

Les endomorphismes

🌀 Fiche n° 5 🌀



Définition:

Soient E et F deux ensembles, et G un sous-ensemble du produit cartésien $E \times F$.



Définition:

Soient E et F deux ensembles, et G un sous-ensemble du produit cartésien $E \times F$.

Une **relation** est la donnée d'un triplet (E, G, F) où E est appelé **l'ensemble de départ** de la relation, F est **l'ensemble d'arrivée** de la relation, et G est le **graphe** de la relation.



Définition:

Soient E et F deux ensembles, et G un sous-ensemble du produit cartésien $E \times F$.

Une **relation** est la donnée d'un triplet (E, G, F) où E est appelé **l'ensemble de départ** de la relation, F est **l'ensemble d'arrivée** de la relation, et G est le **graphe** de la relation.

C'est donc un triplet (E, G, F) où $G \subset E \times F$

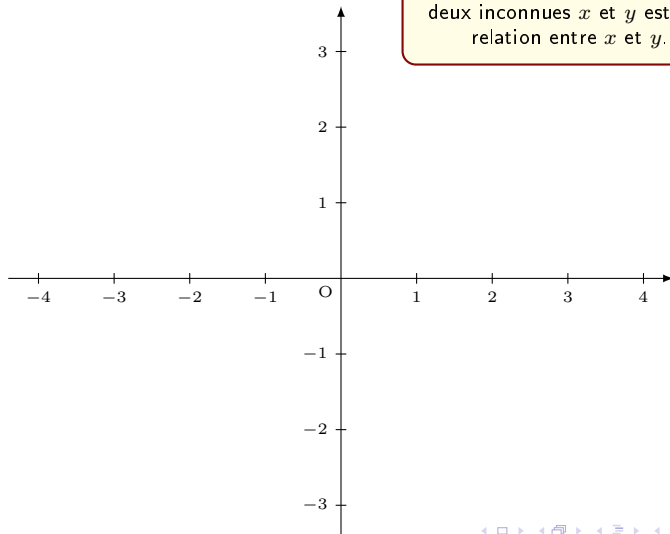
Souvent, on désigne une relation par un symbole, par exemple $\mathcal{R}$, et on pose implicitement :

$$x\mathcal{R}y \iff (x, y) \in G$$

I. Relations.

Exemple n° 1 :

Les solutions d'une équation à deux inconnues x et y est une relation entre x et y .



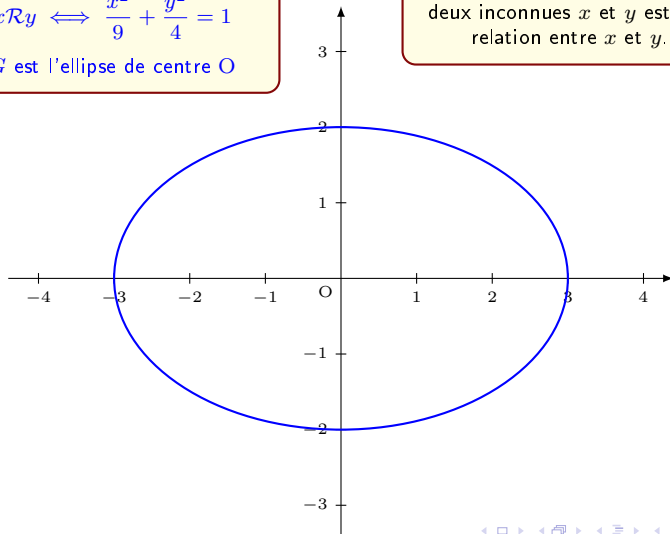
Exemple n° 1 :

$E =$ et $F =$

$$x \mathcal{R} y \iff \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

G est l'ellipse de centre O

Les solutions d'une équation à deux inconnues x et y est une relation entre x et y .



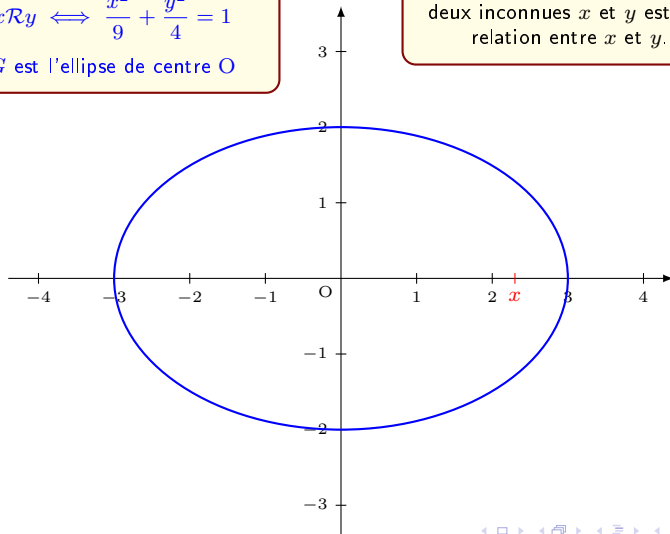
Exemple n° 1 :

$E =$ et $F =$

$$x \mathcal{R} y \iff \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

G est l'ellipse de centre O

Les solutions d'une équation à deux inconnues x et y est une relation entre x et y .



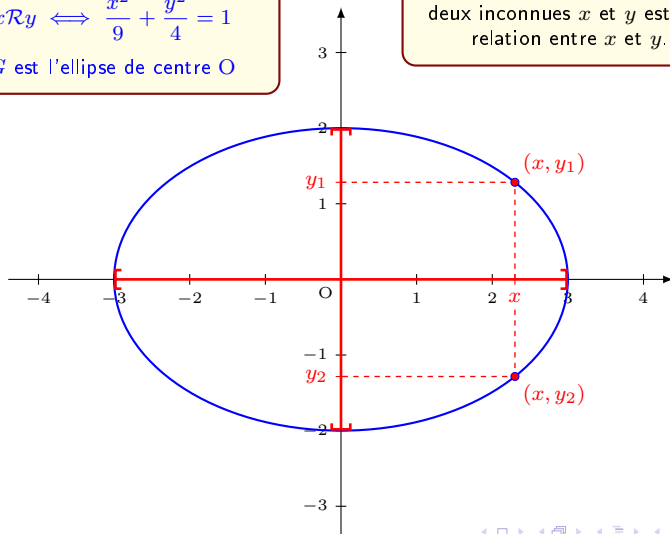
Exemple n° 1 :

$E =$ et $F =$

$$x \mathcal{R} y \iff \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

G est l'ellipse de centre O

Les solutions d'une équation à deux inconnues x et y est une relation entre x et y .



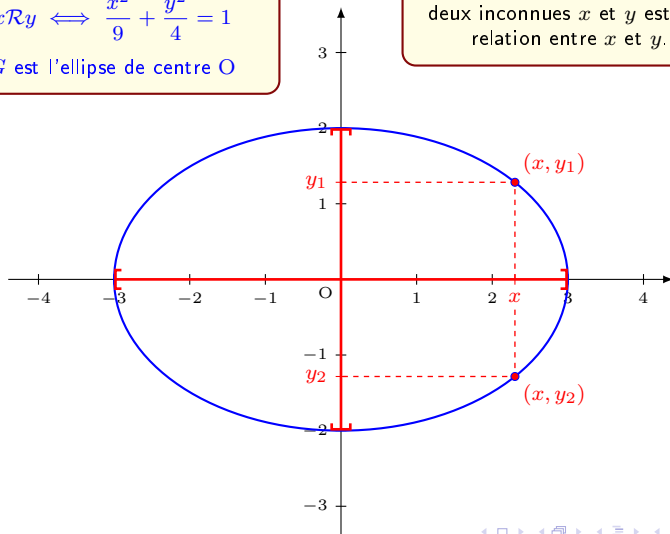
Exemple n° 1 :

$E = [-3, 3]$ et $F =$

$$x \mathcal{R} y \iff \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

G est l'ellipse de centre O

Les solutions d'une équation à deux inconnues x et y est une relation entre x et y .



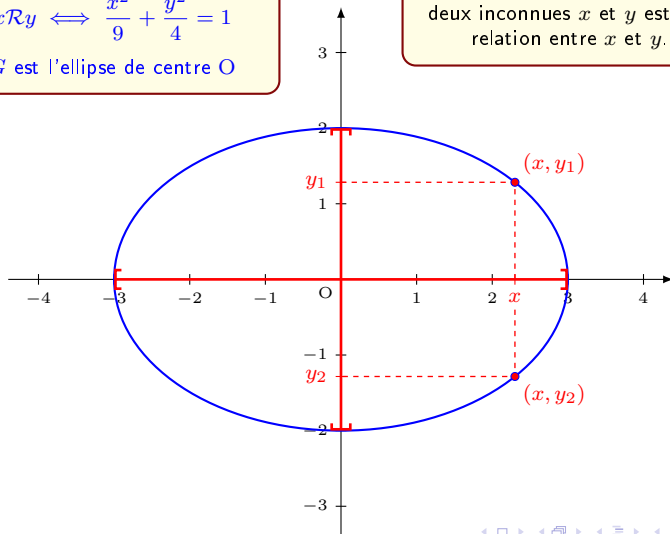
Exemple n° 1 :

$$E = [-3, 3] \text{ et } F = [-2, 2]$$

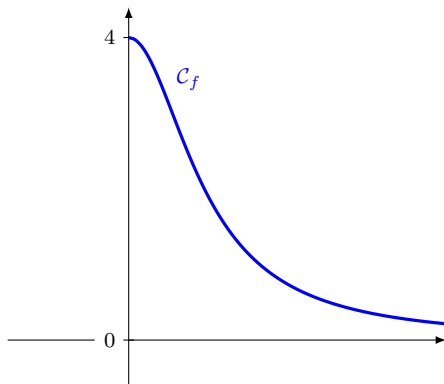
$$x \mathcal{R} y \iff \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

G est l'ellipse de centre O

Les solutions d'une équation à deux inconnues x et y est une relation entre x et y .



Exemple n° 2 :



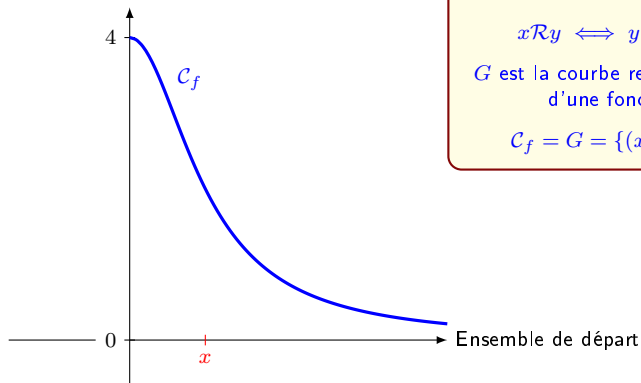
$E =$ et $F =$

$$x\mathcal{R}y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$\mathcal{C}_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Exemple n° 2 :



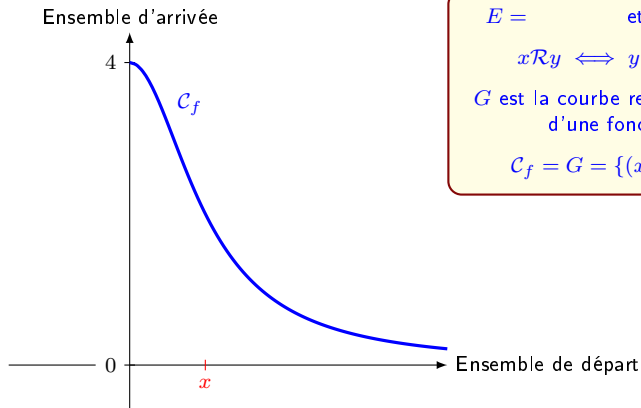
$E =$ et $F =$

$$x \mathcal{R} y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$C_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Exemple n° 2 :



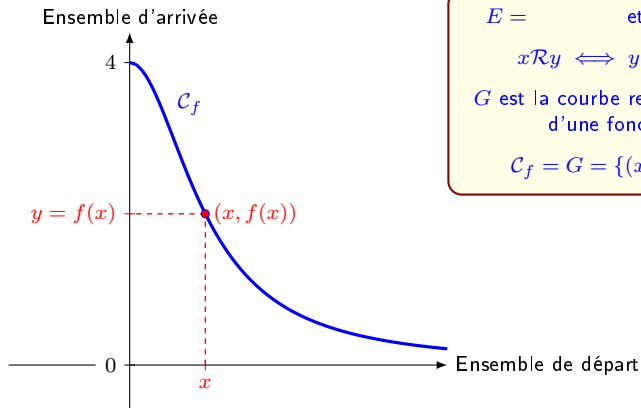
$$E = \quad \text{et } F =$$

$$x\mathcal{R}y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$\mathcal{C}_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Exemple n° 2 :



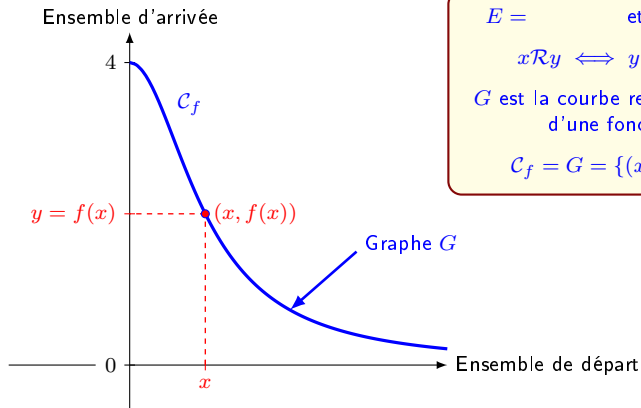
$$E = \quad \text{et } F =$$

$$x\mathcal{R}y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$\mathcal{C}_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Exemple n° 2 :



