{2x} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{y\mathrm{e}^{xy}}$$
  $$= 2x\mathrm{e}^{xy} + x^2 y\mathrm{e}^{xy} = \left(2x + x^2 y\right)\mathrm{e}^{xy}$$

- $$\frac{\partial j}{\partial y}(x,y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right)}_{0} \mathrm{e}^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(\mathrm{e}^{xy}\right)}_{x\mathrm{e}^{xy}}$$
  $$= x^2 \times x\mathrm{e}^{xy} = x^3\mathrm{e}^{xy}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x, y) = \ln\left(x^2y - y^3 + 1\right)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x,y) = \ln\left(x^2y - y^3 + 1\right)$

- $$\frac{\partial k}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2y - y^3 + 1\right)}{x^2y - y^3 + 1} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x, y) = \ln\left(x^2y - y^3 + 1\right)$

- $$\frac{\partial k}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2y - y^3 + 1\right)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{2xy}{x^2y - y^3 + 1}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x,y) = \ln\left(x^2y - y^3 + 1\right)$

- $$\frac{\partial k}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2y - y^3 + 1\right)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{2xy}{x^2y - y^3 + 1}$$

- $$\frac{\partial k}{\partial y}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2y - y^3 + 1\right)}{x^2y - y^3 + 1} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x,y) = \ln\left(x^2y - y^3 + 1\right)$

- $$\frac{\partial k}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2y - y^3 + 1\right)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{2xy}{x^2y - y^3 + 1}$$

- $$\frac{\partial k}{\partial y}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2y - y^3 + 1\right)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{x^2 - 3y^2}{x^2y - y^3 + 1}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 + y^2\right)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2\right)}{2\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 + y^2\right)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2\right)}{2\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial y}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2+y^2\right)}{2\sqrt{x^2+y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2\right)}{2\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial y}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2+y^2\right)}{2\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{2y}{2\sqrt{x^2+y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 + y^2\right)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2 + y^2\right)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2y}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$

- $$\frac{\partial m}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x+\sqrt{x^2+y^2}\right)}{x+\sqrt{x^2+y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$

- $$\frac{\partial m}{\partial x}(x,y) = \frac{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x + \sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x + \sqrt{x^2+y^2}}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$

- $$\frac{\partial m}{\partial x}(x,y) = \frac{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x+\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

- $$\frac{\partial m}{\partial y}(x,y) = \frac{\dfrac{\partial}{\partial y}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x+\sqrt{x^2+y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$

- $$\frac{\partial m}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x+\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

- $$\frac{\partial m}{\partial y}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x+\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$

- $$\frac{\partial m}{\partial x}(x,y) = \frac{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x + \sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x + \sqrt{x^2+y^2}}$$

- $$\frac{\partial m}{\partial y}(x,y) = \frac{\dfrac{\partial}{\partial y}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x + \sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x + \sqrt{x^2+y^2}}$$

$$= \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \times \frac{1}{x + \sqrt{x^2+y^2}}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x,y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)$

- $$\frac{\partial m}{\partial x}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x+\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

- $$\frac{\partial m}{\partial y}(x,y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)}{x+\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$= \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \times \frac{1}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$= \frac{y}{x\sqrt{x^2+y^2} + \left(x^2+y^2\right)}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2 - y\right)\right)$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2 - y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 - y\right)}{x^2 - y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2 - y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 - y\right)}{x^2 - y}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2 - y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 - y\right)}{x^2 - y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2 - y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) &= \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)\\ &= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}\\ &= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} =\end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

- $$\frac{\partial n}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

- $$\frac{\partial n}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2-y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

- $$\frac{\partial n}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= x \times 2y \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

- $$\frac{\partial n}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= x \times 2y \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

- $$\frac{\partial n}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= x \times 2y \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= 2xy \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{-1}{x^2-y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

- $$\frac{\partial n}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= x \times 2y \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= 2xy \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{-1}{x^2-y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x,y) = xy^2 \ln\left(x^2 - y\right)$

- $$\frac{\partial n}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= y^2 \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= y^2 \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2-y} = y^2 \ln\left(x^2-y\right) + \frac{2x^2y^2}{x^2-y}$$

