Fiche

Changement de bases
Matrice de passage

Définition:

Soit E un espace vectoriel de dimension finie n, muni de deux bases :

$$\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \dots, \overrightarrow{e_n}) \text{ et } \mathcal{E}' = (\overrightarrow{e_1}', \overrightarrow{e_2}', \dots, \overrightarrow{e_n}').$$

Définition:

Soit E un espace vectoriel de dimension finie n, muni de deux bases :

$$\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \dots, \overrightarrow{e_n}) \text{ et } \mathcal{E}' = (\overrightarrow{e_1}', \overrightarrow{e_2}', \dots, \overrightarrow{e_n}').$$

La **matrice de passage** de la base $\mathcal{E}$ à la base $\mathcal{E}'$, notée $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}}$, est la matrice dans la base $\mathcal{E}$ de l'endomorphisme p qui au vecteur $\overrightarrow{e_i}$ associe le vecteur $\overrightarrow{e_i}'$: $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} = \underset{\mathcal{E},\mathcal{E}}{\mathbf{mat}}(p)$.

Définition:

Soit E un espace vectoriel de dimension finie n, muni de deux bases :

$$\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \dots, \overrightarrow{e_n}) \text{ et } \mathcal{E}' = (\overrightarrow{e_1}', \overrightarrow{e_2}', \dots, \overrightarrow{e_n}').$$

La **matrice de passage** de la base $\mathcal{E}$ à la base $\mathcal{E}'$, notée $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}}$, est la matrice dans la base $\mathcal{E}$ de l'endomorphisme p qui au vecteur $\overrightarrow{e_i}$ associe le vecteur $\overrightarrow{e_i}'$: $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} = \underset{\mathcal{E},\mathcal{E}}{\mathbf{mat}}(p)$.

Autrement dit, $$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} [p(\overrightarrow{e_1})]_{\mathcal{E}} & [p(\overrightarrow{e_1})]_{\mathcal{E}} & & [\boldsymbol{p}(\overrightarrow{\boldsymbol{e_1}})]_{\boldsymbol{\mathcal{E}}} & & [p(\overrightarrow{e_1})]_{\mathcal{E}} \\ \| & \| & \dots & \| & \dots & \| \\ [\overrightarrow{e_1}']_{\mathcal{E}} & [\overrightarrow{e_2}']_{\mathcal{E}} & & [\overrightarrow{\boldsymbol{e_j}}']_{\boldsymbol{\mathcal{E}}} & & [\overrightarrow{e_n}']_{\mathcal{E}} \end{array} \\ \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,j} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,j} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & \dots & a_{i,j} & \dots & a_{i,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,j} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \end{array}$$

Définition:

Soit E un espace vectoriel de dimension finie n, muni de deux bases :

$$\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}) \text{ et } \mathcal{E}' = (\overrightarrow{e_1}', \overrightarrow{e_2}', \ldots, \overrightarrow{e_n}').$$

La **matrice de passage** de la base $\mathcal{E}$ à la base $\mathcal{E}'$, notée $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}}$, est la matrice dans la base $\mathcal{E}$ de l'endomorphisme p qui au vecteur $\overrightarrow{e_i}$ associe le vecteur $\overrightarrow{e_i}'$: $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} = \underset{\mathcal{E},\mathcal{E}}{\textbf{mat}}(p)$.

$$\text{Autrement dit, } P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \begin{smallmatrix} [p(\overrightarrow{e_1})]_{\mathcal{E}} \\ \parallel \\ [\overrightarrow{e_1}']_{\mathcal{E}} \end{smallmatrix} & \begin{smallmatrix} [p(\overrightarrow{e_1})]_{\mathcal{E}} \\ \parallel \\ [\overrightarrow{e_2}']_{\mathcal{E}} \end{smallmatrix} & \cdots & \begin{smallmatrix} [\boldsymbol{p}(\overrightarrow{\boldsymbol{e_1}})]_{\boldsymbol{\mathcal{E}}} \\ \parallel \\ [\overrightarrow{\boldsymbol{e_j}}']_{\boldsymbol{\mathcal{E}}} \end{smallmatrix} & \cdots & \begin{smallmatrix} [p(\overrightarrow{e_1})]_{\mathcal{E}} \\ \parallel \\ [\overrightarrow{e_n}']_{\mathcal{E}} \end{smallmatrix} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,j} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,j} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & \cdots & a_{i,j} & \cdots & a_{i,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,j} & \cdots & a_{n,n} \end{pmatrix} \end{array}$$

$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}$ est la matrice dont les colonnes sont formées des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\boldsymbol{e_i}}'$ dans la base $\boldsymbol{\mathcal{E}}$.

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ signifie $\overrightarrow{u} =$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}}$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} =$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$$

$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} =$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$$

$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{[p(x'_1 \overrightarrow{e_1} + x'_2 \overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}} =}$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$$

$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{[p(x'_1 \overrightarrow{e_1} + x'_2 \overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\overrightarrow{e_1}) + x'_2 p(\overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}}}$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\vec{e}'_1, \vec{e}'_2)$:

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \vec{u} = \boldsymbol{x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2}} \text{ et } [\vec{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \vec{u} = \boldsymbol{x'_1\vec{e}'_1 + x'_2\vec{e}'_2}$$

$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{[p(x'_1\vec{e_1} + x'_2\vec{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\vec{e_1}) + x'_2 p(\vec{e_2})]_{\mathcal{E}}}$$

$$=$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ signifie $\overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}}$ et $[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix}$ signifie $\overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$

$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{[p(x'_1 \overrightarrow{e_1} + x'_2 \overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\overrightarrow{e_1}) + x'_2 p(\overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}}}$$

$$= \boldsymbol{[x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2]_{\mathcal{E}} =}$$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$$

$$\begin{aligned} P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} &= \boldsymbol{[p(x'_1 \overrightarrow{e_1} + x'_2 \overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\overrightarrow{e_1}) + x'_2 p(\overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}}} \\ &= \boldsymbol{[x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2]_{\mathcal{E}} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

Ainsi, $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \times [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}}}$ d'où le théorème :

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ signifie $\overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}}$ et $[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix}$ signifie $\overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$

$$\begin{aligned} P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} &= \boldsymbol{[p(x'_1 \overrightarrow{e_1} + x'_2 \overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\overrightarrow{e_1}) + x'_2 p(\overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}}} \\ &= \boldsymbol{[x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2]_{\mathcal{E}} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

Ainsi, $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \times [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}}}$ d'où le théorème :

Théorème

Soit $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}$ la matrice de passage d'une base $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \dots, \overrightarrow{e_n})$ à une base $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e_1}', \dots, \overrightarrow{e_n}')$

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$$

$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{[p(x'_1 \overrightarrow{e_1} + x'_2 \overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\overrightarrow{e_1}) + x'_2 p(\overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}}}$$

$$= \boldsymbol{[x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2]_{\mathcal{E}} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}$$

Ainsi, $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \times [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}}}$ d'où le théorème :

Théorème

Soit $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}$ la matrice de passage d'une base $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \dots, \overrightarrow{e_n})$ à une base $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e_1}', \dots, \overrightarrow{e_n}')$

$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}} \ \boldsymbol{[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'}}$:

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\vec{e}'_1, \vec{e}'_2)$:

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \vec{u} = \boldsymbol{x_1 \vec{e_1} + x_2 \vec{e_2}} \text{ et } [\vec{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \vec{u} = \boldsymbol{x'_1 \vec{e}'_1 + x'_2 \vec{e}'_2}$$

$$\begin{aligned} P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} &= \boldsymbol{[p(x'_1 \vec{e_1} + x'_2 \vec{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\vec{e_1}) + x'_2 p(\vec{e_2})]_{\mathcal{E}}} \\ &= \boldsymbol{[x'_1 \vec{e}'_1 + x'_2 \vec{e}'_2]_{\mathcal{E}} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

Ainsi, $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}'} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}}$ d'où le théorème :

Théorème

Soit $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}$ la matrice de passage d'une base $\mathcal{E} = (\vec{e_1}, \dots, \vec{e_n})$ à une base $\mathcal{E}' = (\vec{e_1}', \dots, \vec{e_n}')$

$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}} \ [\vec{u}]_{\mathcal{E}'}$: la matrice de passage est dite **contravariante** pour les coordonnées.