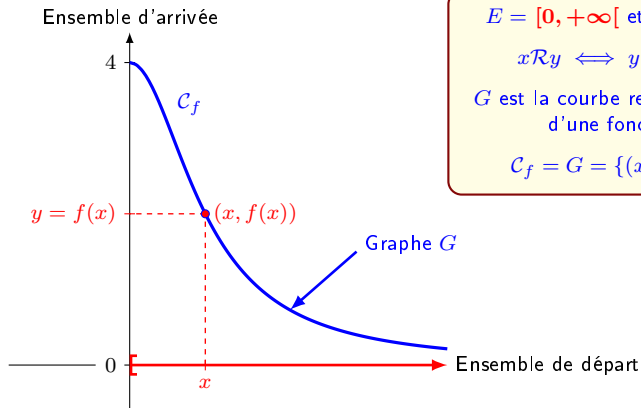
$$E = \quad \text{et } F =$$

$$x \mathcal{R} y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$C_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Exemple n° 2 :



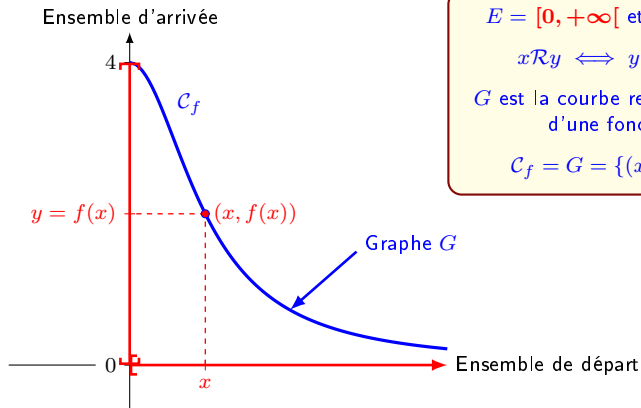
$E = [0, +\infty[$ et $F =$

$$x \mathcal{R} y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$C_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Exemple n° 2 :



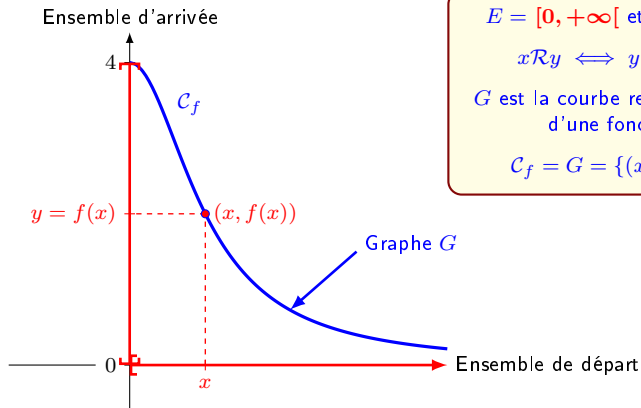
$$E = [0, +\infty[\text{ et } F = [0, 4]$$

$$x \mathcal{R} y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$C_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Exemple n° 2 :



$$E = [0, +\infty[\text{ et } F = [0, 4]$$

$$x\mathcal{R}y \iff y = f(x)$$

G est la courbe représentative
d'une fonction

$$\mathcal{C}_f = G = \{(x, f(x))\}$$

Une fonction est une
relation dite **fonctionnelle**
entre x et y .



Définition:

Une **relation fonctionnelle** est un triplet (E, G, F) vérifiant la propriété :

si pour tout $x \in E$, il existe un élément y de F **au plus un** tel que $x\mathcal{R}y$.



Définition:

Une **relation fonctionnelle** est un triplet (E, G, F) vérifiant la propriété :

si pour tout $x \in E$, il existe un élément y de F **au plus un** tel que $x\mathcal{R}y$.

La relation $\mathcal{R}$ est alors appelée **fonction**, et au lieu de noter $x\mathcal{R}y$, on note $y = \mathcal{R}(x)$



Définition:

Une **relation fonctionnelle** est un triplet (E, G, F) vérifiant la propriété :

si pour tout $x \in E$, il existe un élément y de F **au plus un** tel que $x\mathcal{R}y$.

La relation $\mathcal{R}$ est alors appelée **fonction**, et au lieu de noter $x\mathcal{R}y$, on note $y = \mathcal{R}(x)$



Remarque

Dans ce cas, la relation $\mathcal{R}$ est souvent notée f , et la relation $x\mathcal{R}y$, notée $y = f(x)$

1. Applications.

1. Applications.



Définition:

Une **application** est une relation fonctionnelle (un triplet (E, G, F)) vérifiant la propriété :
si pour tout $x \in E$, il existe un élément y de F **et un seul** tel que $x\mathcal{R}y$.

1. Applications.



Définition:

Une **application** est une relation fonctionnelle (un triplet (E, G, F)) vérifiant la propriété :
si pour tout $x \in E$, il existe un élément y de F **et un seul** tel que $x\mathcal{R}y$.

La relation $\mathcal{R}$ est alors appelée **application**, et au lieu de noter $x\mathcal{R}y$, on note $y = \mathcal{R}(x)$

1. Applications.



Définition:

Une **application** est une relation fonctionnelle (un triplet (E, G, F)) vérifiant la propriété :
si pour tout $x \in E$, il existe un élément y de F **et un seul** tel que $x\mathcal{R}y$.

La relation $\mathcal{R}$ est alors appelée **application**, et au lieu de noter $x\mathcal{R}y$, on note $y = \mathcal{R}(x)$



Remarque

À la différence d'une fonction, une application n'a pas de valeur interdite !

2. Injections et surjections.

2. Injections et surjections.



Définition:

Soit E et F deux ensembles, et f une application de E dans F .

2. Injections et surjections.



Définition:

Soit E et F deux ensembles, et f une application de E dans F .

- f est **injective** si chaque $y \in F$ a **au plus** un antécédent :

2. Injections et surjections.



Définition:

Soit E et F deux ensembles, et f une application de E dans F .

- f est **injective** si chaque $y \in F$ a **au plus** un antécédent :
 - $\forall (x, y) \in E^2, f(x) = f(y) \implies x = y$
 - Autrement dit, par contraposition : $\forall (x, y) \in E^2, x \neq y \implies f(x) \neq f(y)$

2. Injections et surjections.



Définition:

Soit E et F deux ensembles, et f une application de E dans F .

- f est **injective** si chaque $y \in F$ a **au plus** un antécédent :
 - $\forall (x, y) \in E^2, f(x) = f(y) \implies x = y$
 - Autrement dit, par contraposition : $\forall (x, y) \in E^2, x \neq y \implies f(x) \neq f(y)$
- f est **surjective** si chaque $y \in F$ a **au moins** un antécédent :

2. Injections et surjections.



Définition:

Soit E et F deux ensembles, et f une application de E dans F .

- f est **injective** si chaque $y \in F$ a **au plus** un antécédent :
 - $\forall (x, y) \in E^2, f(x) = f(y) \implies x = y$
 - Autrement dit, par contraposition : $\forall (x, y) \in E^2, x \neq y \implies f(x) \neq f(y)$
- f est **surjective** si chaque $y \in F$ a **au moins** un antécédent :

$\forall y \in F$, il existe un $x \in E$, tel que $y = f(x)$

2. Injections et surjections.



Définition:

Soit E et F deux ensembles, et f une application de E dans F .

- f est **injective** si chaque $y \in F$ a **au plus** un antécédent :
 - $\forall (x, y) \in E^2, f(x) = f(y) \implies x = y$
 - Autrement dit, par contraposition : $\forall (x, y) \in E^2, x \neq y \implies f(x) \neq f(y)$
- f est **surjective** si chaque $y \in F$ a **au moins** un antécédent :
$$\forall y \in F, \text{ il existe un } x \in E, \text{ tel que } y = f(x)$$
- f est **bijjective** si chaque $y \in F$ a **un et un seul** un antécédent :

2. Injections et surjections.



Définition:

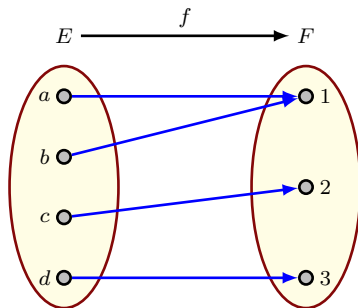
Soit E et F deux ensembles, et f une application de E dans F .

- f est **injective** si chaque $y \in F$ a **au plus** un antécédent :
 - $\forall (x, y) \in E^2, f(x) = f(y) \implies x = y$
 - Autrement dit, par contraposition : $\forall (x, y) \in E^2, x \neq y \implies f(x) \neq f(y)$
- f est **surjective** si chaque $y \in F$ a **au moins** un antécédent :

$$\forall y \in F, \text{ il existe un } x \in E, \text{ tel que } y = f(x)$$
- f est **bijjective** si chaque $y \in F$ a **un et un seul** un antécédent :

Autrement dit, lorsque f est injective et surjective.

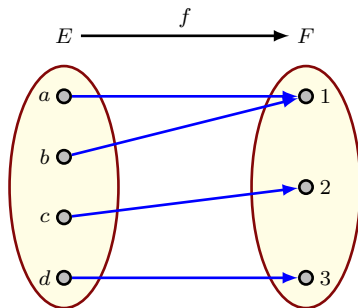
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective?

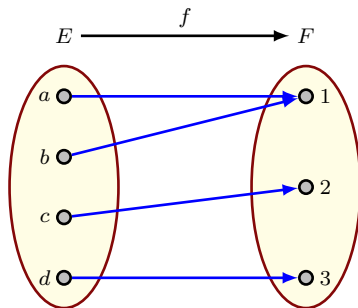
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car**

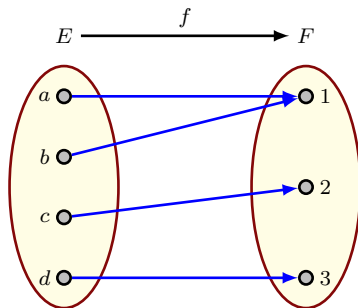
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**

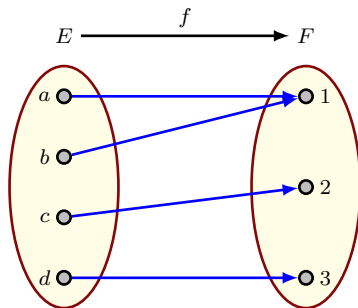
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective?

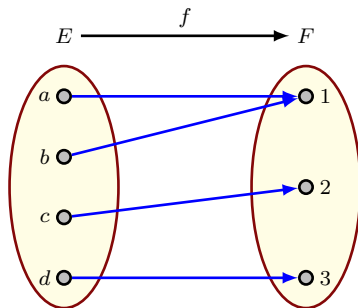
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **non, car**

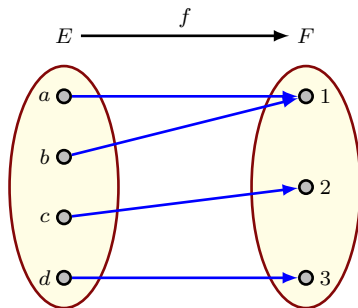
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui**, car **1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **non**, car **$f(a) = f(b) = 1$, donc 1 à 2 antécédents : a et b .**

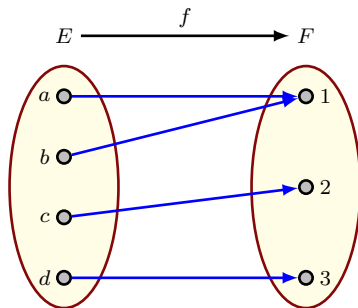
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **non, car $f(a) = f(b) = 1$, donc 1 à 2 antécédents : a et b .**
- bijective?

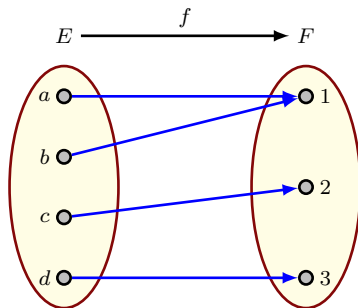
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **non, car $f(a) = f(b) = 1$, donc 1 à 2 antécédents : a et b .**
- bijective? **non, car**

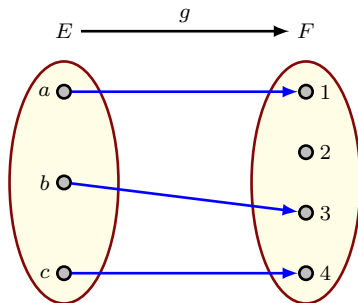
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **non, car $f(a) = f(b) = 1$, donc 1 à 2 antécédents : a et b .**
- bijective? **non, car elle n'est pas injective.**

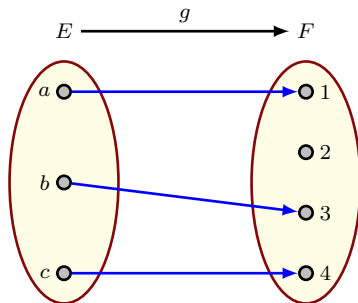
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective?