- $$\frac{\partial n}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(xy^2\right) \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(x^2-y\right)\right)$$
$$= x \times 2y \times \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2-y\right)}{x^2-y}$$
$$= 2xy \ln\left(x^2-y\right) + xy^2 \times \frac{-1}{x^2-y} = 2xy \ln\left(x^2-y\right) - \frac{xy^2}{x^2-y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin\left(3x - y^2\right)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin\big(3x - y^2\big)$

- $\dfrac{\partial o}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x,y) = \sin\left(3x - y^2\right)$

- $\dfrac{\partial o}{\partial x}(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(3x - y^2\right) \times \cos\left(3x - y^2\right) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin\left(3x - y^2\right)$

- $$\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(3x - y^2\right) \times \cos\left(3x - y^2\right) = 3\cos\left(3x - y^2\right)$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin\left(3x - y^2\right)$

- $\dfrac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(3x - y^2\right) \times \cos\left(3x - y^2\right) = 3\cos\left(3x - y^2\right)$
- $\dfrac{\partial o}{\partial y}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x,y) = \sin\left(3x - y^2\right)$

- $\dfrac{\partial o}{\partial x}(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(3x - y^2\right) \times \cos\left(3x - y^2\right) = 3\cos\left(3x - y^2\right)$
- $\dfrac{\partial o}{\partial y}(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(3x - y^2\right) \times \cos\left(3x - y^2\right) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

- $$\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(3x - y^2\right) \times \cos(3x - y^2) = 3\cos\left(3x - y^2\right)$$
- $$\frac{\partial o}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(3x - y^2\right) \times \cos(3x - y^2) = -2y\cos\left(3x - y^2\right)$$

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \boldsymbol{\sin^2(t)\cos(t)}$

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x,y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \mathbf{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t,

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \mathbf{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t, donc au lieu de noter $\dfrac{\partial f}{\partial t}$ on note $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \mathbf{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t, donc au lieu de noter $\dfrac{\partial f}{\partial t}$ on note $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = f'(t) =$$

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \mathbf{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t, donc au lieu de noter $\dfrac{\partial f}{\partial t}$ on note $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = f'(t) = \left[\sin^2(t)\right]' \cos(t) + \sin^2(t)\left(-\sin(t)\right)$$

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \boldsymbol{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t, donc au lieu de noter $\dfrac{\partial f}{\partial t}$ on note $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = f'(t) = \left[\sin^2(t)\right]' \cos(t) + \sin^2(t)\big(-\sin(t)\big)$$

$$=$$

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x,y)=x^2y$ où $x(t)=\sin(t)$ et $y(t)=\cos(t)$ alors $f(t)=\boldsymbol{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t, donc au lieu de noter $\dfrac{\partial f}{\partial t}$ on note $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}=f'(t)&=\left[\sin^2(t)\right]'\cos(t)+\sin^2(t)\left(-\sin(t)\right)\\&=\left[2\cos(t)\sin^{2-1}(t)\right]\cos(t)-\sin^3(t)\end{aligned}$$

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \mathbf{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t, donc au lieu de noter $\dfrac{\partial f}{\partial t}$ on note $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = f'(t) &= \left[\sin^2(t)\right]'\cos(t) + \sin^2(t)\left(-\sin(t)\right) \\ &= \left[2\cos(t)\sin^{2-1}(t)\right]\cos(t) - \sin^3(t) \\ &= \end{aligned}$$

4. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \boldsymbol{\sin^2(t)\cos(t)}$

La fonction f ne dépendant que de la variable t, donc au lieu de noter $\dfrac{\partial f}{\partial t}$ on note $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = f'(t) &= \left[\sin^2(t)\right]' \cos(t) + \sin^2(t)\left(-\sin(t)\right) \\
&= \left[2\cos(t)\sin^{2-1}(t)\right]\cos(t) - \sin^3(t) \\
&= 2\cos^2(t)\sin(t) - \sin^3(t)
\end{aligned}$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f\big(g(r, s), h(r, s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} =$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}} =$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times}$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f\big(g(r, s), h(r, s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} +$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f\big(g(r, s), h(r, s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f\big(g(r, s), h(r, s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}}$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$=$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f\big(g(r, s), h(r, s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}}$$