Plaçons-nous dans $\mathbb{R}^2$, et considérons deux bases $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e}'_1, \overrightarrow{e}'_2)$:

$$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x_1 \overrightarrow{e_1} + x_2 \overrightarrow{e_2}} \text{ et } [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \text{ signifie } \overrightarrow{u} = \boldsymbol{x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2}$$

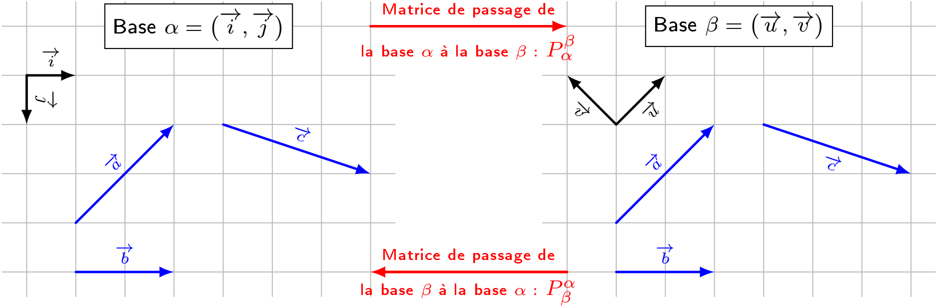
$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{[p(x'_1 \overrightarrow{e_1} + x'_2 \overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}} = [x'_1 p(\overrightarrow{e_1}) + x'_2 p(\overrightarrow{e_2})]_{\mathcal{E}}}$$

$$= \boldsymbol{[x'_1 \overrightarrow{e}'_1 + x'_2 \overrightarrow{e}'_2]_{\mathcal{E}} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}$$

Ainsi, $\boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}} \times \boldsymbol{[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'} = [\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}}}$ d'où le théorème :

Théorème

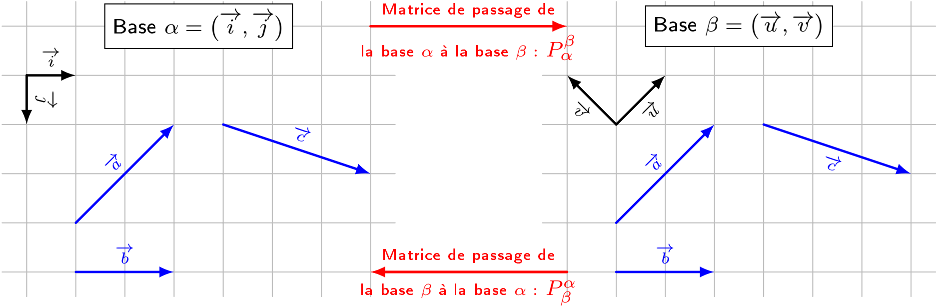
Soit $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}$ la matrice de passage d'une base $\mathcal{E} = (\overrightarrow{e_1}, \ldots, \overrightarrow{e_n})$ à une base $\mathcal{E}' = (\overrightarrow{e_1}', \ldots, \overrightarrow{e_n}')$
$[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}} = \boldsymbol{P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}} \ \boldsymbol{[\overrightarrow{u}]_{\mathcal{E}'}}$: la matrice de passage est dite **contravariante** pour les coordonnées.
Autrement dit, pour les coordonnées, ça marche à l'envers !



$$[\vec{i}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

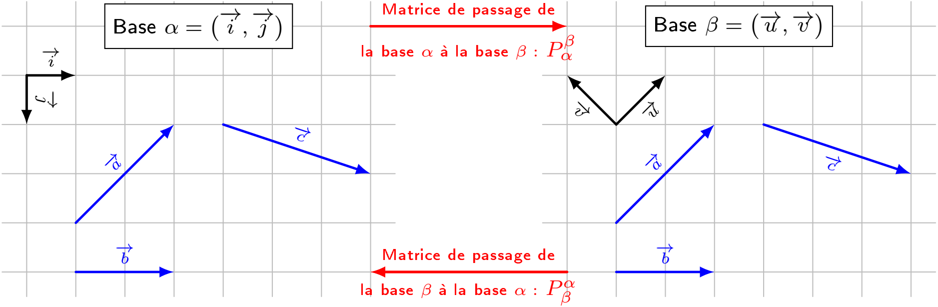
$$[\vec{u}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

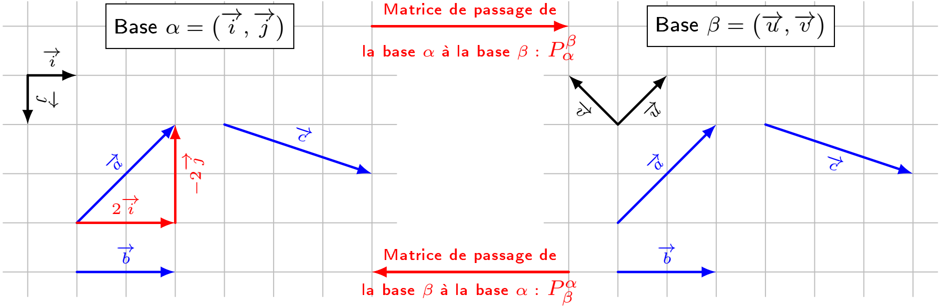
$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

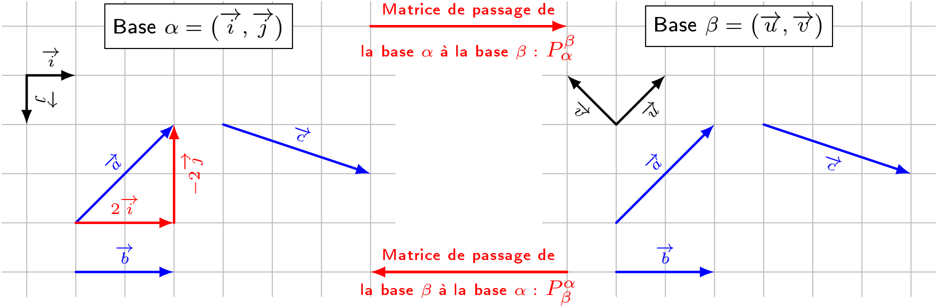
$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\overrightarrow{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{c}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

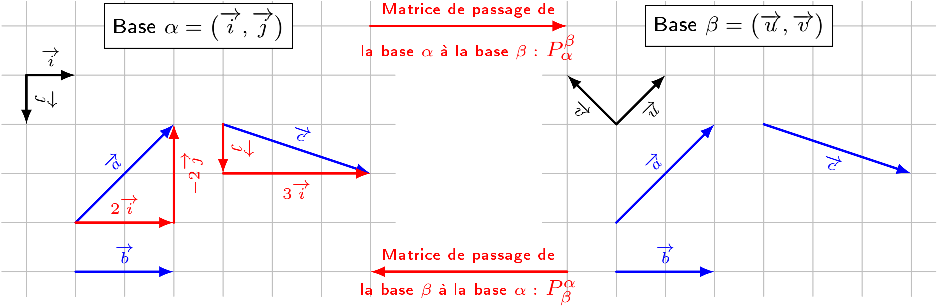
$$[\overrightarrow{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

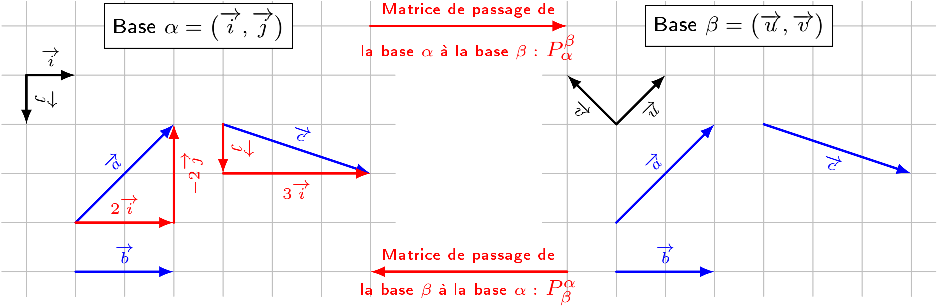
$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

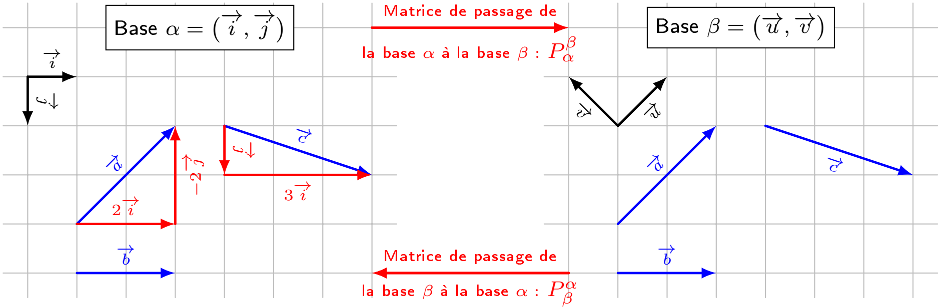
$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

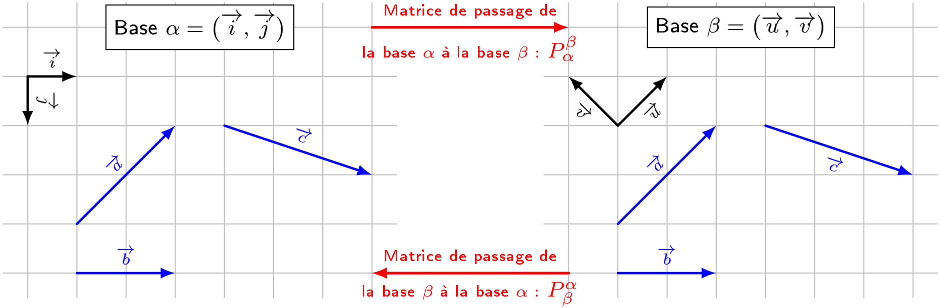
$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

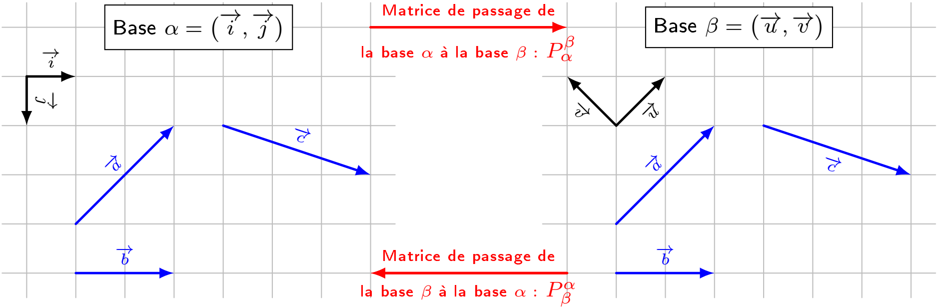
$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