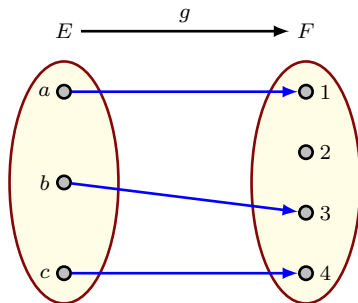
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car**

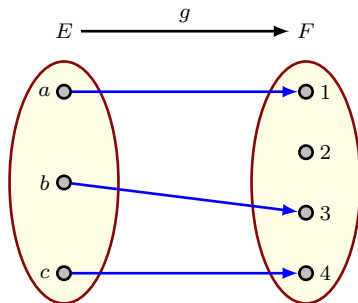
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car 2 n'a pas d'antécédents**

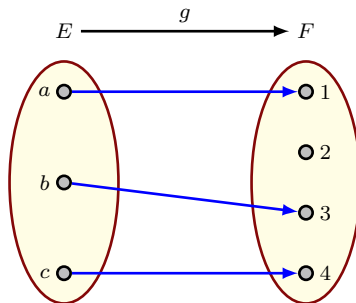
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car 2 n'a pas d'antécédents**
- injective?

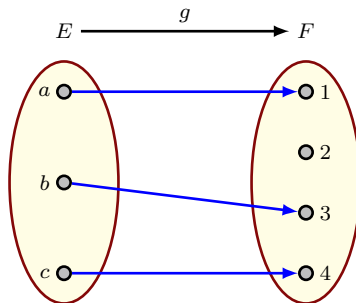
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car 2 n'a pas d'antécédents**
- injective? **oui, car**

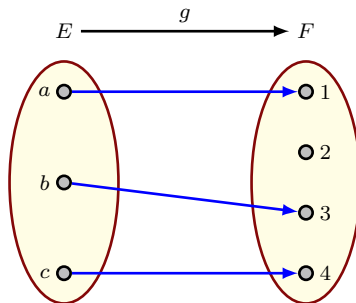
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car 2 n'a pas d'antécédents**
- injective? **oui, car 1, 2, 3, et 4 ont au plus un antécédents.**

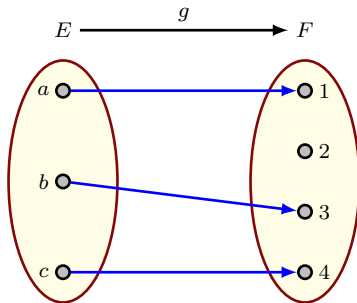
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car 2 n'a pas d'antécédents**
- injective? **oui, car 1, 2, 3, et 4 ont au plus un antécédents.**
- bijective?

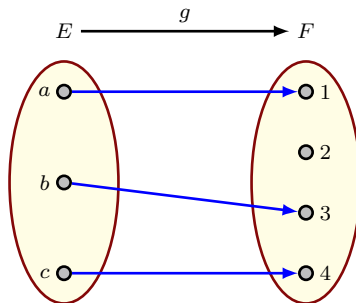
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car 2 n'a pas d'antécédents**
- injective? **oui, car 1, 2, 3, et 4 ont au plus un antécédents.**
- bijective? **non, car**

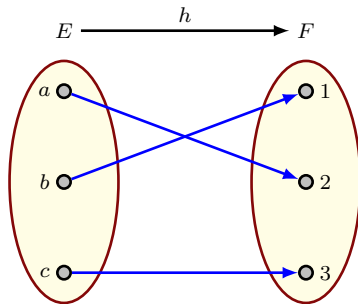
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **non, car 2 n'a pas d'antécédents**
- injective? **oui, car 1, 2, 3, et 4 ont au plus un antécédents.**
- bijective? **non, car elle n'est pas surjective.**

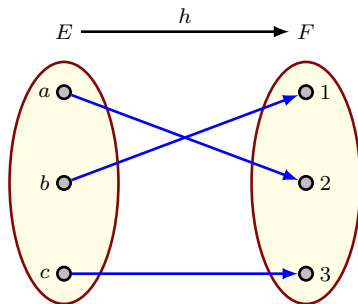
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective?

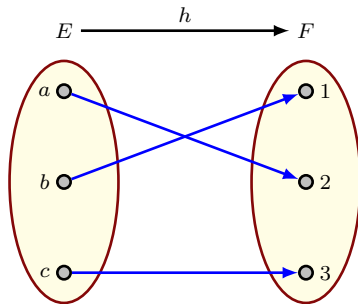
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car**

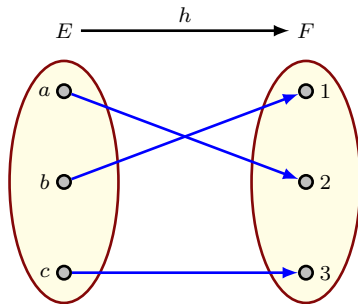
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**

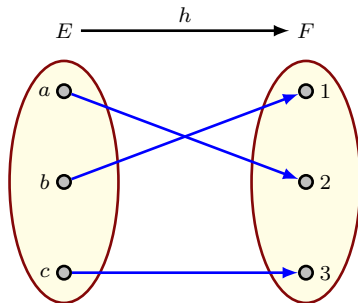
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective?

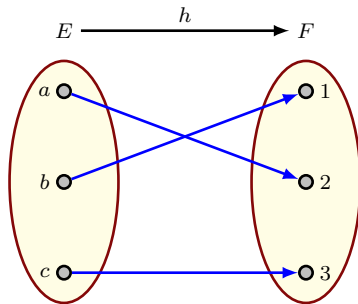
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **oui, car**

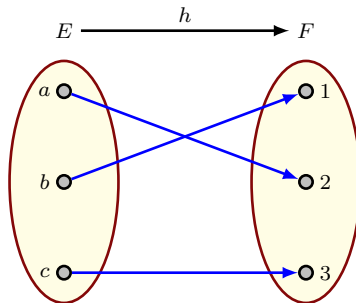
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **oui, car $g(a) \neq g(b)$, $g(a) \neq g(c)$, et $g(b) \neq g(c)$**

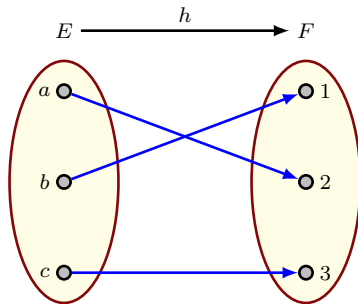
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **oui, car $g(a) \neq g(b)$, $g(a) \neq g(c)$, et $g(b) \neq g(c)$**
- bijective?

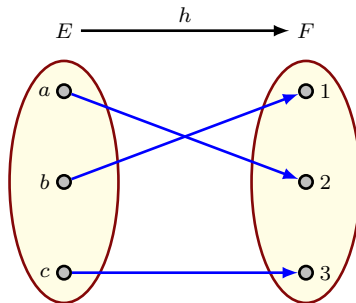
Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **oui, car $g(a) \neq g(b)$, $g(a) \neq g(c)$, et $g(b) \neq g(c)$**
- bijective? **oui, car**

Exemple n° 3 :



L'application f est -elle :

- surjective? **oui, car 1, 2, et 3 ont des antécédents.**
- injective? **oui, car $g(a) \neq g(b)$, $g(a) \neq g(c)$, et $g(b) \neq g(c)$**
- bijective? **oui, car elle est injective et surjective.**

3. Composition.

3. Composition.

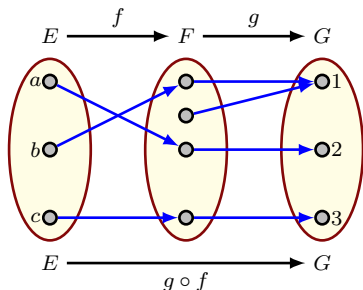


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) =$$

3. Composition.

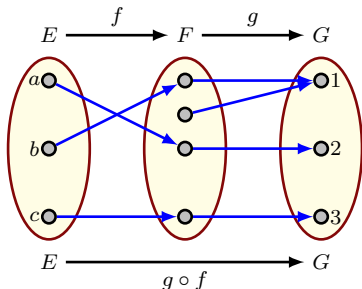


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) =$$

3. Composition.

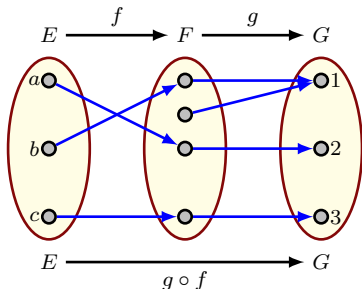


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté $g \circ f$ est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

3. Composition.

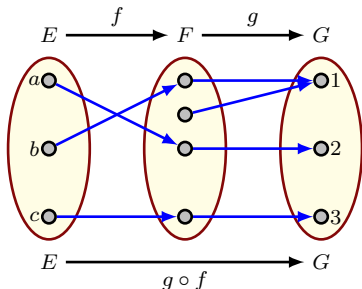


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) =$$

3. Composition.

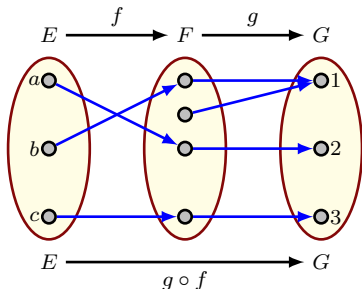


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) =$$

3. Composition.

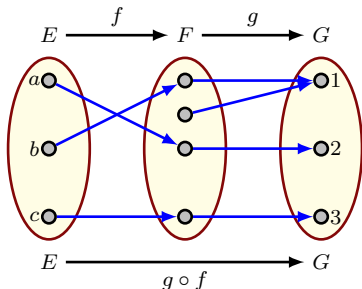


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 1$$

3. Composition.

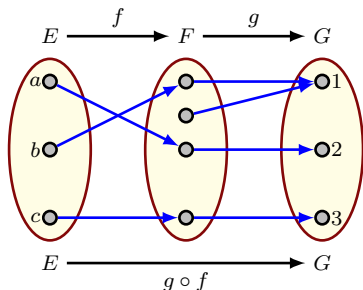


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 1$$

$$(g \circ f)(c) =$$

3. Composition.

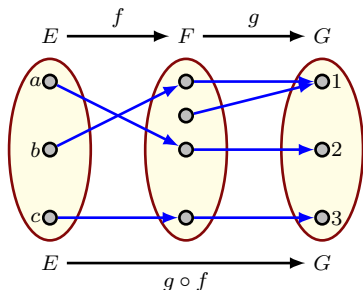


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 1$$

$$(g \circ f)(c) = g(f(c)) =$$

3. Composition.

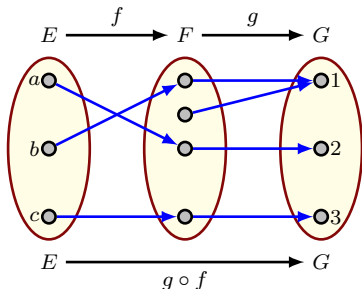


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 1$$

$$(g \circ f)(c) = g(f(c)) = 3$$

3. Composition.

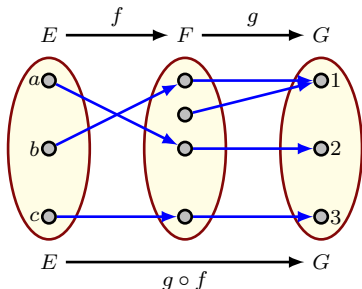


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 1$$

$$(g \circ f)(c) = g(f(c)) = 3$$

L'application $g \circ f$ est

3. Composition.

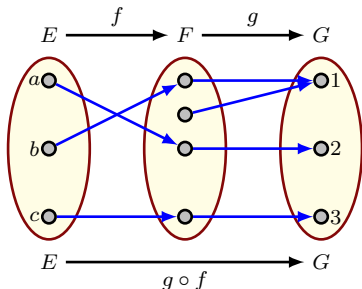


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté **$g \circ f$** est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 1$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 2$$

$$(g \circ f)(c) = g(f(c)) = 3$$

L'application $g \circ f$ est **bijjective, car**

3. Composition.

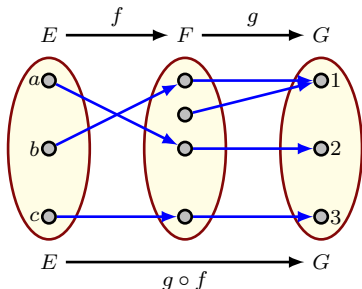


Définition:

Soient E , F , et G trois ensembles, f une application de E dans F , g de F dans G .
La **composée** des applications f et g , noté $g \circ f$ est l'application de E dans G définie par :

$$\forall x \in E, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 1$$

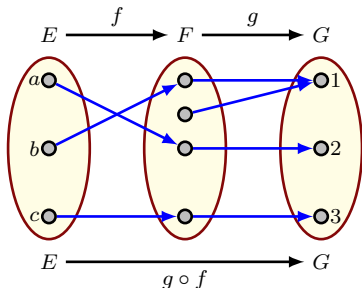
$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 2$$

$$(g \circ f)(c) = g(f(c)) = 3$$

L'application $g \circ f$ est **bijjective**, car **1, 2, et 3** ont un antécédent et un seul.