$$= \boldsymbol{2xy \times \cos(t) +}$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}}$$

$$= \boldsymbol{2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) =}$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}}$$

$$= \boldsymbol{2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) = 2\sin(t)\cos(t)\cos(t) - (\sin^2(t))\sin(t)}$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \boldsymbol{\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}}$$

$$= \boldsymbol{2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) = 2\sin(t)\cos(t)\cos(t) - (\sin^2(t))\sin(t)}$$

$$=$$

Différentiation des fonctions composées

1. Soit $z = f(x,y)$ où $x = g(r,s)$ et $y = h(r,s)$ alors $z = f\big(g(r,s), h(r,s)\big)$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

2. En général, si $u = f(x_1, \ldots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \ldots, r_p), \ldots, x_n = g_n(r_1, \ldots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \ldots + \frac{\partial u}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x,y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$= 2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) = 2\sin(t)\cos(t)\cos(t) - (\sin^2(t))\sin(t)$$

$$= 2\cos^2(t)\sin(t) - \sin^3(t)$$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} =$$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} +$$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} =$$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) +$$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x =$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y =$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} =$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} = 1$.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx e^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} =$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) =$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yxe^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx e^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yxe^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} =$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} +$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} =$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yxe^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y)\cos(\theta) +$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yxe^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\frac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\frac{\partial T}{\partial r}$ et $\frac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y)\cos(\theta) + (3y^2 - x)\sin(\theta)$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\big(1\cos(t) - t\sin(t)\big) + 2yxe^{xy^2}\big(\sin(t) + t\cos(t)\big)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y)\cos(\theta) + (3y^2 - x)\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial T}{\partial \theta} =$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yxe^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y)\cos(\theta) + (3y^2 - x)\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial T}{\partial \theta} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial \theta} +$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y)\cos(\theta) + (3y^2 - x)\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial T}{\partial \theta} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial \theta} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial \theta} =$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yxe^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{dz}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y)\cos(\theta) + (3y^2 - x)\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial T}{\partial \theta} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial \theta} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial \theta} = (x^2 - y)(-r\sin(\theta)) +$

Exercice n° 3 : $z = \mathrm{e}^{xy^2}$ où $x = t\cos(t)$ et $y = t\sin(t)$. Calcule $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y^2\mathrm{e}^{xy^2}\left(1\cos(t) - t\sin(t)\right) + 2yx\mathrm{e}^{xy^2}\left(\sin(t) + t\cos(t)\right)$$

En $t = \dfrac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \dfrac{\pi}{2}$, et $\mathrm{e}^{xy^2} = 1$.

Donc, $\left.\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\left(0 - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{\pi^3}{8}$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$.

Calcule $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y)\cos(\theta) + (3y^2 - x)\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial T}{\partial \theta} = \dfrac{\partial T}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial \theta} + \dfrac{\partial T}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial \theta} = (x^2 - y)(-r\sin(\theta)) + (3y^2 - x)(r\cos(\theta))$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\dfrac{\partial U}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial U}{\partial s}$

- $\dfrac{\partial U}{\partial r} =$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\dfrac{\partial U}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial U}{\partial s}$

- $\dfrac{\partial U}{\partial r} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} +$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\dfrac{\partial U}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial U}{\partial s}$

- $\dfrac{\partial U}{\partial r} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} +$

Exercice n° 5 :$U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\dfrac{\partial U}{\partial r}$ et $\dfrac{\partial U}{\partial s}$

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$

$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r +$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $\dfrac{\partial U}{\partial r} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} + \dfrac{\partial U}{\partial z}\dfrac{\partial z}{\partial r}$

$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 +$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$

$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$
$$= -\frac{6ryz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$
$$= -\frac{6ryz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2}\right]\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$
$$= -\frac{6ryz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2}\right]\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

- $$\frac{\partial U}{\partial s} =$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$

$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$

$$= -\frac{6ryz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2}\right]\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

- $$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial s}$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$
$$= -\frac{6ryz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2}\right]\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

- $$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial s}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 2 + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times (-6s^2) + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times (-6s)$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$
$$= -\frac{6ryz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2}\right]\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