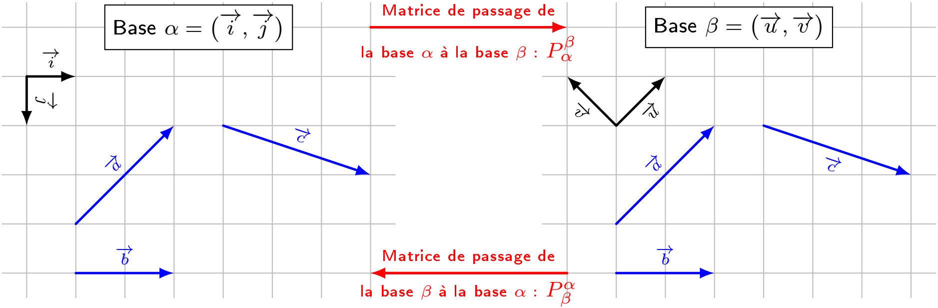
$$[\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

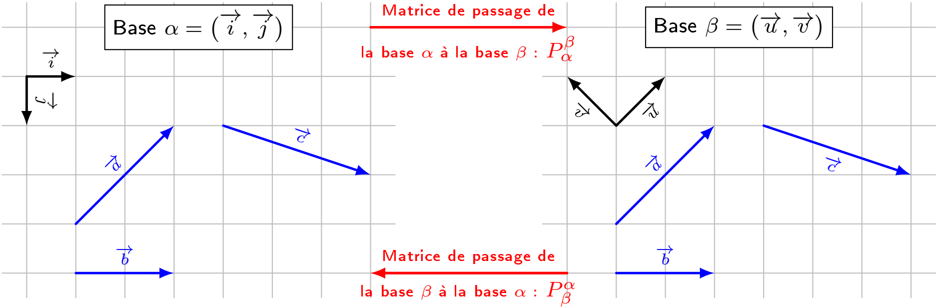
$$[\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

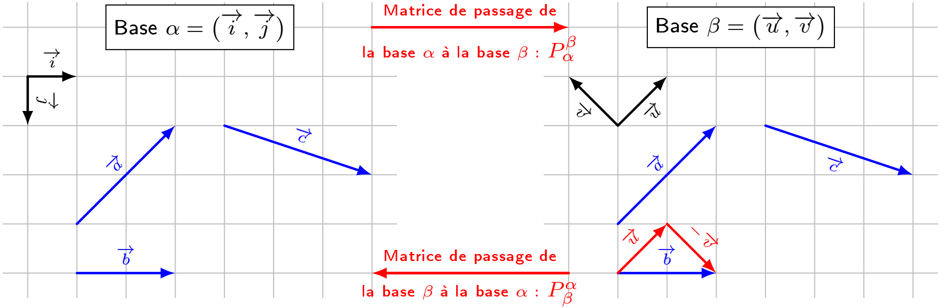
$$[\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

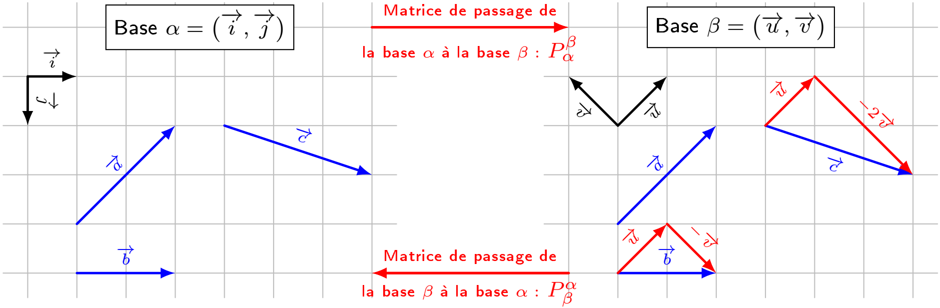
$$[\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}\,]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

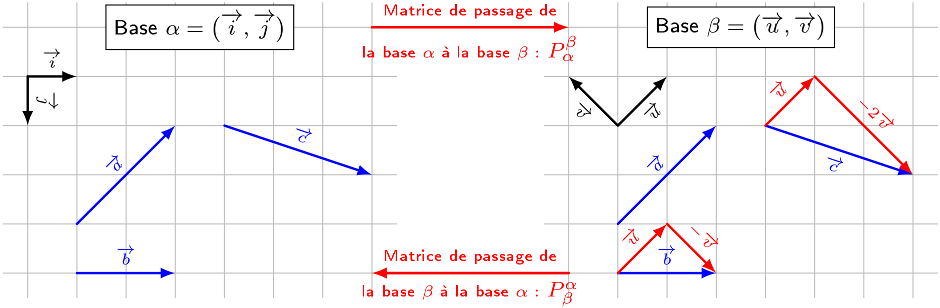
$$[\vec{i}\,]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}\,]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

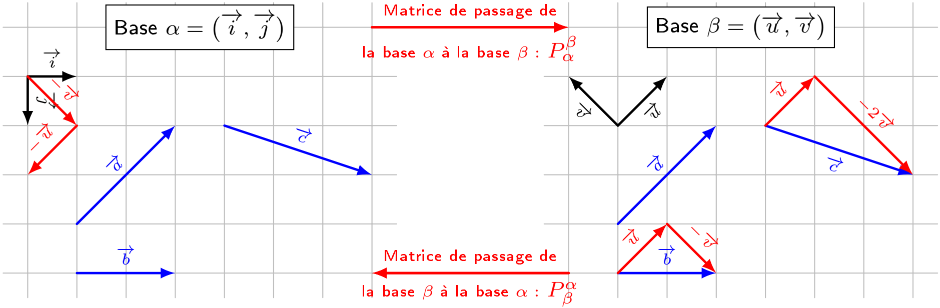
$$[\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$[\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{c}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad\qquad [\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad\qquad [\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} \qquad\qquad [\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

$$[\overrightarrow{i}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{u}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{a}]_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{u}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{i}]_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\beta = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est

$$[\overrightarrow{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha , [\overrightarrow{v}]_\alpha \right) =$

$$[\overrightarrow{i}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad\qquad [\overrightarrow{u}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad\qquad [\overrightarrow{a}]_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{u}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} \qquad\qquad [\overrightarrow{i}]_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\beta = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha, [\overrightarrow{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$$[\overrightarrow{i}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{u}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{a}]_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{b}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{u}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{v}]_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{i}]_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \quad [\overrightarrow{j}]_\beta = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha, [\overrightarrow{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix}1 & \\ -1 & \end{pmatrix}$

$$[\overrightarrow{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{b}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$[\overrightarrow{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad [\overrightarrow{j}]_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha , [\overrightarrow{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad [\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad [\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} \qquad [\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\vec{u}]_\alpha, [\vec{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & -1\end{pmatrix}$
- la base β à la base α est

$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad [\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad [\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} \qquad [\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\vec{u}]_\alpha, [\vec{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & -1\end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left([\vec{i}]_\beta, [\vec{j}]_\beta\right) =$

$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\vec{u}]_\alpha, [\vec{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left([\vec{i}]_\beta, [\vec{j}]_\beta\right) = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$

$$[\vec{i}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad [\vec{u}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad [\vec{a}]_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \quad [\vec{b}]_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \quad [\vec{v}]_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} \qquad [\vec{i}]_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \quad [\vec{j}]_\beta = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\vec{u}]_\alpha, [\vec{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & -1\end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left([\vec{i}]_\beta, [\vec{j}]_\beta\right) = \begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \\-\frac{1}{2} & \end{pmatrix}$

$$[\vec{i}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\vec{j}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{u}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\vec{v}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{a}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad [\vec{b}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad [\vec{a}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\vec{b}\,]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad [\vec{v}\,]_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad [\vec{i}\,]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad [\vec{j}\,]_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Rappel :

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $\boldsymbol{P_\alpha^\beta} = \left([\vec{u}\,]_\alpha\,,\,[\vec{v}\,]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $\boldsymbol{P_\beta^\alpha} = \left([\vec{i}\,]_\beta\,,\,[\vec{j}\,]_\beta\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{\frac{1}{2}} & \mathbf{-\frac{1}{2}} \\ \mathbf{-\frac{1}{2}} & \mathbf{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $\boldsymbol{P_\alpha^\beta} = \left([\vec{u}]_\alpha , [\vec{v}]_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $\boldsymbol{P_\beta^\alpha} = \left([\vec{i}]_\beta , [\vec{j}]_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha =$

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $\boldsymbol{P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha, [\overrightarrow{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}$
- la base β à la base α est $\boldsymbol{P_\beta^\alpha = \left([\overrightarrow{i}]_\beta, [\overrightarrow{j}]_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} =$

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha, [\overrightarrow{v}]_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left([\overrightarrow{i}]_\beta, [\overrightarrow{j}]_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix}$

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $\boldsymbol{P_\alpha^\beta} = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha, [\overrightarrow{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $\boldsymbol{P_\beta^\alpha} = \left([\overrightarrow{i}]_\beta, [\overrightarrow{j}]_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_{\alpha}^{\beta} = \left([\overrightarrow{u}]_{\alpha}, [\overrightarrow{v}]_{\alpha} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_{\beta}^{\alpha} = \left([\overrightarrow{i}]_{\beta}, [\overrightarrow{j}]_{\beta} \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Calculons : $P_{\alpha}^{\beta} P_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha, [\overrightarrow{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left([\overrightarrow{i}]_\beta, [\overrightarrow{j}]_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \dots \end{pmatrix}$

La matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left([\overrightarrow{u}]_\alpha , [\overrightarrow{v}]_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left([\overrightarrow{i}]_\beta , [\overrightarrow{j}]_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