3. Composition.

Exemple n° 4 :



$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = g(f(b)) = 1$$

$$(g \circ f)(c) = g(f(c)) = 3$$

L'application $g \circ f$ est **bijective**, car **1, 2, et 3** ont un antécédent et un seul.



Remarque

! $g \circ f$ est une bijection, alors que, g n'est pas **injective**, et f n'est pas **surjective**.



Définition:

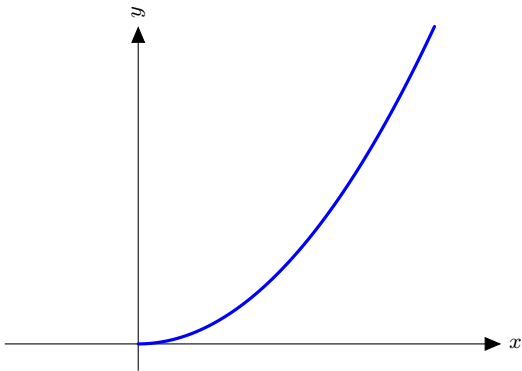
L'application **réci**proque d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note **f^{-1}** .



Définition:

L'application **réci**proque d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$

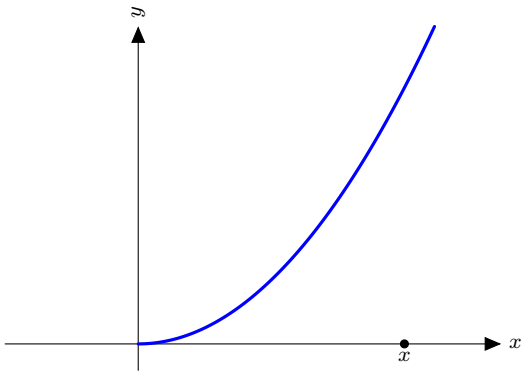




Définition:

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$

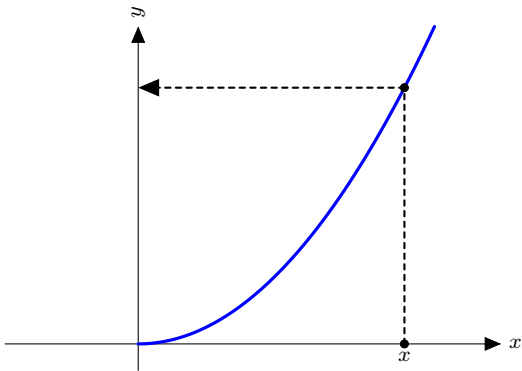




Définition:

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

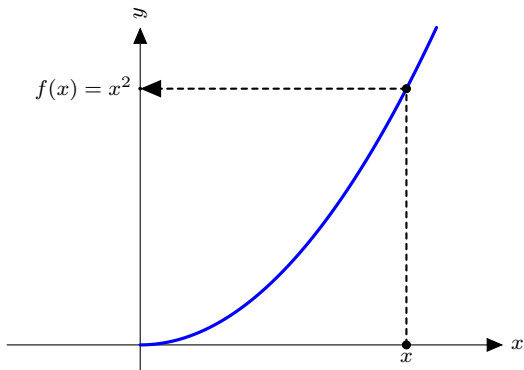
Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



**Définition:**

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

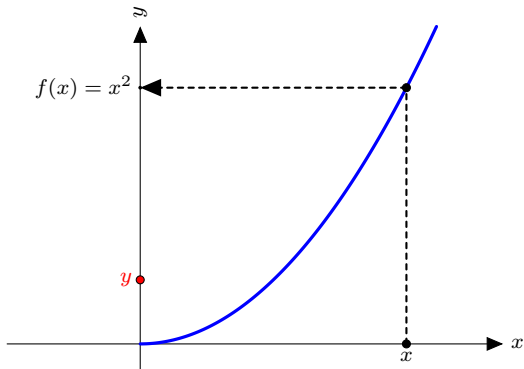
Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
 $x \longmapsto x^2$



**Définition:**

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
 $x \longmapsto x^2$

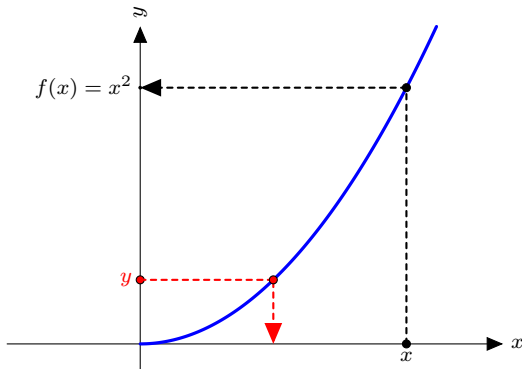




Définition:

L'application **récioproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
 $x \longmapsto x^2$



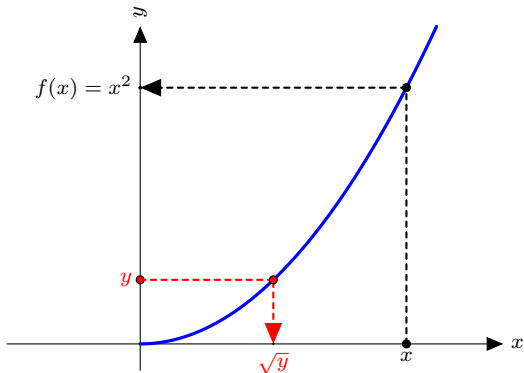


Définition:

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$

$$x \longmapsto x^2$$



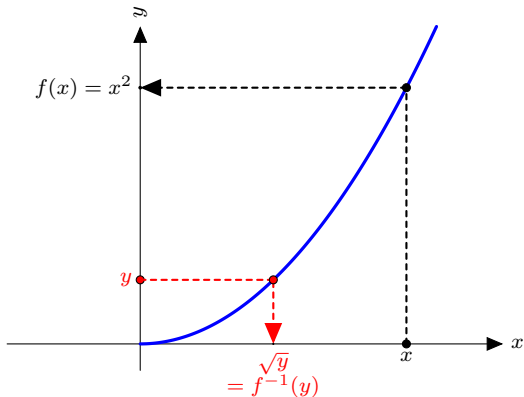


Définition:

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$

$$x \longmapsto x^2$$

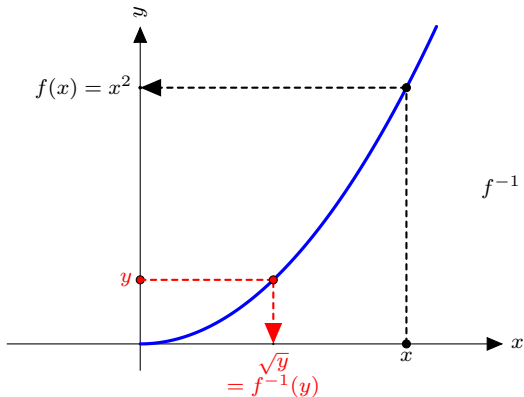




Définition:

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
 $x \longmapsto x^2$

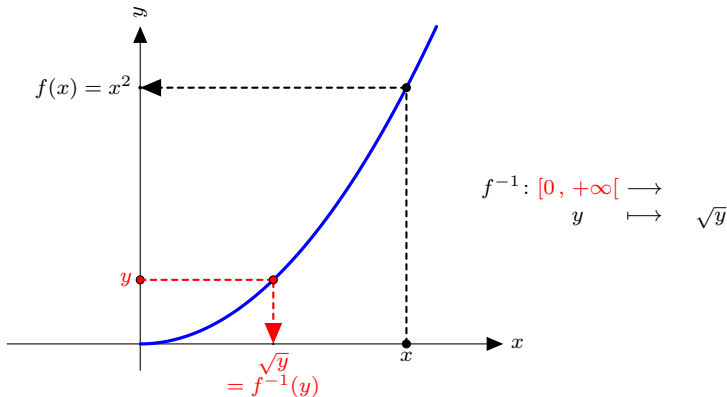


$$f^{-1}: \begin{array}{ccc} & \longrightarrow & \\ y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

**Définition:**

L'application **récioproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

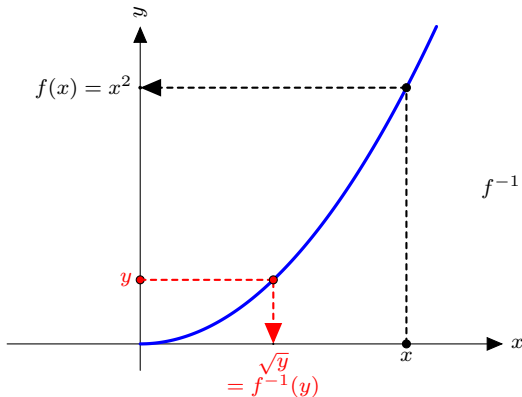
Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
 $x \longmapsto x^2$



**Définition:**

L'application **réciproque** d'une application bijective f de E dans F est l'application de F dans E qui, à tout, y de F , associe l'unique x de E tel que $y = f(x)$. On la note f^{-1} .

Exemple n° 5 : On considère la fonction $f: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$
 $x \longmapsto x^2$

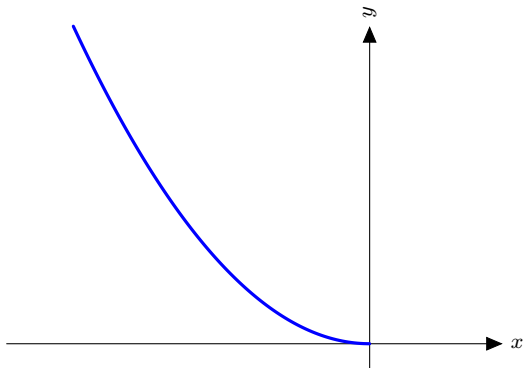


$$f^{-1}: [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$$

$$y \longmapsto \sqrt{y}$$

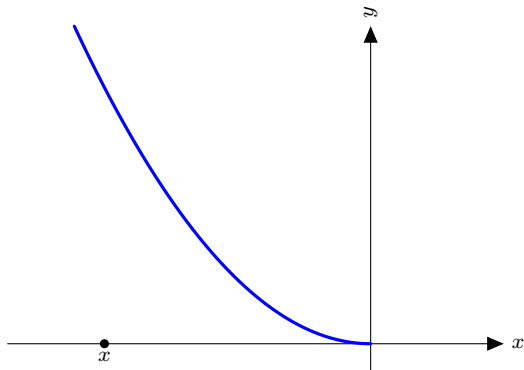
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
 $x \longmapsto x^2$



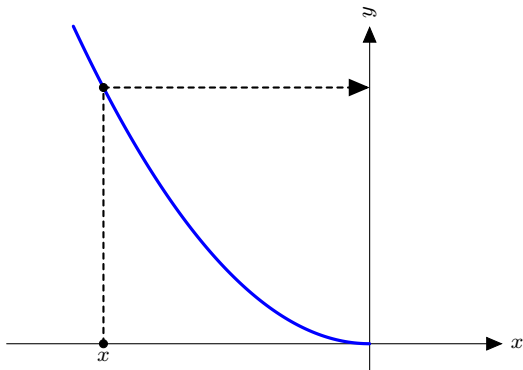
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



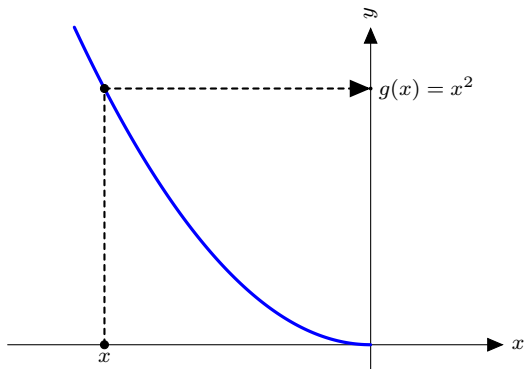
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



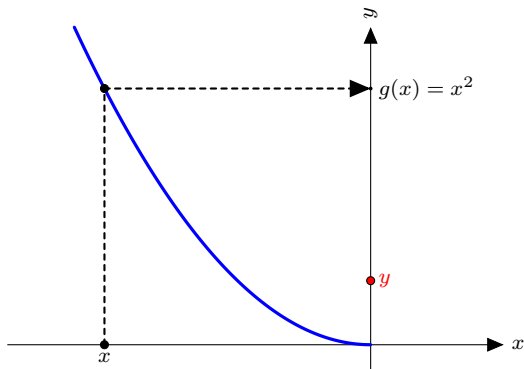
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



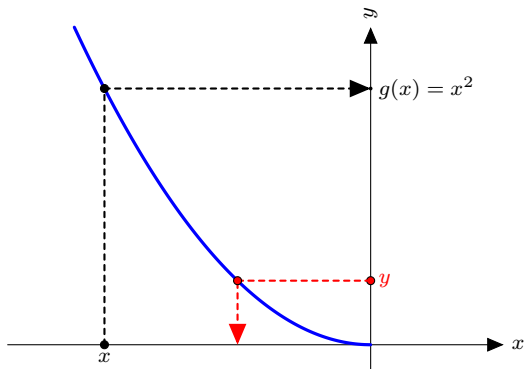
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