- $$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial s}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 2 + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times (-6s^2) + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times (-6s)$$
$$= -\frac{2yz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{6s^2z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) - 6s\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

Exercice n° 5 : $U = z\sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

- $$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 4r$$
$$= -\frac{6ryz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2}\right]\cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

- $$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial s}$$
$$= \left[z \times \frac{-y}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times 2 + \left[z \times \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times (-6s^2) + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right] \times (-6s)$$
$$= -\frac{2yz}{x^2}\cos\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{6s^2z}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right) - 6s\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$= -\frac{1}{x}\left[\frac{2yz}{x} + 6s^2z\right]\cos\left(\frac{y}{x}\right) - 6s\sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} =$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} =$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} =$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r\sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r\cos(\theta)$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = -\dfrac{\partial V}{\partial x} r\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y} r\cos(\theta)$

Donc, $\left(\dfrac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 =$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = -\dfrac{\partial V}{\partial x} r\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y} r\cos(\theta)$

Donc, $\left(\dfrac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)\right)^2 + \left(-\dfrac{\partial V}{\partial x}\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\right)^2$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = -\dfrac{\partial V}{\partial x} r\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y} r\cos(\theta)$

Donc, $\left(\dfrac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)\right)^2 + \left(-\dfrac{\partial V}{\partial x}\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\right)^2$

$$= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\sin^2(\theta) +$$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r\sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r\cos(\theta)$

Donc, $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)\right)^2 + \left(-\frac{\partial V}{\partial x}\sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\right)^2$

$$= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\sin^2(\theta) + 2\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\sin(\theta)$$

$$+ \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\sin^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\cos^2(\theta) - 2\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\sin(\theta)$$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = -\dfrac{\partial V}{\partial x} r\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y} r\cos(\theta)$

Donc, $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)\right)^2 + \left(-\frac{\partial V}{\partial x}\sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\right)^2$

$$= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\sin^2(\theta) + 2\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\sin(\theta)$$

$$+ \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\sin^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\cos^2(\theta) - 2\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\sin(\theta)$$

$$= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\left[\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)\right] + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\left[\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)\right] =$$

Exercice n° 6 :Si $x = r\cos(\theta)$ et $y = r\sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r} = \dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)$
- $\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = -\dfrac{\partial V}{\partial x} r\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y} r\cos(\theta)$

Donc, $\left(\dfrac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\dfrac{\partial V}{\partial x}\cos(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)\right)^2 + \left(-\dfrac{\partial V}{\partial x}\sin(\theta) + \dfrac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\right)^2$

$$= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\sin^2(\theta) + 2\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\sin(\theta)$$

$$+ \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\sin^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\cos^2(\theta) - 2\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}\cos(\theta)\sin(\theta)$$

$$= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\left[\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)\right] + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\left[\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)\right] = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2$$

5. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

5. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x,y)$ admet des dérives partielles en tout point (x,y) d'un domaine, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

5. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x,y)$ admet des dérives partielles en tout point (x,y) d'un domaine, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},$$

5. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x,y)$ admet des dérives partielles en tout point (x,y) d'un domaine, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\,,\ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\,,$$

5. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x,y)$ admet des dérives partielles en tout point (x,y) d'un domaine, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y},\ \text{et}$$

5. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x,y)$ admet des dérives partielles en tout point (x,y) d'un domaine, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},\ \text{et}\ \ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

Exemple : $f(x,y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \mathbf{15x^2 + 3y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} =$$

Exemple : $f(x,y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{15x^2 + 3y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{6xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} =$$

Exemple : $f(x,y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \mathbf{15x^2 + 3y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \mathbf{6xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \mathbf{30x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$$

Exemple : $f(x,y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \mathbf{15x^2 + 3y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \mathbf{6xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \mathbf{30x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \mathbf{6x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} =$$

Exemple : $f(x,y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \mathbf{15x^2 + 3y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \mathbf{6xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \mathbf{30x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \mathbf{6x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \mathbf{6y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} =$$