La matrice de passage de

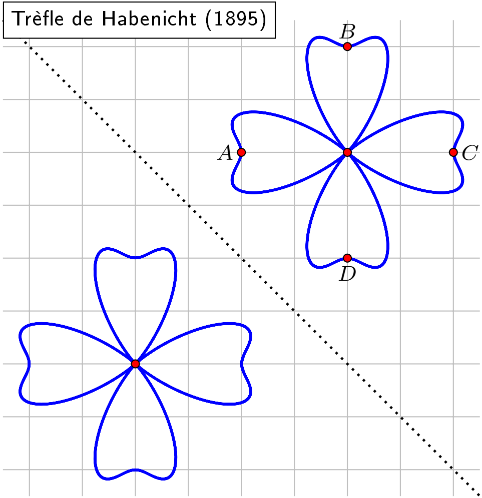
- la base α à la base β est $P_{\alpha}^{\beta} = \left(\left[\overrightarrow{u}\right]_{\alpha}, \left[\overrightarrow{v}\right]_{\alpha}\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_{\beta}^{\alpha} = \left(\left[\overrightarrow{i}\right]_{\beta}, \left[\overrightarrow{j}\right]_{\beta}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Calculons : $P_{\alpha}^{\beta} P_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Propriété:

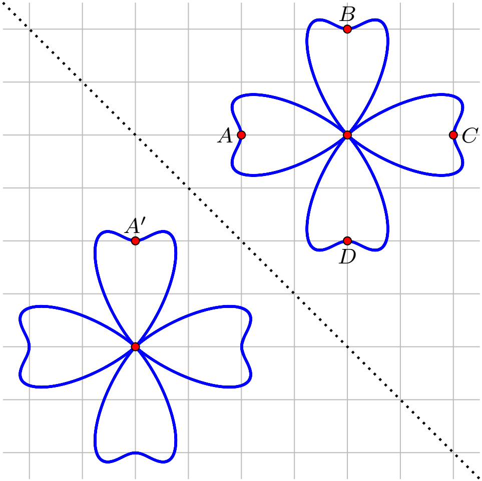
P_{α}^{β} est la matrice inverse de P_{β}^{α}.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



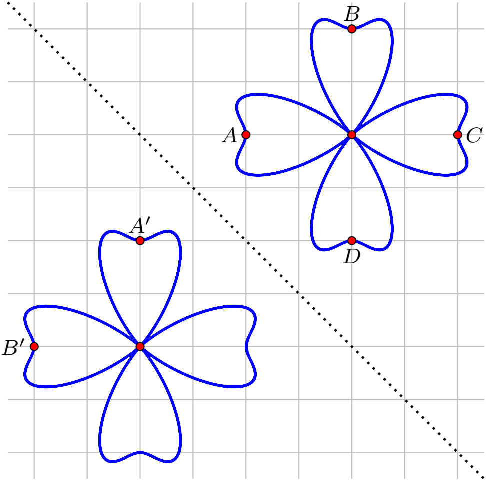
Plaçons les symétriques des points A, B, C, D par rapport à la droite en pointillées.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



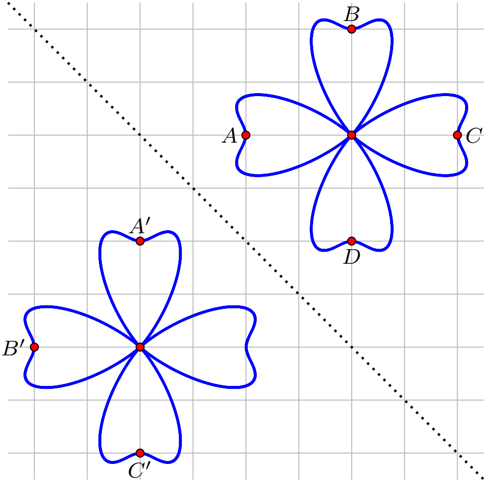
Plaçons les symétriques des points A, B, C, D par rapport à la droite en pointillées.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



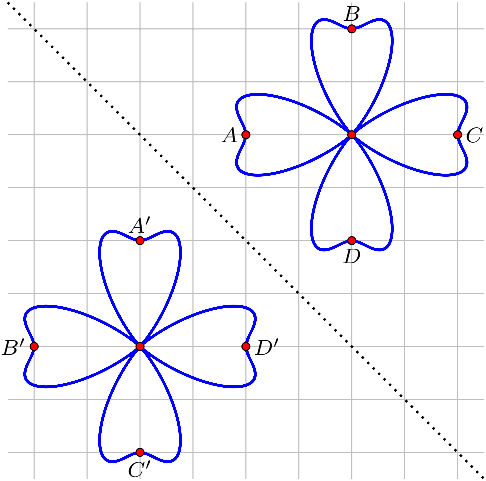
Plaçons les symétriques des points A, B, C, D par rapport à la droite en pointillées.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



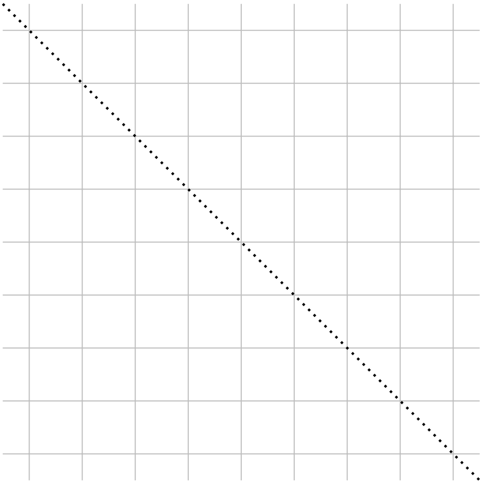
Plaçons les symétriques des points A, B, C, D par rapport à la droite en pointillées.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



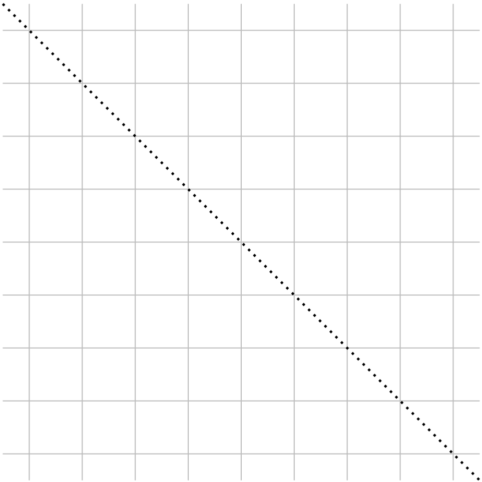
Plaçons les symétriques des points A, B, C, D par rapport à la droite en pointillées.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

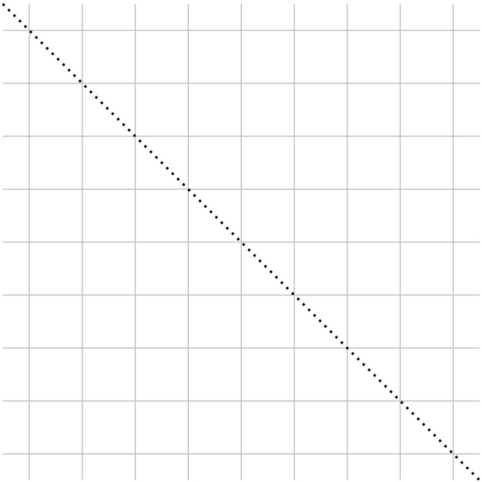
Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

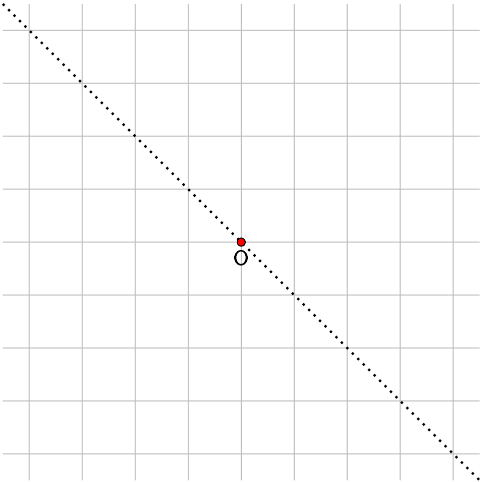


Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O,

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

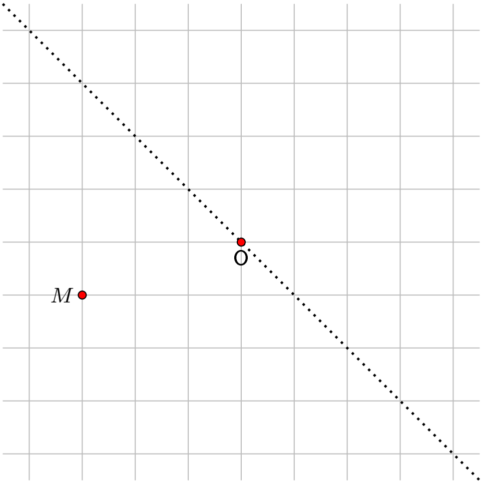


Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

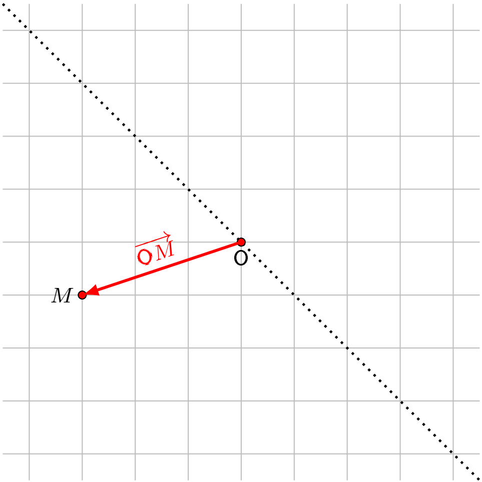


Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M le vecteur $\overrightarrow{OM}$.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



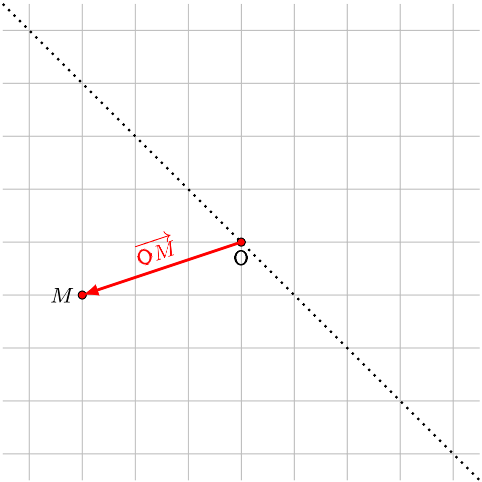
Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M le vecteur $\overrightarrow{OM}$.