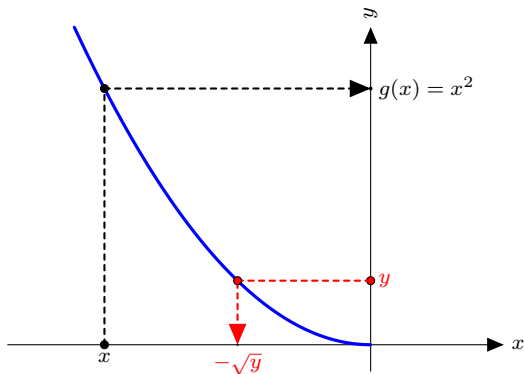
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



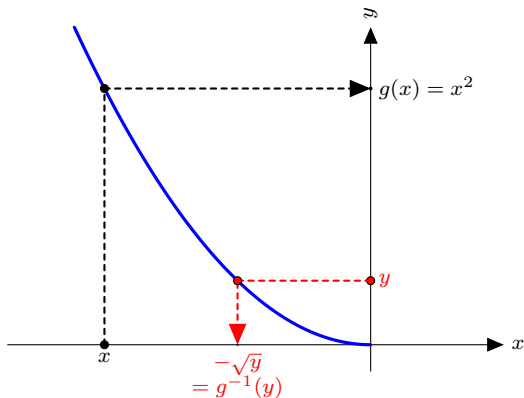
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



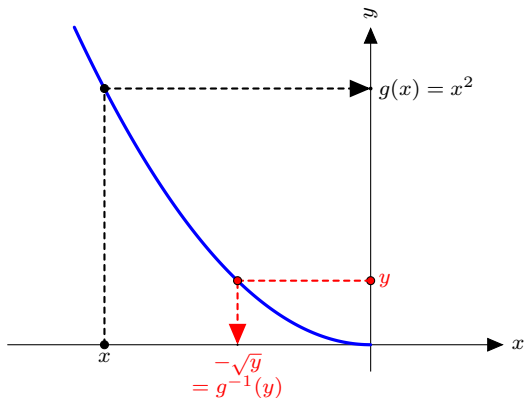
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



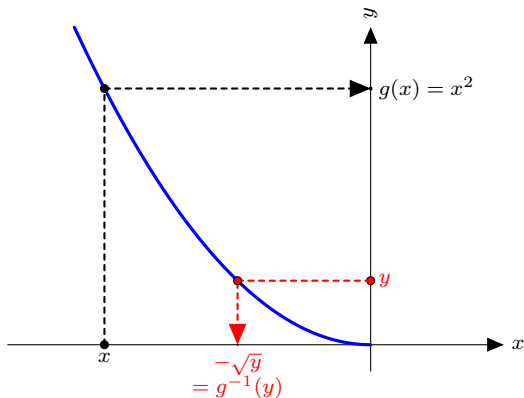
I. Relations.

Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



I. Relations.

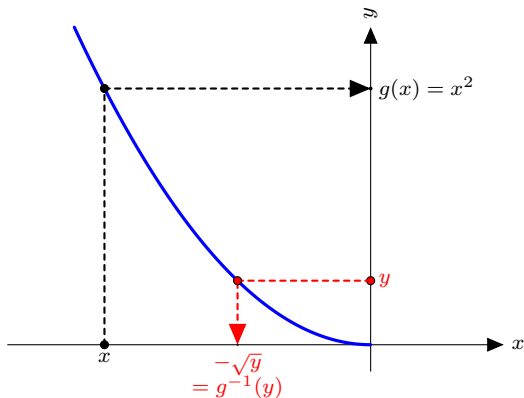
Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



$$g^{-1}: \quad \longrightarrow$$
$$y \longmapsto -\sqrt{y}$$

I. Relations.

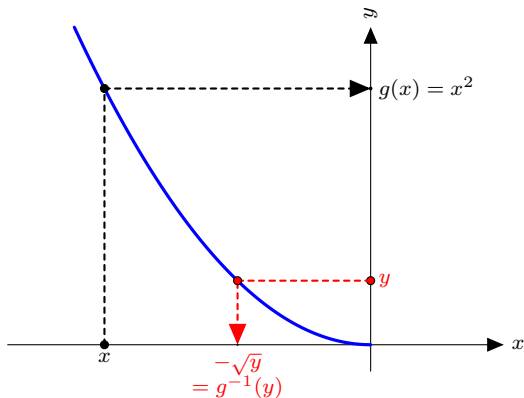
Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



$$g^{-1}: [0, +\infty[\longrightarrow]-\infty, 0] \\ y \longmapsto -\sqrt{y}$$

I. Relations.

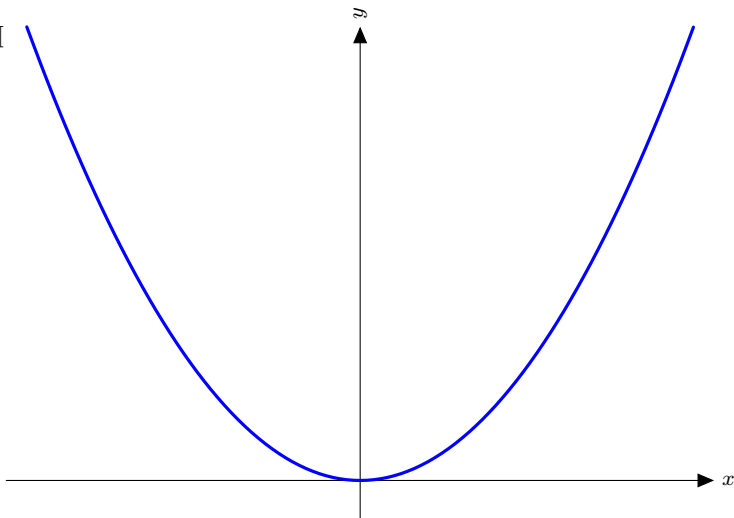
Maintenant, on considère la fonction $g:]-\infty, 0] \longrightarrow [0, +\infty[$
$$x \longmapsto x^2$$



$$g^{-1}: [0, +\infty[\longrightarrow]-\infty, 0]$$
$$y \longmapsto -\sqrt{y}$$

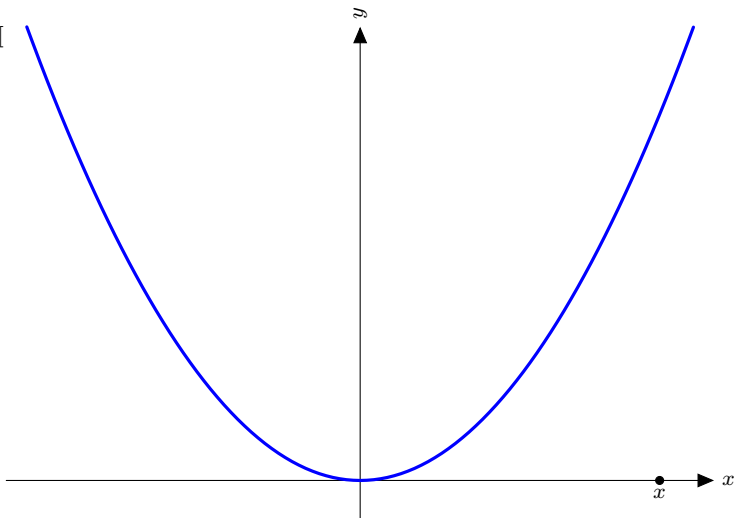
I. Relations.

$$\begin{aligned} h: \mathbb{R} &\longrightarrow [0, +\infty[\\ x &\longmapsto x^2 \end{aligned}$$



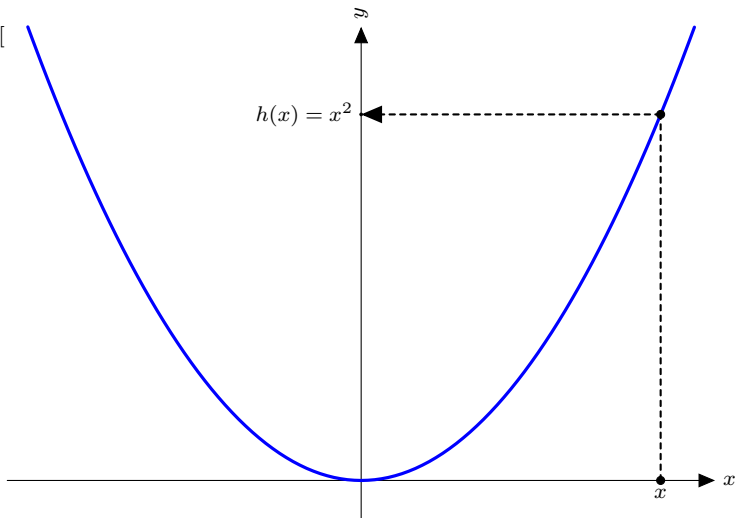
I. Relations.

$$\begin{aligned} h: \mathbb{R} &\longrightarrow [0, +\infty[\\ x &\longmapsto x^2 \end{aligned}$$



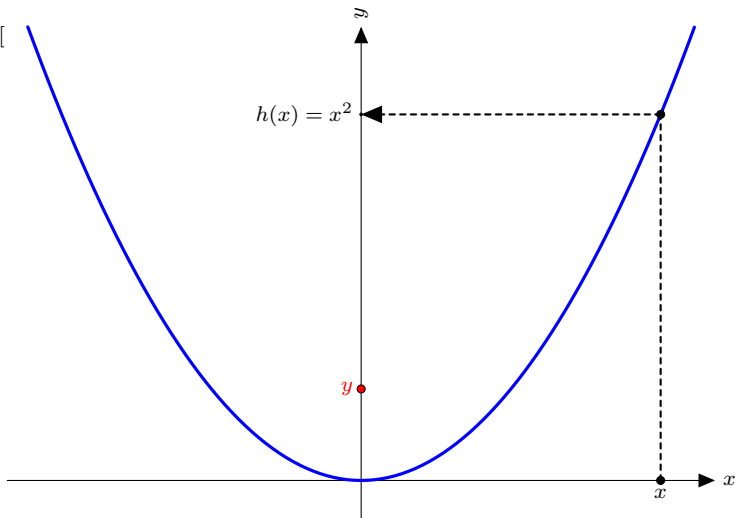
I. Relations.

$$h: \mathbb{R} \longrightarrow [0, +\infty[$$
$$x \longmapsto x^2$$



I. Relations.

$$h: \mathbb{R} \longrightarrow [0, +\infty[$$
$$x \longmapsto x^2$$

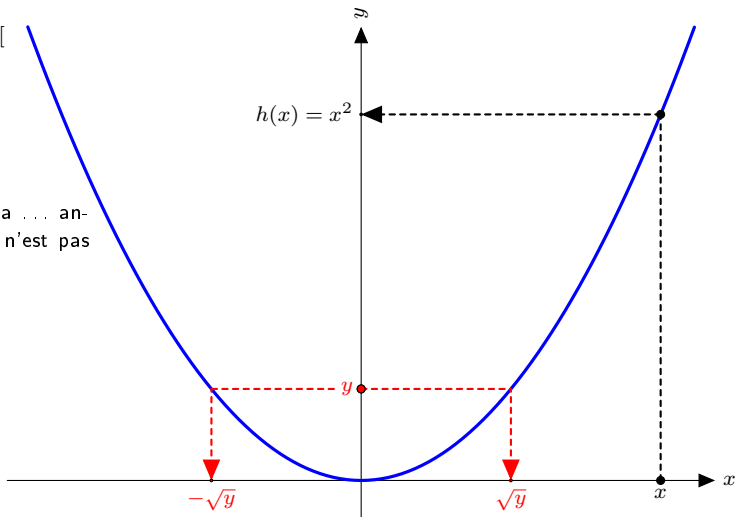


$$h: \mathbb{R} \longrightarrow [0, +\infty[$$

$$x \longmapsto x^2$$

si $x > 0$ alors x a ... antécédents, donc h n'est pas

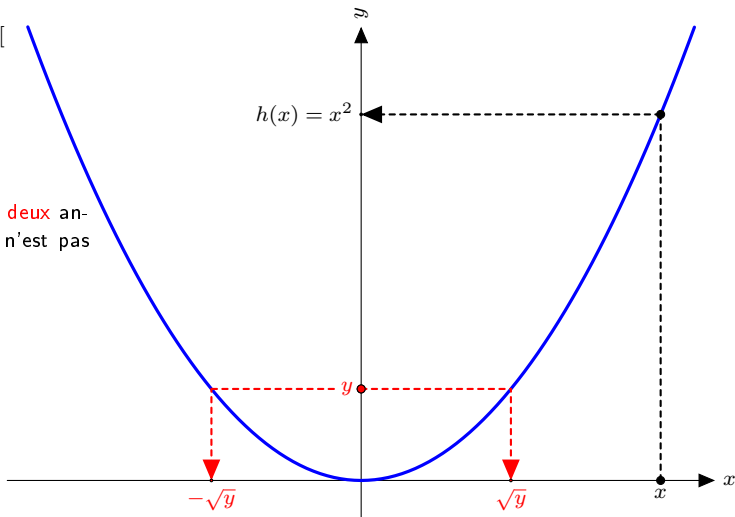
.....



$$h: \mathbb{R} \longrightarrow [0, +\infty[$$
$$x \longmapsto x^2$$

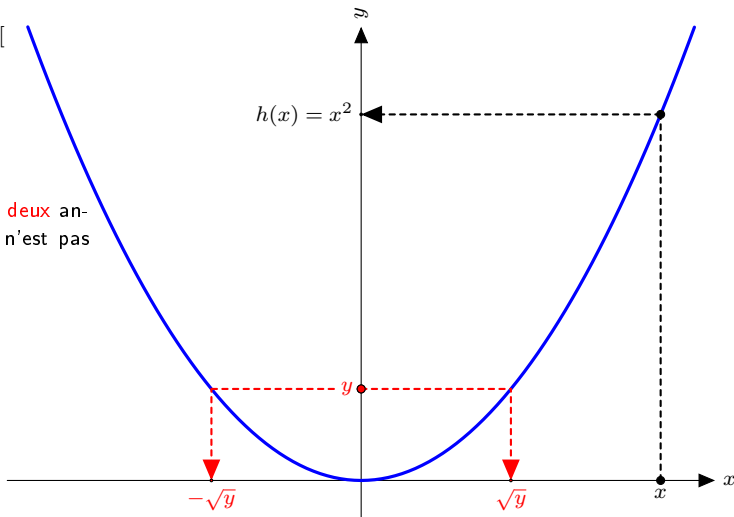
si $x > 0$ alors x a **deux** antécédents, donc h n'est pas

.....



$$h: \mathbb{R} \longrightarrow [0, +\infty[$$
$$x \longmapsto x^2$$

si $x > 0$ alors x a **deux** antécédents, donc h n'est pas **bijjective**.





Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) =$



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) =$



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda f(\vec{u})$

Ce qui est équivalent à :

- $f(\lambda \vec{u} + \mu \vec{v}) =$



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda f(\vec{u})$

Ce qui est équivalent à :

- $f(\lambda \vec{u} + \mu \vec{v}) = \lambda f(\vec{u}) + \mu f(\vec{v})$

Autrement dit, f conserve les



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda f(\vec{u})$

Ce qui est équivalent à :

- $f(\lambda \vec{u} + \mu \vec{v}) = \lambda f(\vec{u}) + \mu f(\vec{v})$

Autrement dit, f conserve les **combinaisons linéaires**.

Ce qui est équivalent à :

- Pour chaque base $\mathcal{E}$ de E , et chaque base $\mathcal{F}$ de F ,
il existe une matrice M telle que $\left[f(\vec{u}) \right]_{\mathcal{F}} =$



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda f(\vec{u})$

Ce qui est équivalent à :

- $f(\lambda \vec{u} + \mu \vec{v}) = \lambda f(\vec{u}) + \mu f(\vec{v})$

Autrement dit, f conserve les **combinaisons linéaires**.

Ce qui est équivalent à :

- Pour chaque base $\mathcal{E}$ de E , et chaque base $\mathcal{F}$ de F ,
il existe une matrice M telle que $[f(\vec{u})]_{\mathcal{F}} = M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$.



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda f(\vec{u})$

Ce qui est équivalent à :

- $f(\lambda \vec{u} + \mu \vec{v}) = \lambda f(\vec{u}) + \mu f(\vec{v})$

Autrement dit, f conserve les **combinaisons linéaires**.

Ce qui est équivalent à :

- Pour chaque base $\mathcal{E}$ de E , et chaque base $\mathcal{F}$ de F ,
il existe une matrice M telle que $[f(\vec{u})]_{\mathcal{F}} = M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$.

Cette matrice M est notée



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda f(\vec{u})$

Ce qui est équivalent à :

- $f(\lambda \vec{u} + \mu \vec{v}) = \lambda f(\vec{u}) + \mu f(\vec{v})$

Autrement dit, f conserve les **combinaisons linéaires**.

Ce qui est équivalent à :

- Pour chaque base $\mathcal{E}$ de E , et chaque base $\mathcal{F}$ de F ,
il existe une matrice M telle que $[f(\vec{u})]_{\mathcal{F}} = M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$.

Cette matrice M est notée **$\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f)$** .



Définition:

Soient E et F deux espaces vectoriels, et f une application de E dans F . Une application f est **linéaire** si et seulement si pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de E , et tous scalaires λ et μ de $\mathbb{R}$:

- $f(\vec{u} + \vec{v}) = f(\vec{u}) + f(\vec{v})$
- $f(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda f(\vec{u})$

Ce qui est équivalent à :

- $f(\lambda \vec{u} + \mu \vec{v}) = \lambda f(\vec{u}) + \mu f(\vec{v})$

Autrement dit, f conserve les **combinaisons linéaires**.

Ce qui est équivalent à :

- Pour chaque base $\mathcal{E}$ de E , et chaque base $\mathcal{F}$ de F ,
il existe une matrice M telle que $[f(\vec{u})]_{\mathcal{F}} = M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$.

Cette matrice M est notée **$\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f)$** .

On note **$L(E, F)$** l'ensemble des applications linéaires de E dans F .



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;
- **endomorphisme** de E lorsque $E = F$;



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;
- **endomorphisme** de E lorsque $E = F$;
- **isomorphisme** de E dans F lorsque f est bijective ;



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;
- **endomorphisme** de E lorsque $E = F$;
- **isomorphisme** de E dans F lorsque f est bijective ;
- **automorphisme** de E lorsque f est bijective et $E = F$;



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;
- **endomorphisme** de E lorsque $E = F$;
- **isomorphisme** de E dans F lorsque f est bijective ;
- **automorphisme** de E lorsque f est bijective et $E = F$;
- **forme linéaire** sur E lorsque $F = \mathbb{R}$.

L'ensemble des

- endomorphismes de E est noté



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;
- **endomorphisme** de E lorsque $E = F$;
- **isomorphisme** de E dans F lorsque f est bijective ;
- **automorphisme** de E lorsque f est bijective et $E = F$;
- **forme linéaire** sur E lorsque $F = \mathbb{R}$.

L'ensemble des

- endomorphismes de E est noté **$L(E)$** au lieu de $L(E, E)$.
- automorphismes de E , noté



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;
- **endomorphisme** de E lorsque $E = F$;
- **isomorphisme** de E dans F lorsque f est bijective ;
- **automorphisme** de E lorsque f est bijective et $E = F$;
- **forme linéaire** sur E lorsque $F = \mathbb{R}$.

L'ensemble des

- endomorphismes de E est noté **$L(E)$** au lieu de $L(E, E)$.
- automorphismes de E , noté **$GL(E)$** , est appelé le



Définition:

Une application linéaire de E dans F est appelée :

- **homomorphisme** ou **morphisme** de E dans F ;
- **endomorphisme** de E lorsque $E = F$;
- **isomorphisme** de E dans F lorsque f est bijective ;
- **automorphisme** de E lorsque f est bijective et $E = F$;
- **forme linéaire** sur E lorsque $F = \mathbb{R}$.

L'ensemble des

- endomorphismes de E est noté **$L(E)$** au lieu de $L(E, E)$.
- automorphismes de E , noté **$GL(E)$** , est appelé le **Groupe linéaire de E** .

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$.

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** .

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base** $\mathcal{E}$. D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$.

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base** $\mathcal{E}$. D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$.

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base** $\mathcal{E}$. D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** . D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base** $\mathcal{E}$. D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

et calculons :

$$f(\vec{e}_1) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** . D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

et calculons :

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** . D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

et calculons :

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** . D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

et calculons :

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** . D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

et calculons :

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** . D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

et calculons :

$$f(\vec{e}_1) = M \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = M \times [\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

1. Images des vecteurs de la bases de l'espace vectoriel de départ.

On se place dans la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de $\mathbb{R}^2$. On rappelle que l'on note $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}}$ les coordonnées du vecteurs $\vec{e}_1$ dans la **base $\mathcal{E}$** . D'ailleurs, $[\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $[\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Considérons la matrice

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et définissons l'application **linéaire** f définie par :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \vec{u} & \longmapsto & M \times [\vec{u}]_{\mathcal{E}} \end{array}$$

et calculons :

$$f(\vec{e}_1) = M \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = M \times [\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

$$f(\vec{e_1}) = \mathbf{M} \times [\vec{e_1}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e_2}) = \mathbf{M} \times [\vec{e_2}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$



Propriété:

Etant donnée une application linéaire (**homomorphisme**) de l'espace vectoriel E muni d'une base $\mathcal{E}$ dans l'espace vectoriel F muni d'une base $\mathcal{F}$, on a :

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$



Propriété:

Etant donnée une application linéaire (**homomorphisme**) de l'espace vectoriel E muni d'une base $\mathcal{E}$ dans l'espace vectoriel F muni d'une base $\mathcal{F}$, on a :

$$[\dots]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} [f(\vec{e}_1)]_{\mathcal{F}} & [f(\vec{e}_2)]_{\mathcal{F}} & \dots & [f(\vec{e}_j)]_{\mathcal{F}} & \dots & [f(\vec{e}_p)]_{\mathcal{F}} \\ a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,j} & \dots & a_{1,p} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,j} & \dots & a_{2,p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & \dots & a_{i,j} & \dots & a_{i,p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,j} & \dots & a_{n,p} \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

$$f(\vec{e}_1) = M \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = M \times [\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$



Propriété:

Etant donnée une application linéaire (**homomorphisme**) de l'espace vectoriel E muni d'une base $\mathcal{E}$ dans l'espace vectoriel F muni d'une base $\mathcal{F}$, on a :

$$\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} [f(\vec{e}_1)]_{\mathcal{F}} & [f(\vec{e}_2)]_{\mathcal{F}} & \dots & [f(\vec{e}_j)]_{\mathcal{F}} & \dots & [f(\vec{e}_p)]_{\mathcal{F}} \\ a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,j} & \dots & a_{1,p} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,j} & \dots & a_{2,p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & \dots & a_{i,j} & \dots & a_{i,p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,j} & \dots & a_{n,p} \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ et } f(\vec{e}_2) = \mathbf{M} \times [\vec{e}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$



Propriété:

Etant donnée une application linéaire (**homomorphisme**) de l'espace vectoriel E muni d'une base $\mathcal{E}$ dans l'espace vectoriel F muni d'une base $\mathcal{F}$, on a :

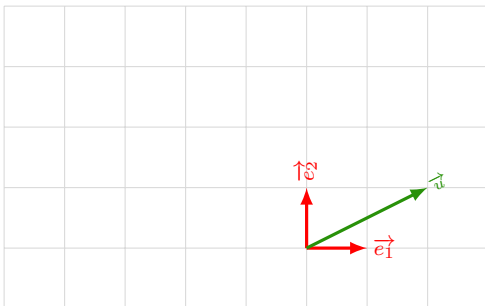
$$\mathbf{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} [f(\vec{e}_1)]_{\mathcal{F}} & [f(\vec{e}_2)]_{\mathcal{F}} & \dots & [f(\vec{e}_j)]_{\mathcal{F}} & \dots & [f(\vec{e}_p)]_{\mathcal{F}} \\ a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,j} & \dots & a_{1,p} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,j} & \dots & a_{2,p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & \dots & a_{i,j} & \dots & a_{i,p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,j} & \dots & a_{n,p} \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

2. La transformation de Roméo et Juliette.

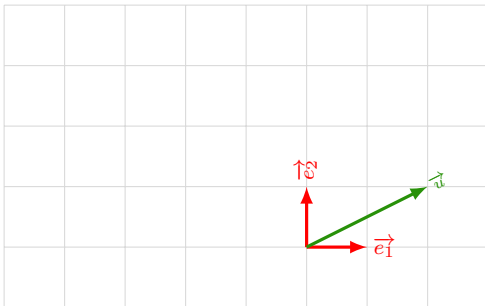
- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$

On a :



2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



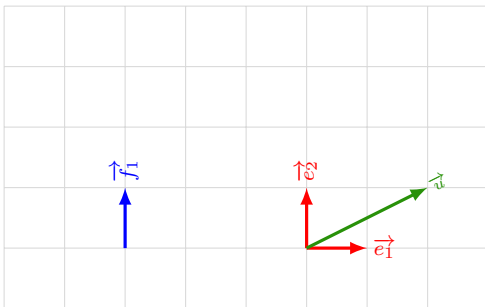
On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



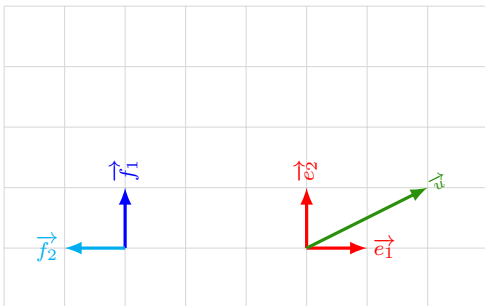
On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



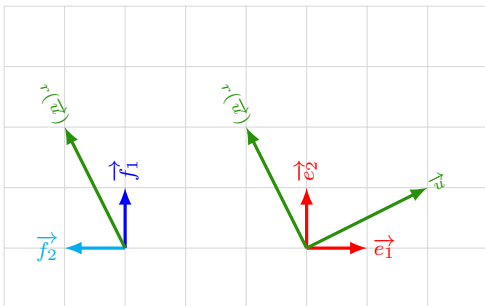
On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