Exemple : $f(x,y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \mathbf{15x^2 + 3y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \mathbf{6xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \mathbf{30x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \mathbf{6x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \mathbf{6y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \mathbf{6y}$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boldsymbol{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boldsymbol{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boldsymbol{-6x^2y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boldsymbol{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boldsymbol{-6x^2y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \boldsymbol{0}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boldsymbol{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boldsymbol{-6x^2y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \boldsymbol{0}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \boldsymbol{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \mathbf{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \mathbf{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \mathbf{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \mathbf{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \mathbf{-6x^2y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \mathbf{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \mathbf{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boldsymbol{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boldsymbol{-6x^2y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \boldsymbol{0}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \boldsymbol{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \boldsymbol{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \boldsymbol{y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = \boldsymbol{y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boldsymbol{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boldsymbol{-6x^2y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \boldsymbol{0}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \boldsymbol{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \boldsymbol{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \boldsymbol{y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = \boldsymbol{y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = \boldsymbol{x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} =$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = x$$

Exemple : $f(x,y,z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{yz - 2xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boldsymbol{xz - 3x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \boldsymbol{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boldsymbol{-2y^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boldsymbol{-6x^2y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \boldsymbol{0}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \boldsymbol{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \boldsymbol{-6xy^2 + z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \boldsymbol{y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = \boldsymbol{y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = \boldsymbol{x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = \boldsymbol{x}$$

Théorème : Schwarz

Si $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ existent et sont continues, alors $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \boldsymbol{\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}}$

6. Fonctions implicites.

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} =$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t :

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$.

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$ On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x,y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x,y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$ On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} =$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} =$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x,y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x,y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$ On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} \text{ et } \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} =$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x,y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x,y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4 y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} =$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4 y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4 t - 2x}{15x^4 y^2 - 2x}$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x,y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x,y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$ On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4 t - 2x}{15x^4y^2 - 2x}$$

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} =$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x,y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x,y) = t$. Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$ On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4 y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4 t - 2x}{15x^4 y^2 - 2x}$$

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = 3x^2 y \times$$

6. Fonctions implicites.

Exercice n° 7 :Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial U}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 3x^2 y \dfrac{\partial x}{\partial t} + x^3 \dfrac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t, on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x,y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x,y) = t$.
Dérivons cette équation par t : $\dfrac{\partial g}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t} + \dfrac{\partial g}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

$\begin{cases} 5x^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 1 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1 \\ 2x \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 3y^2 \times \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t \end{cases}$ On applique la méthode de Cramer pour trouver $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} \text{ et } \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4 t - 2x}{15x^4y^2 - 2x}$$

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = 3x^2 y \times \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} + x^3 \times \frac{10x^4 t - 2x}{15x^4y^2 - 2x}$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} =$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} =$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :
  En posant :
  - $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} =$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial(-2v^2)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} =$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial(-2v^2)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x,y) = u(x,y) - 2v^2(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial\big(-2v^2\big)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases}$$ d'où

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x,y) = u(x,y) - 2v^2(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial\left(-2v^2\right)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases}$ d'où $\dfrac{\partial u}{\partial x} =$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x,y) = u(x,y) - 2v^2(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial\big(-2v^2\big)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x,y) = u(x,y) - 2v^2(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial(-2v^2)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases}$ d'où $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \dfrac{1-12v}{1-8uv}$ et

$$\frac{\partial v}{\partial x} =$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x,y) = u(x,y) - 2v^2(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial\big(-2v^2\big)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1-12v}{1-8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

  En posant :

  - $f(x,y) = u^2(x,y) - v(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial u^2}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial x}$
  - $g(x,y) = u(x,y) - 2v^2(x,y)$, on a : $\dfrac{\partial g}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial(-2v^2)}{\partial v}\dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v\dfrac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1-12v}{1-8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u-3}{1-8uv}$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases}$$ d'où $$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1-12v}{1-8uv}$$ et

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u-3}{1-8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases}$$ d'où

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v\frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} - 4v\frac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} =$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4v - 2}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} =$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4v - 2}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 8 :Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, et $\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x, en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} - 4v\dfrac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4v - 2}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4u - 1}{1 - 8uv}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x,y,z) = z^3 - xz - y = 0$