Ainsi, on fait correspondre à chaque pixel de l'écran un vecteur.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



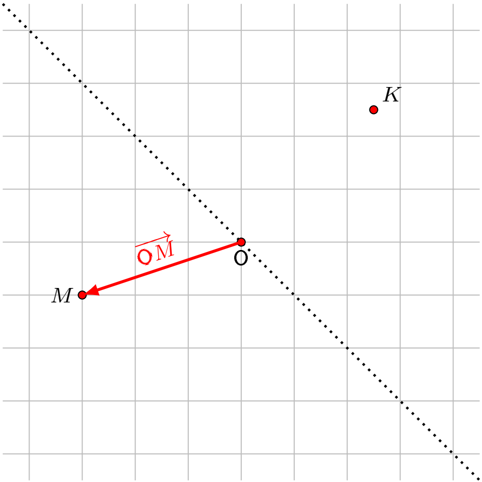
Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M le vecteur $\overrightarrow{OM}$.

Ainsi, on fait correspondre à chaque pixel de l'écran un vecteur.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



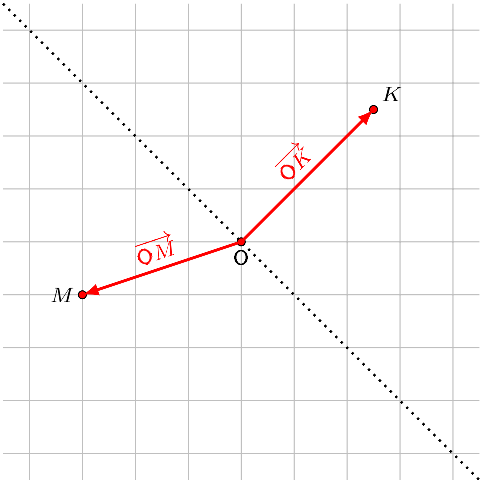
Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M le vecteur $\overrightarrow{OM}$.

Ainsi, on fait correspondre à chaque pixel de l'écran un vecteur.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



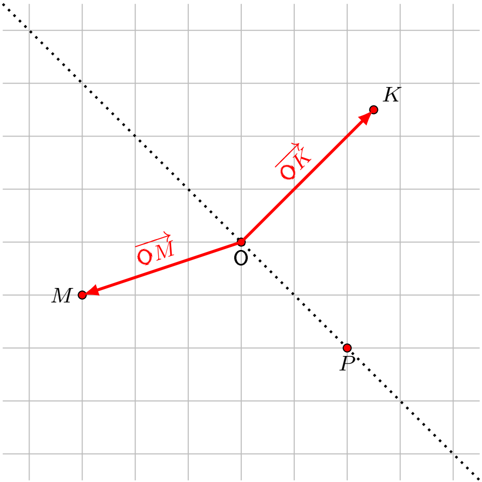
Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M le vecteur $\overrightarrow{OM}$.

Ainsi, on fait correspondre à chaque pixel de l'écran un vecteur.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



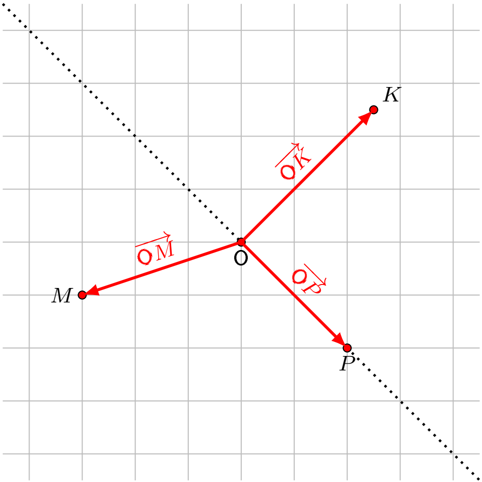
Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M le vecteur $\overrightarrow{OM}$.

Ainsi, on fait correspondre à chaque pixel de l'écran un vecteur.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



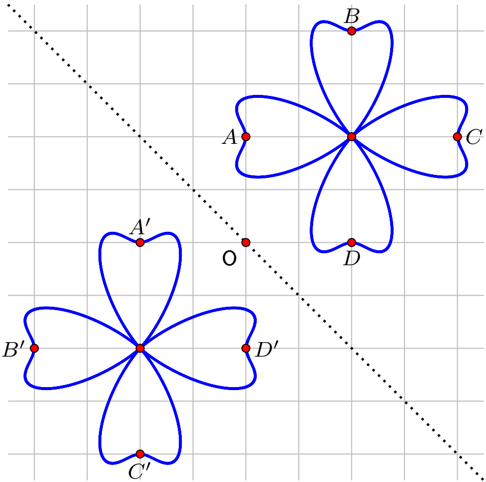
Sur un écran d'ordinateur, une image est affichée en pixels.

Donc, la structure géométrique de l'écran est affine (composée de points).

On « vectorialise » l'espace affine, en choisissant une origine, dans notre cas le point O, puis en associant à chaque point M le vecteur $\overrightarrow{OM}$.

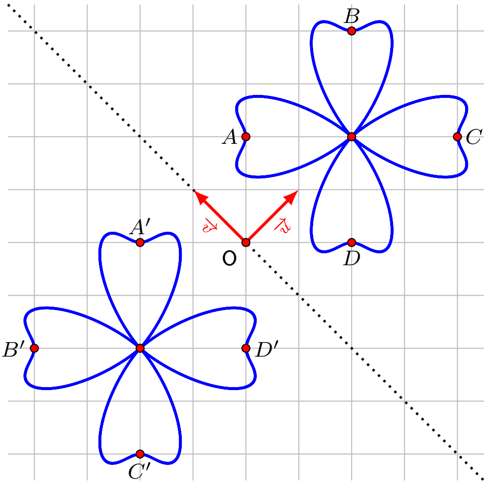
Ainsi, on fait correspondre à chaque pixel de l'écran un vecteur.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

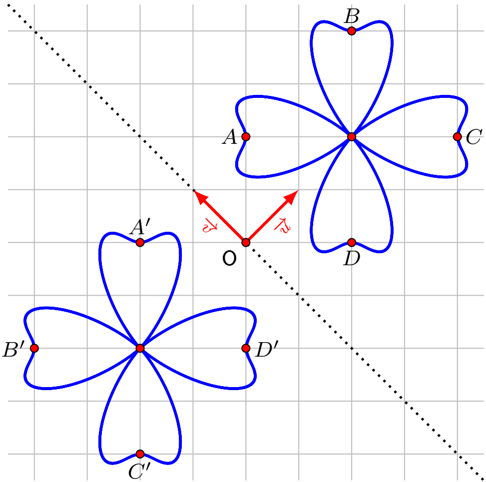


Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



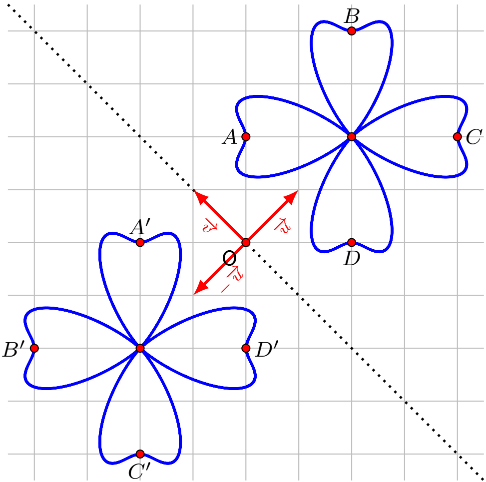
Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) =$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



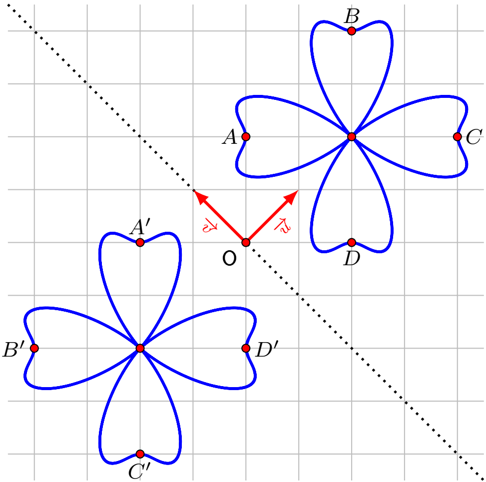
Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$$

On a : $f(\overrightarrow{u}) = -\overrightarrow{u}$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