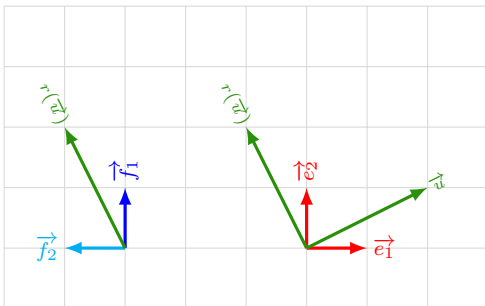
On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned}\vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2\end{aligned}$$



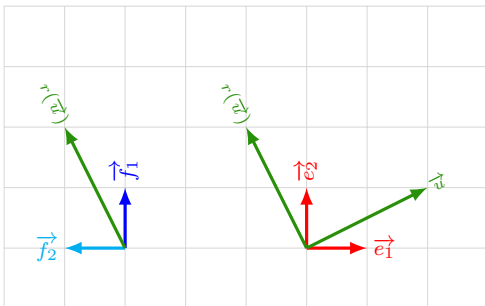
On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned}\vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2\end{aligned}$$



On a :

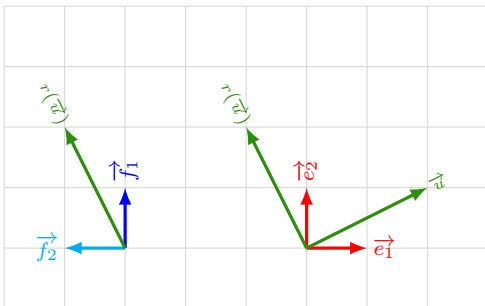
$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned}\vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2\end{aligned}$$



On a :

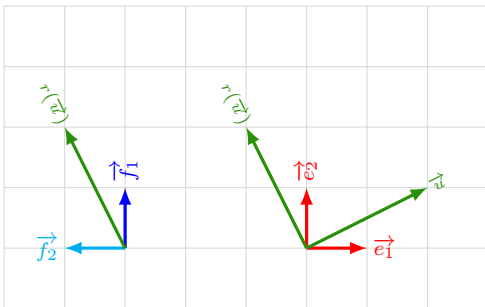
$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

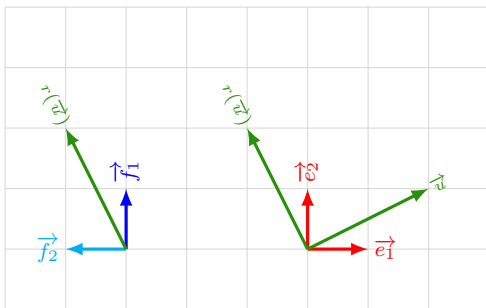
$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \text{ donc } [r(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

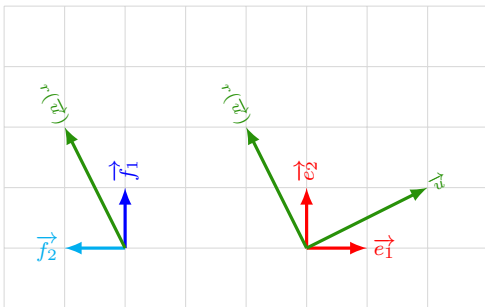
$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } [r(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

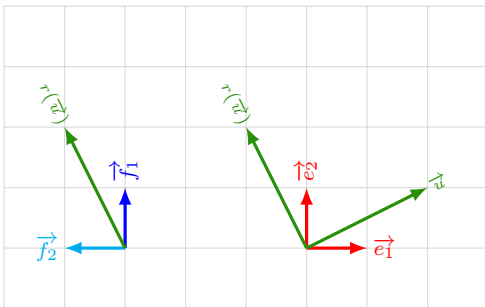
$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } [r(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

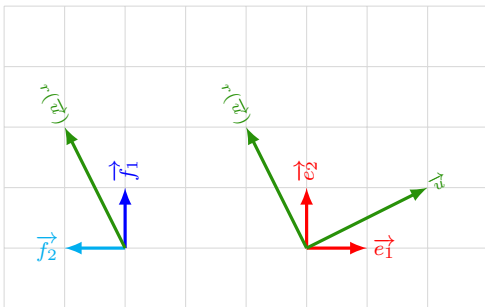
$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } [r(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

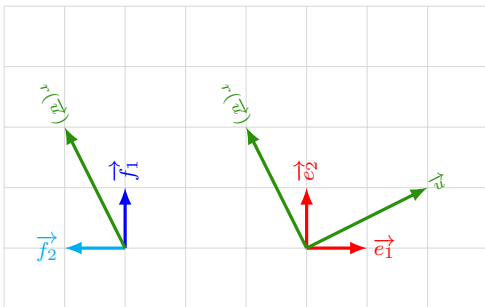
$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } [r(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned} \vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2 \end{aligned}$$



On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

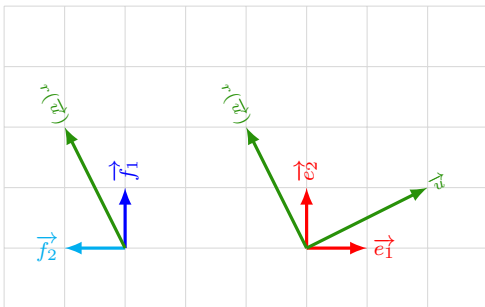
$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } [r(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. La transformation de Roméo et Juliette.

- a) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ muni de la base canonique $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ où $\vec{f}_1 = \vec{e}_2$ et $\vec{f}_2 = -\vec{e}_1$ et l'homomorphisme $r: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $$\begin{aligned}\vec{e}_1 &\mapsto \vec{f}_1 \\ \vec{e}_2 &\mapsto \vec{f}_2\end{aligned}$$



On a :

$$[\vec{f}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{f}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On voit que la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ est l'image de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ par la rotation vectorielle d'angle 90° .

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } [r(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \dots \vec{e}_1 + \dots \vec{e}_2$
 $r(\vec{a}) = r(\dots \vec{e}_1 + \dots \vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \dots r(\vec{e}_1) + \dots r(\vec{e}_2) = \dots, \text{ autrement dit,}$
 $[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \textcolor{red}{x}\vec{e}_1 + \dots \vec{e}_2$
 $r(\vec{a}) = r(\dots \vec{e}_1 + \dots \vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \dots r(\vec{e}_1) + \dots r(\vec{e}_2) = \dots, \text{ autrement dit,}$
 $[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \textcolor{red}{x}\vec{e}_1 + \textcolor{red}{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\dots \vec{e}_1 + \dots \vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \dots r(\vec{e}_1) + \dots r(\vec{e}_2) = \dots\dots\dots$, autrement dit,

$$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \textcolor{red}{x}\vec{e}_1 + \textcolor{red}{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\textcolor{red}{x}\vec{e}_1 + \dots \vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \dots r(\vec{e}_1) + \dots r(\vec{e}_2) = \dots\dots\dots$, autrement dit,

$$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \textcolor{red}{x}\vec{e}_1 + \textcolor{red}{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\textcolor{red}{x}\vec{e}_1 + \textcolor{red}{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \dots r(\vec{e}_1) + \dots r(\vec{e}_2) = \dots\dots\dots$, autrement dit,

$$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$
 $r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \dots r(\vec{e}_2) = \dots\dots\dots$, autrement dit,
 $[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \dots\dots\dots$, autrement dit,

$$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}.$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

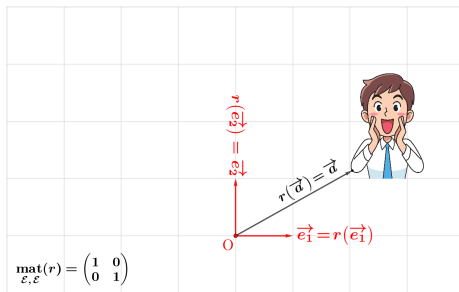
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 0°



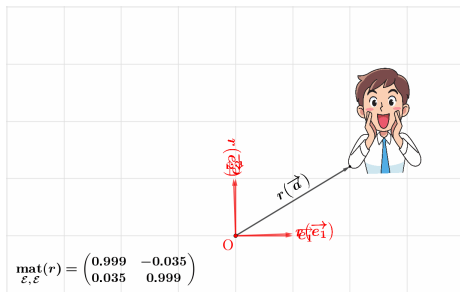
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 2°



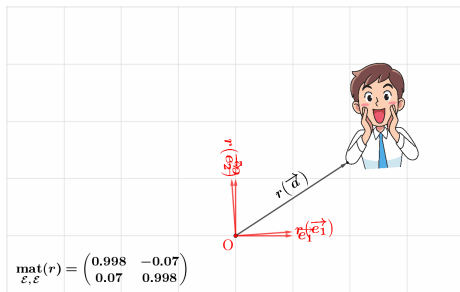
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 4°



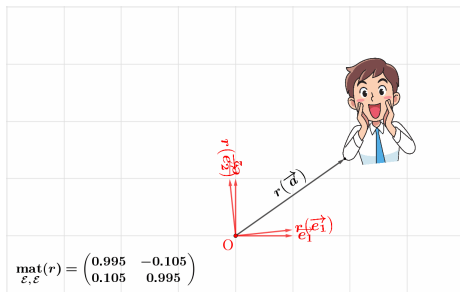
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 6°



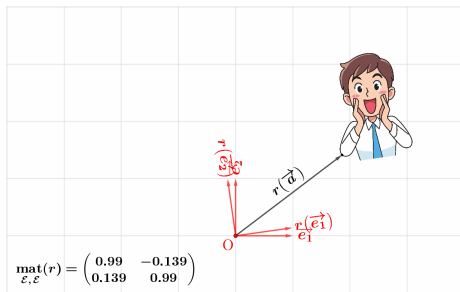
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 8°



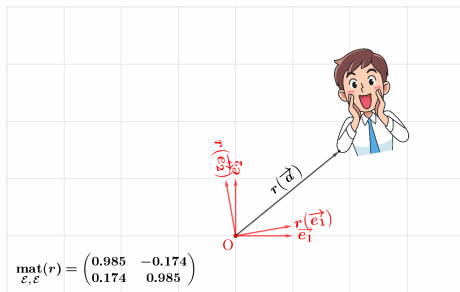
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 10°



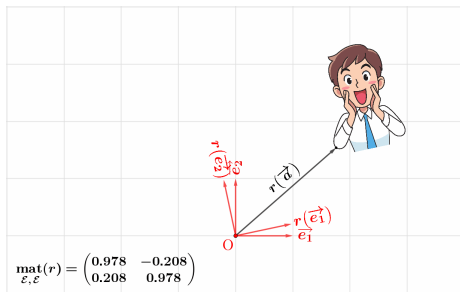
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 12°



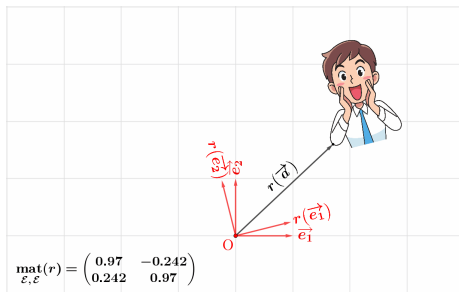
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 14°



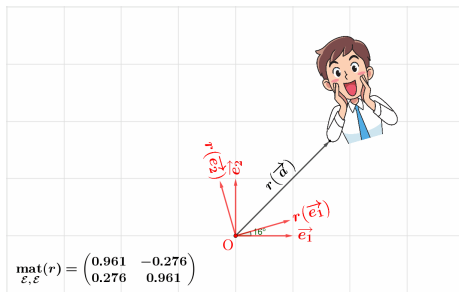
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} x r(\vec{e}_1) + y r(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 16°



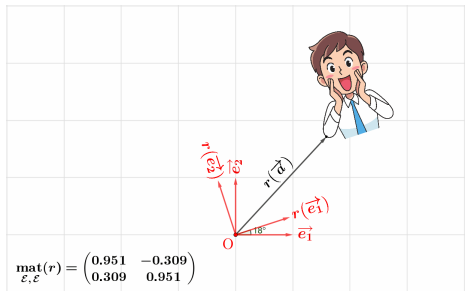
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 18°



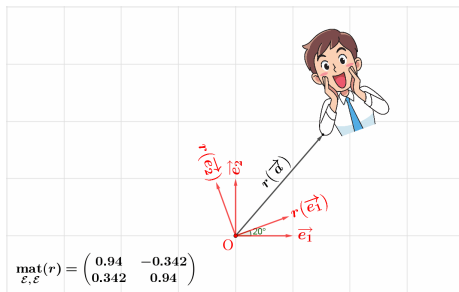
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 20°



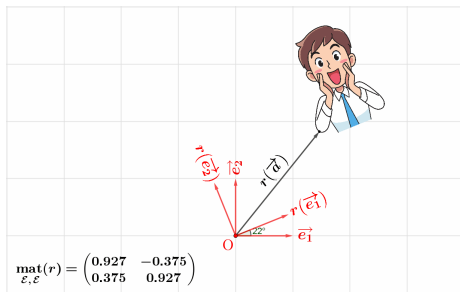
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 22°