- $(1) \quad \dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$
- $(2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \dfrac{\partial}{\partial z}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x,y,z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z\dfrac{\partial}{\partial z}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z\left(3 \times 2\dfrac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0\right)}{(3z^2 - x)^2}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \dfrac{\partial}{\partial z}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z\left(3 \times 2 \dfrac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0\right)}{(3z^2 - x)^2}$$

$$= \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y}\left[3z^2 - x - 6z^2\right]}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \dfrac{\partial}{\partial z}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \left(3 \times 2 \dfrac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0\right)}{(3z^2 - x)^2}$$

$$= \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y}\left[3z^2 - x - 6z^2\right]}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y}\left[-3z^2 - x\right]}{(3z^2 - x)^2}$$ on utilise (4) et on obtient :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \frac{\partial}{\partial z}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z\left(3 \times 2 \frac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0\right)}{(3z^2 - x)^2}$$

$$= \frac{\frac{\partial z}{\partial y}\left[3z^2 - x - 6z^2\right]}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y}\left[-3z^2 - x\right]}{(3z^2 - x)^2}$$ on utilise (4) et on obtient :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \dfrac{\partial}{\partial z}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \left(3 \times 2 \dfrac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0\right)}{(3z^2 - x)^2}$$

$$= \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \left[3z^2 - x - 6z^2\right]}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\dfrac{\partial z}{\partial y} \left[-3z^2 - x\right]}{(3z^2 - x)^2}$$ on utilise (4) et on obtient :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\dfrac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\dfrac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \dfrac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\dfrac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \dfrac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z\dfrac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2},$$ on utilise (3) :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\dfrac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \dfrac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z\dfrac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2},$$ on utilise (3) :

$$= -\frac{6z\dfrac{z}{3z^2 - x} - 1}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\dfrac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \dfrac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z\dfrac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2},$$ on utilise (3) :

$$= -\frac{6z\dfrac{z}{3z^2 - x} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z^2 - (3z^2 - x)}{3z^2 - x} \times \frac{1}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ $\quad (3)$
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ $\quad (4)$

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\dfrac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \dfrac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z\dfrac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2}, \text{ on utilise } (3) :$$

$$= -\frac{6z\dfrac{z}{3z^2 - x} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z^2 - (3z^2 - x)}{3z^2 - x} \times \frac{1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- $(1) \quad \dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$
- $(2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- $(1) \quad \dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$
- $(2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ $\quad (3)$
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ $\quad (4)$

<u>Méthode n° 3 :</u> On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) = \dfrac{\partial z}{\partial y} - 6z\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial z}{\partial y}$, on utilise (3) et (4) :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}$$, on utilise (3) et (4) :

$$=$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- $(1) \quad \dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$
- $(2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) = \dfrac{\partial z}{\partial y} - 6z\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial z}{\partial y}$, on utilise (3) et (4) :

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- $(1) \quad \dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$
- $(2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) = \dfrac{\partial z}{\partial y} - 6z \dfrac{\partial z}{\partial x} \dfrac{\partial z}{\partial y}$, on utilise (3) et (4) :

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

$$=$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

__Méthode n° 3 :__ On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) = \dfrac{\partial z}{\partial y} - 6z \dfrac{\partial z}{\partial x} \dfrac{\partial z}{\partial y}$, on utilise (3) et (4) :

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

$$= \frac{(3z^2 - x) - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^2}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- $(1) \quad \dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$
- $(2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise } (3) \text{ et } (4) :$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

$$= \frac{(3z^2 - x) - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(3z^2 - x) = \dfrac{\partial z}{\partial y} - 6z\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial z}{\partial y}$, on utilise (3) et (4) :

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

$$= \frac{(3z^2 - x) - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^3}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x,y,z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- $(1) \quad \dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$
- $(2) \quad \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x)\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

<u>**Méthode n° 4 :**</u> On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x)\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y}$$

$$=$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x)\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

<u>**Méthode n° 4 :**</u> On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} = \frac{}{(3z^2 - x)^2}$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

<u>**Méthode n° 4 :**</u> On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x)\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} = \frac{3z^2 - x - 6z^2}{(3z^2 - x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 :Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\dfrac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial x} - x \dfrac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{z}{3z^2 - x}$ (3)
- (2) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \dfrac{\partial z}{\partial y} - x \dfrac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} = \frac{3z^2 - x - 6z^2}{(3z^2 - x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 - x}{(3z^2 - x)^3}$$