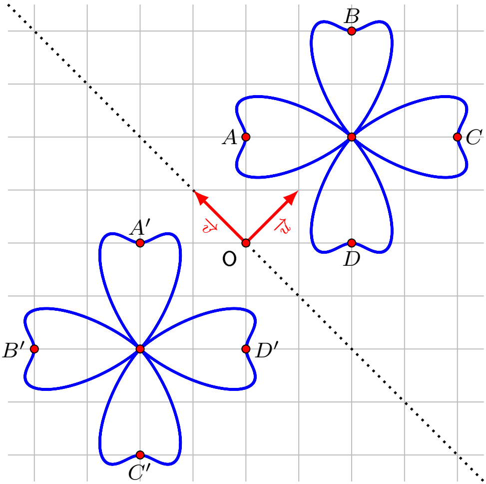
Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) =$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



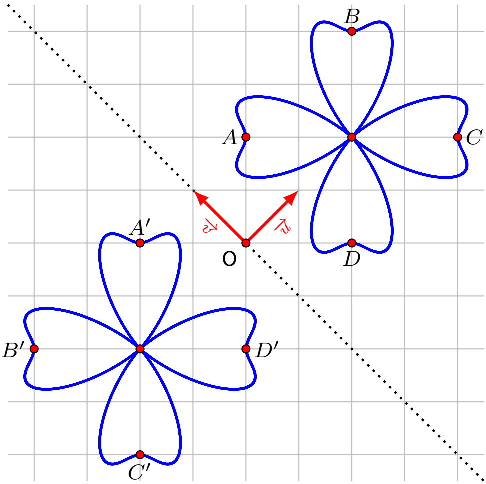
Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

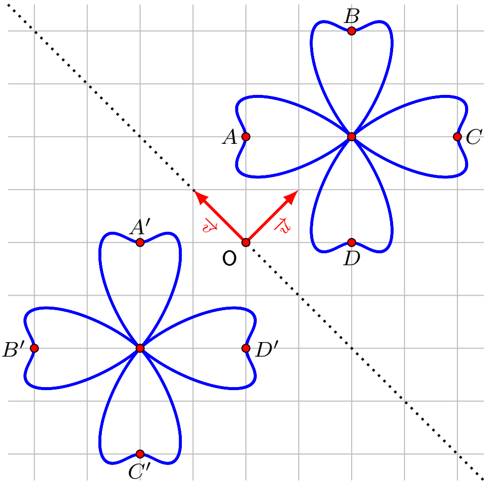
$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

$$\begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \end{array}$$

et donc, $\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

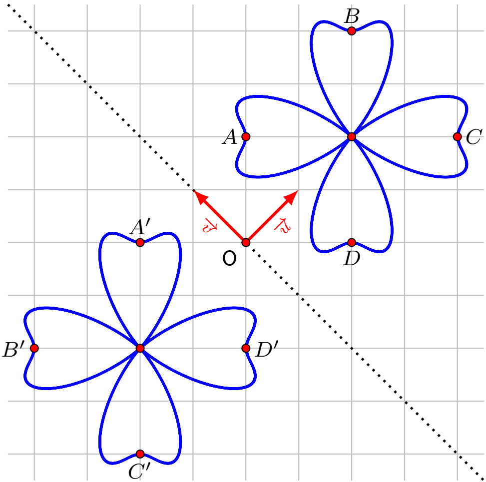
Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

et donc, $\underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & \phantom{f(\vec{v})} \\ & \end{pmatrix} \end{array}$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

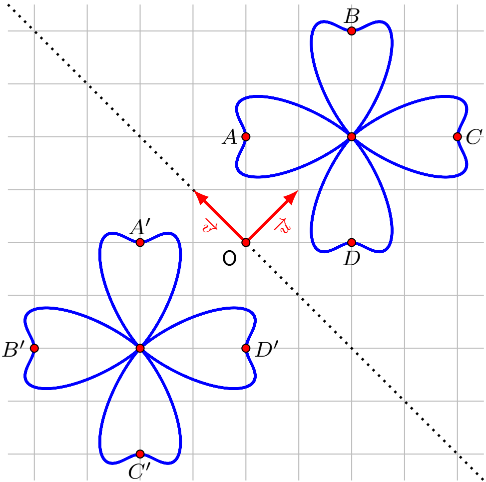
Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

$$\text{et donc, } \underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & \\ 0 & \end{pmatrix} \end{array}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

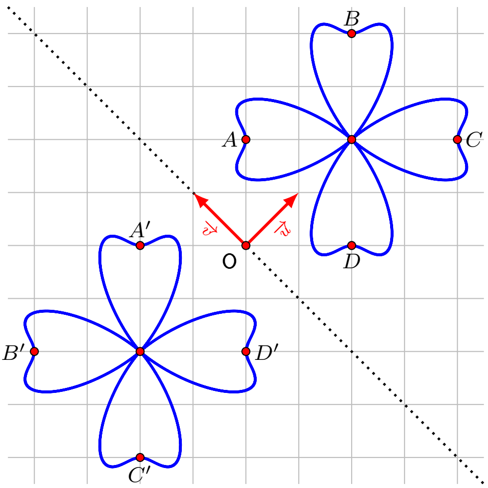
Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

et donc, $$\underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \\ \end{array} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \end{pmatrix}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

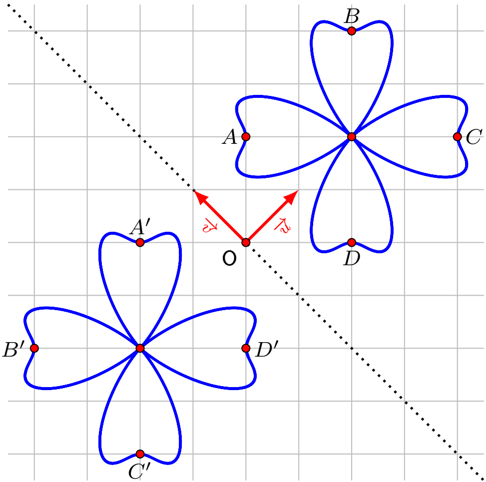
Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

$$\text{et donc, } \underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

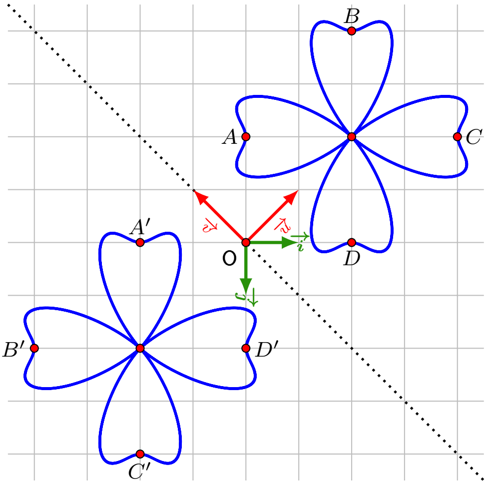
$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

et donc, $\underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \end{array}$
$$\underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Il se trouve que la base de l'écran n'est pas β mais la base

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

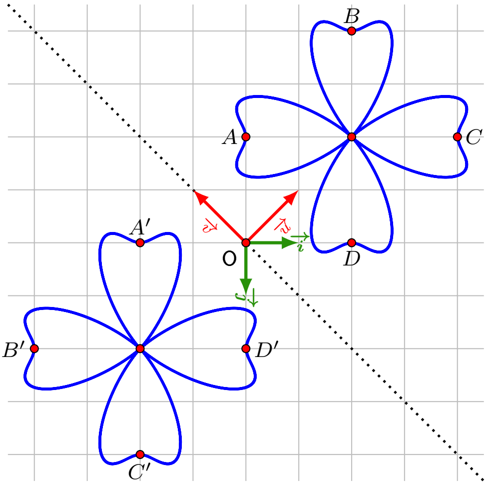
$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

$$\text{et donc, } \underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \\ \end{array} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Il se trouve que la base de l'écran n'est pas β mais la base $\alpha = (\vec{i}, \vec{j})$.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Maintenant, étudions l'endomorphisme, que nous allons noté f, qui a chaque vecteur associe son symétrique.

Pour ce faire, plaçons-nous dans la base

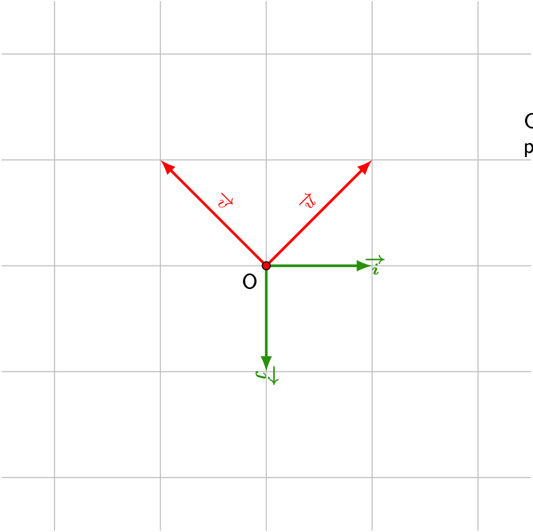
$$\beta = (\vec{u}, \vec{v})$$

On a : $f(\vec{u}) = -\vec{u}$ et $f(\vec{v}) = \vec{v}$

et donc, $$\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} f(\vec{u}) & f(\vec{v}) \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Il se trouve que la base de l'écran n'est pas β mais la base $\alpha = (\vec{i}, \vec{j})$. Donc, il nous reste à trouver l'expression de la matrice de l'endomorphisme f dans la base α.

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

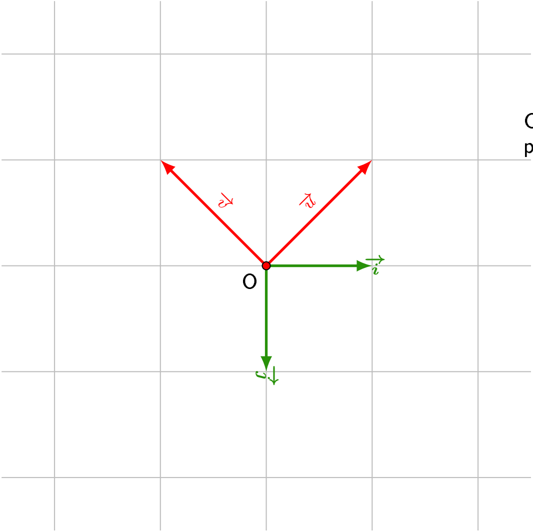


Commençons par déterminer la matrice de passage :

$$P_\alpha^\beta = \begin{array}{cc} [\vec{u}]_\alpha & [\vec{v}]_\alpha \\ \multicolumn{2}{c}{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}} \end{array}$$

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} = \left(P_\alpha^\beta\right)^{-1}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

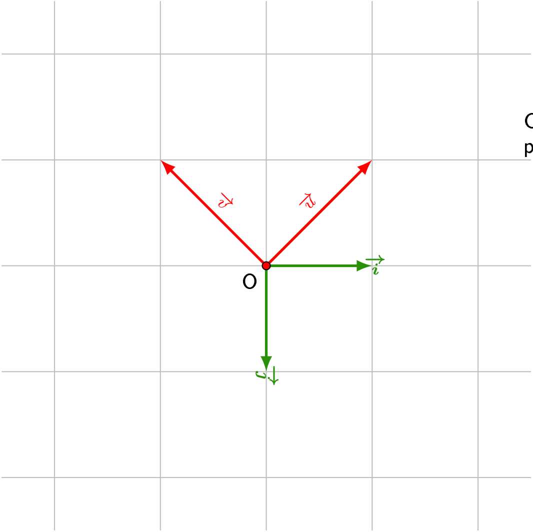


Commençons par déterminer la matrice de passage :

$$P_\alpha^\beta = \begin{array}{cc} [\vec{u}]_\alpha & [\vec{v}]_\alpha \\ \left(\begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix}\right. & \left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right) \end{array}$$

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} = \left(P_\alpha^\beta\right)^{-1}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

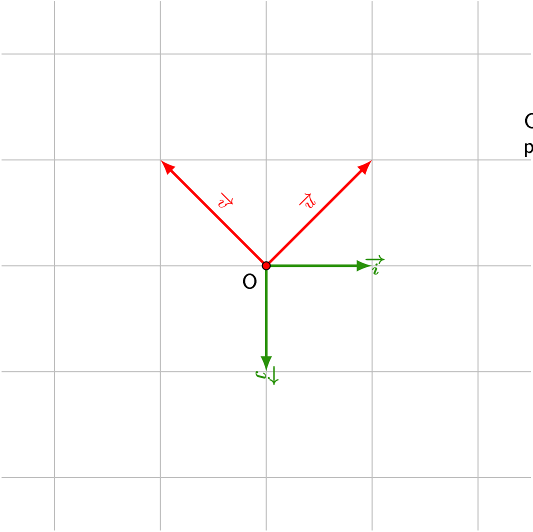


Commençons par déterminer la matrice de passage :

$$P_\alpha^\beta = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\vec{u}]_\alpha & [\vec{v}]_\alpha \end{array} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \end{array}$$

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} = \left(P_\alpha^\beta\right)^{-1}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

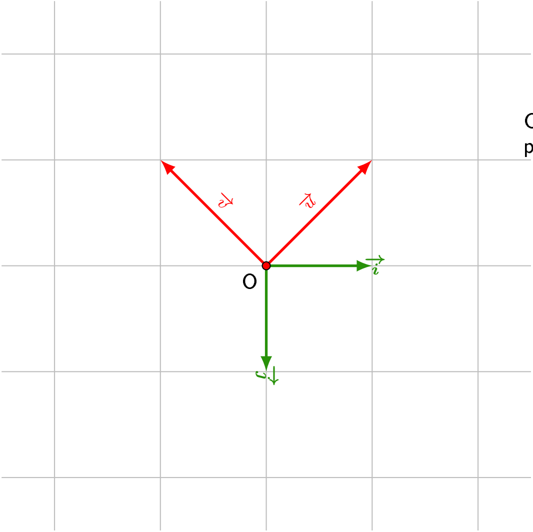


Commençons par déterminer la matrice de passage :

$$P_\alpha^\beta = \begin{array}{cc} [\vec{u}]_\alpha & [\vec{v}]_\alpha \\ \left(\begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{matrix}\right. & \left.\begin{matrix} \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} \end{matrix}\right) \end{array}$$

$$P_\beta^\alpha = \begin{array}{cc} [\vec{i}]_\beta & \\ \left(\quad \right. & \left. \quad \right) \end{array} = \left(P_\alpha^\beta\right)^{-1}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

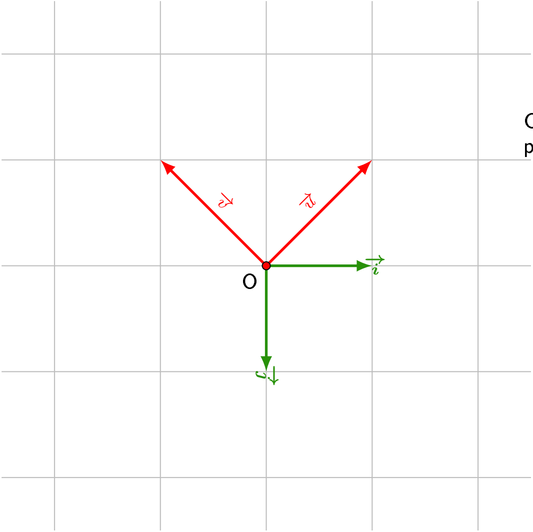


Commençons par déterminer la matrice de passage :

$$P_\alpha^\beta = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\vec{u}]_\alpha & [\vec{v}]_\alpha \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$P_\beta^\alpha = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\vec{i}]_\beta & \phantom{[\vec{j}]_\beta} \end{array} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \\ -\frac{1}{2} & \end{pmatrix} \end{array} = \left(P_\alpha^\beta\right)^{-1}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.

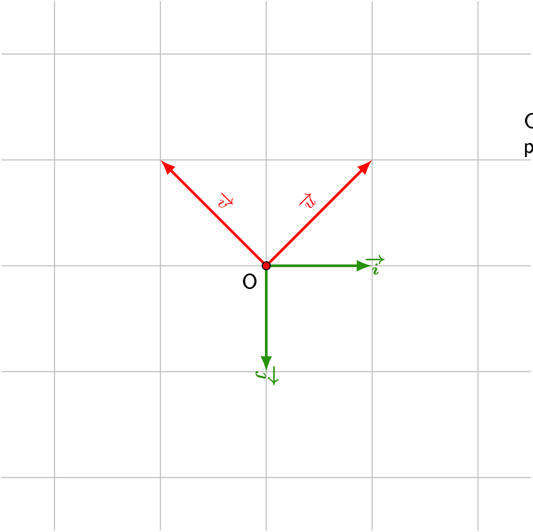


Commençons par déterminer la matrice de passage :

$$P_\alpha^\beta = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\vec{u}]_\alpha & [\vec{v}]_\alpha \end{array} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \end{array}$$

$$P_\beta^\alpha = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\vec{i}]_\beta & [\vec{j}]_\beta \end{array} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \\ -\frac{1}{2} & \end{pmatrix} \end{array} = \left(P_\alpha^\beta\right)^{-1}$$

Etude : On aimerait déterminer la symétrie par rapport à l'axe tracé en pointillés pour la programmer sur un ordinateur.



Commençons par déterminer la matrice de passage :

$$P_\alpha^\beta = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\vec{u}]_\alpha & [\vec{v}]_\alpha \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$P_\beta^\alpha = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\vec{i}]_\beta & [\vec{j}]_\beta \end{array} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array} = \left(P_\alpha^\beta\right)^{-1}$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta =$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Notons (x,y) les coordonnées dans la base α et (x',y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \dots \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\operatorname{mat}_\beta(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\operatorname{mat}_{\boldsymbol{\beta}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & & \\ & & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\operatorname{mat}_\beta(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\operatorname{mat}_{\boldsymbol{\beta}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\operatorname{mat}_{\boldsymbol{\beta}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \\ & \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ & \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\text{mat}}(f)}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)}P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & -1\end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)}\underbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2} & \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x,y) les coordonnées dans la base α et (x',y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)}P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & -1\end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)}\underbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & \\ & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x,y) les coordonnées dans la base α et (x',y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & -1\end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)}\underbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix}-1 & -1\\1 & -1\end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x,y) les coordonnées dans la base α et (x',y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{mat}}(\boldsymbol{f})} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \\ & \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{mat}}(\boldsymbol{f})} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ & \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{mat}}(\boldsymbol{f})} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x,y) les coordonnées dans la base α et (x',y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)}P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & -1\end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}}\underbrace{\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)}\underbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix}-1 & -1\\1 & -1\end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{1}\\\mathbf{1} & \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{mat}}(\boldsymbol{f})}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha =$$

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{mat}}(\boldsymbol{f})} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha =$$

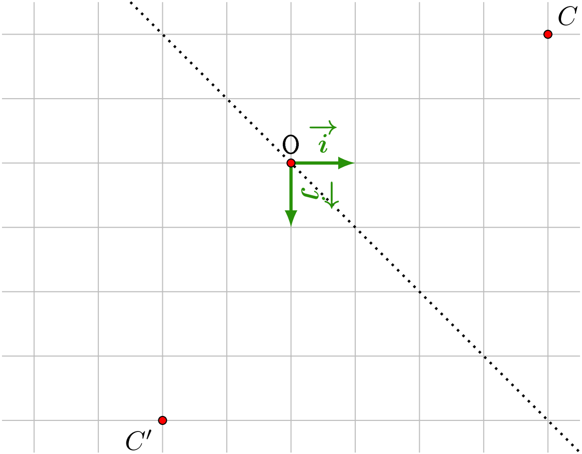
Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a $$\left[f\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\right]_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\beta}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

Donc, $$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\alpha}}$$

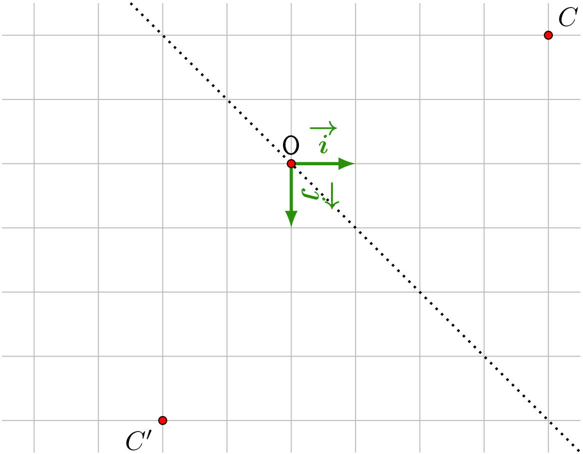
$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha$$

$$\left[f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}} \underset{\boldsymbol{\beta}}{\text{mat}}(f)} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\textbf{mat}}(\boldsymbol{f})} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_\alpha = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}_\alpha$$



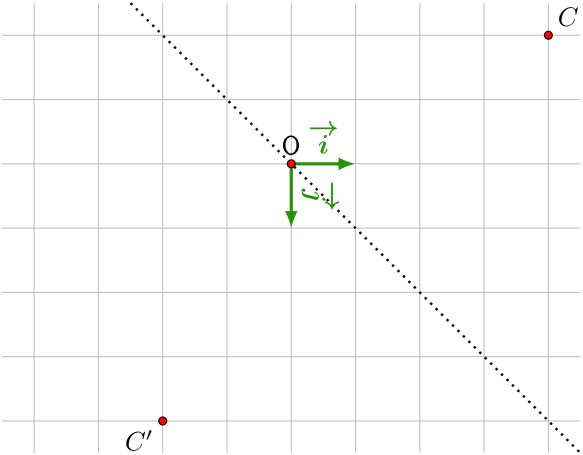
Vérifions :

$$[\overrightarrow{OC}]_\alpha = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$



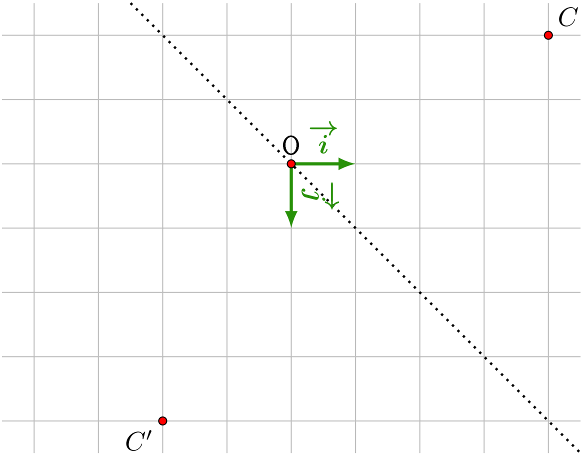
Vérifions :

$$[\overrightarrow{OC}]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ \end{pmatrix}$$



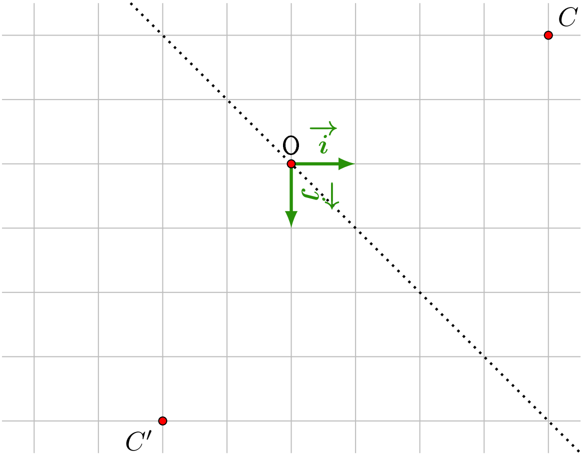
Vérifions :

$$[\overrightarrow{OC}]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$



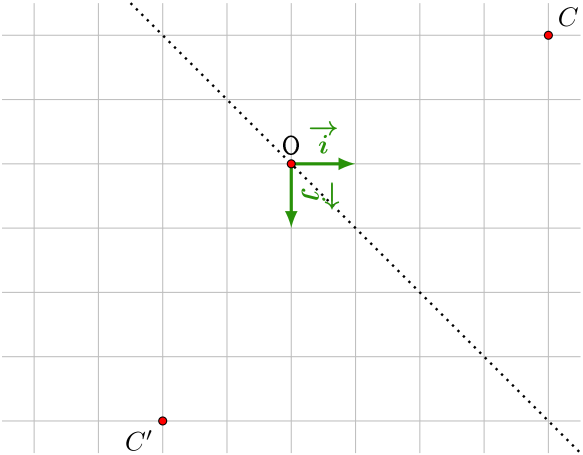
Vérifions :

$$\left[\overrightarrow{OC}\right]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \left[f\left(\overrightarrow{OC}\right)\right]_\alpha =$$



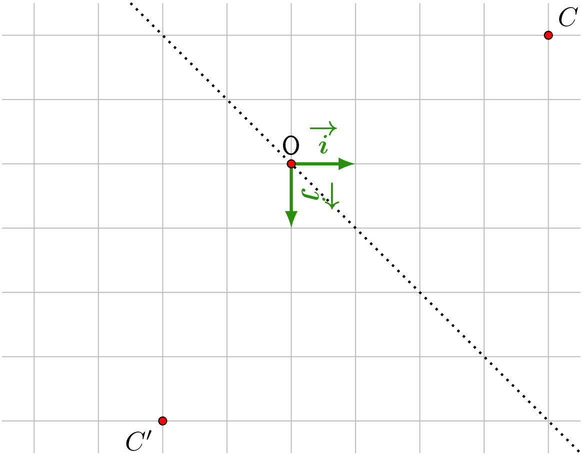
Vérifions :

$$\left[\overrightarrow{OC}\right]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \left[f\left(\overrightarrow{OC}\right)\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} =$$



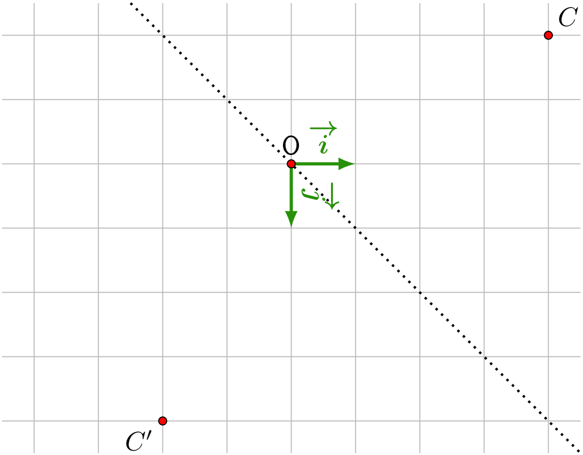
Vérifions :

$$\left[\overrightarrow{\mathsf{O}C}\right]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \left[f(\overrightarrow{\mathsf{O}C})\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\underset{\alpha}{\mathsf{mat}}(f)} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$



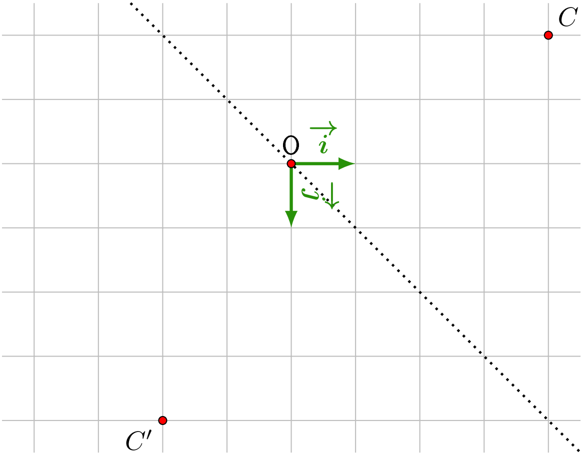
Vérifions :

$$\left[\overrightarrow{\mathrm{O}C}\right]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \left[f(\overrightarrow{\mathrm{O}C})\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ \end{pmatrix}$$



Vérifions :

$$[\overrightarrow{OC}]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \left[f(\overrightarrow{OC})\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$



Vérifions :

$$[\overrightarrow{\mathrm{O}C}]_\alpha = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \left[f(\overrightarrow{\mathrm{O}C})\right]_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f)} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = [\overrightarrow{\mathrm{O}C'}]_\alpha$$

Propriété:

$$\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f) = P_{\alpha}^{\boldsymbol{\beta}}\,\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathrm{mat}}(f)\,P_{\beta}^{\alpha} \text{ et } \underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = P_{\beta}^{\boldsymbol{\alpha}}\,\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{mat}}(f)\,P_{\alpha}^{\beta}$$