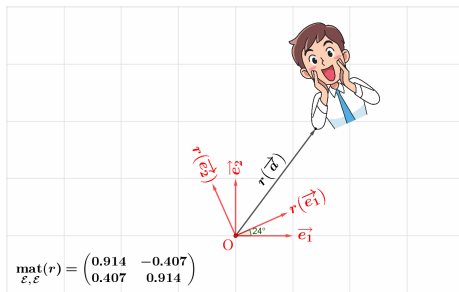
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 24°



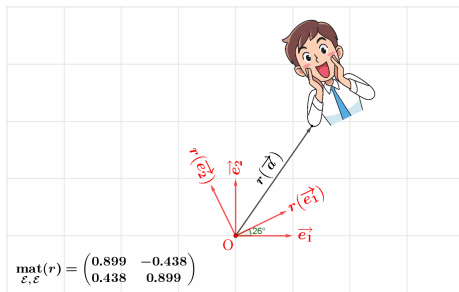
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 26°



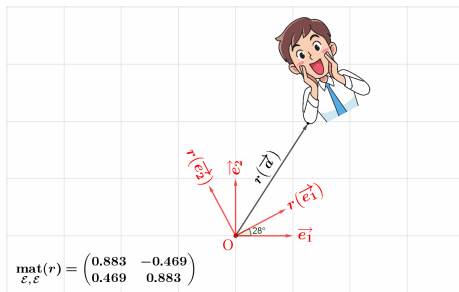
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 28°



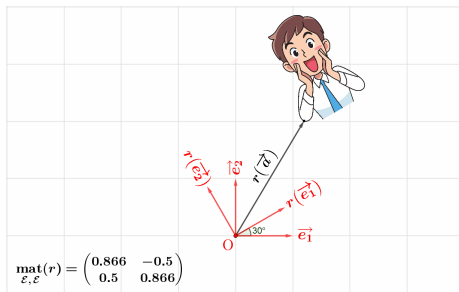
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 30°



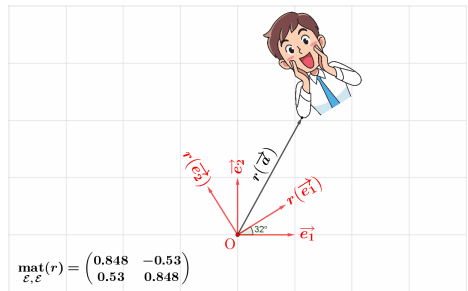
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 32°



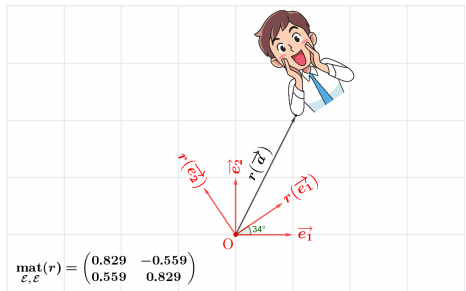
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 34°



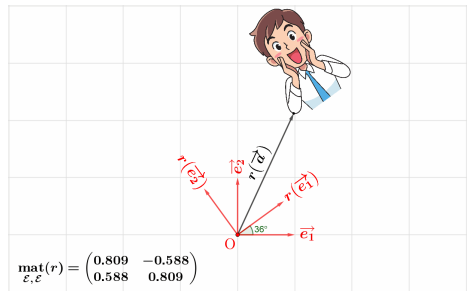
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 36°



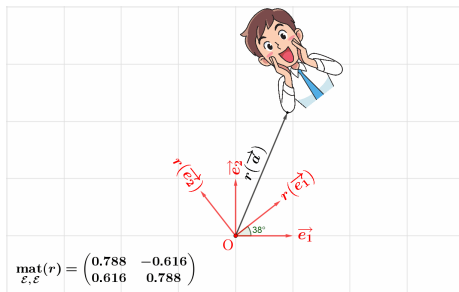
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 38°



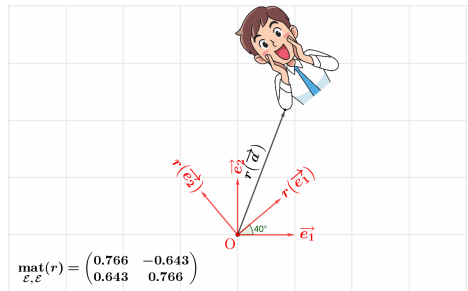
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 40°



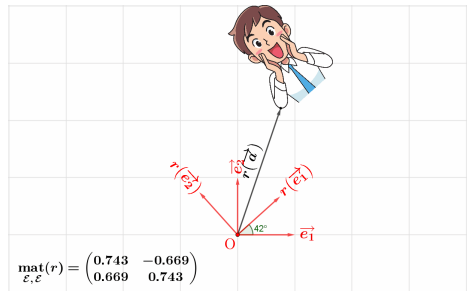
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 42°



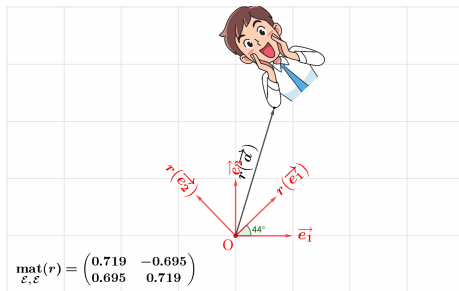
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 44°



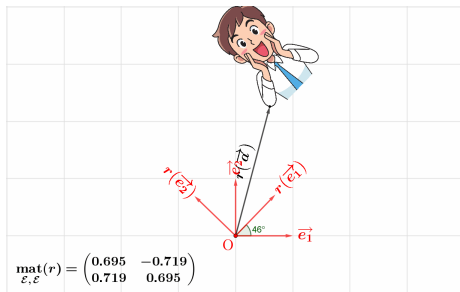
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 46°



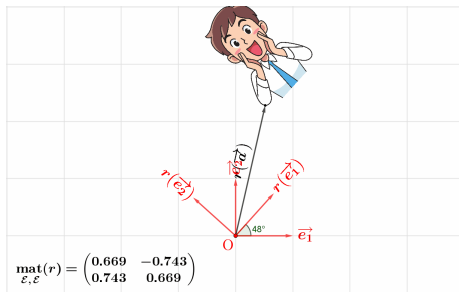
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 48°



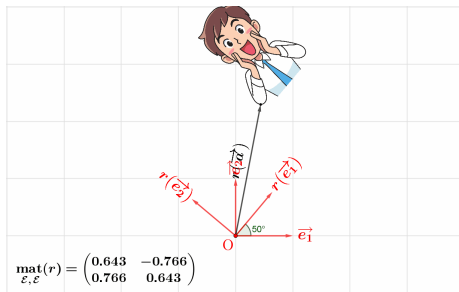
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 50°



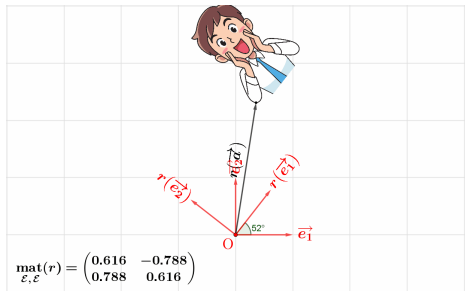
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 52°



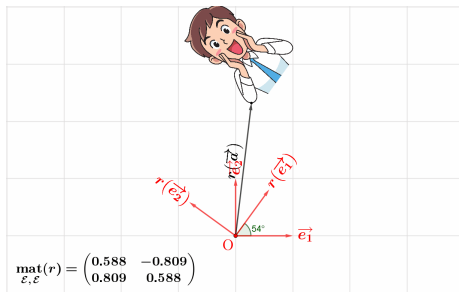
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 54°



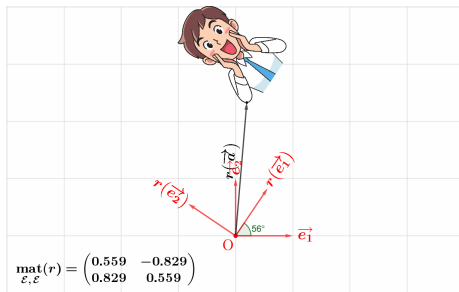
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 56°



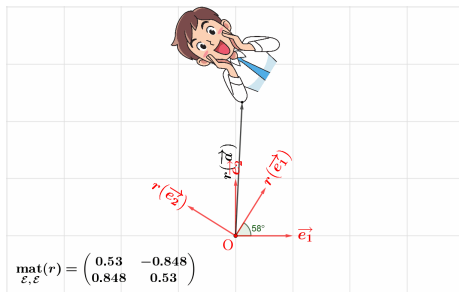
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 58°



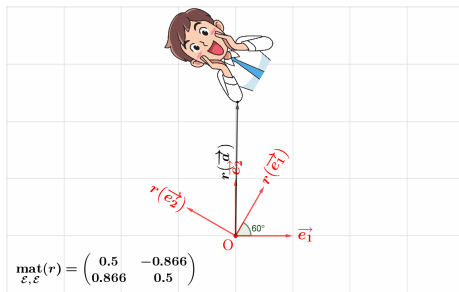
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 60°



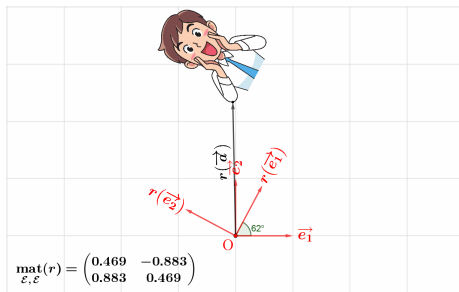
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 62°



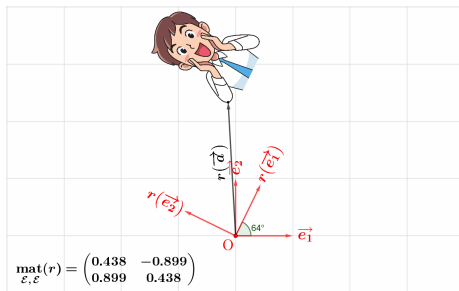
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} x r(\vec{e}_1) + y r(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 64°



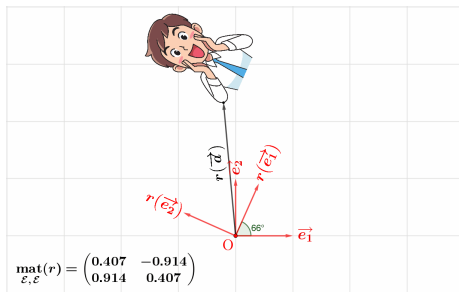
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 66°



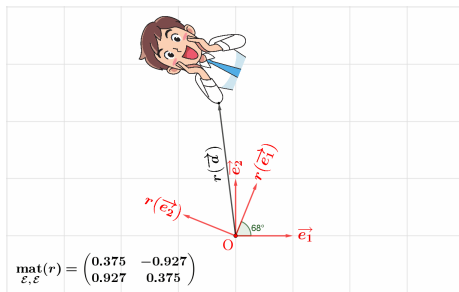
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 68°



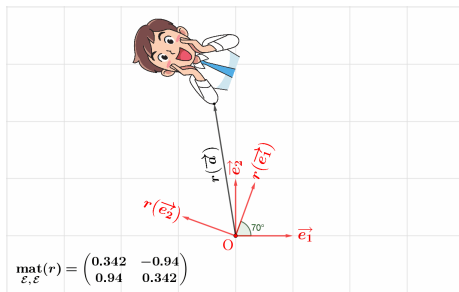
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 70°



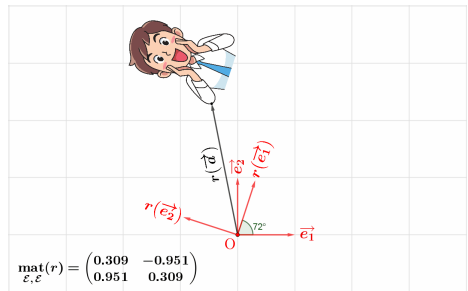
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 72°



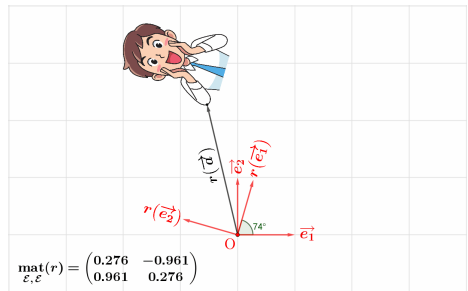
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 74°



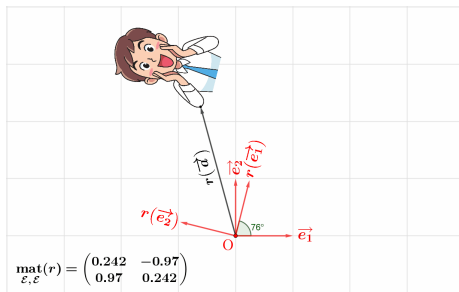
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 76°



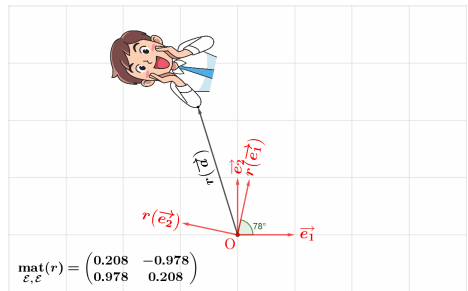
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} x r(\vec{e}_1) + y r(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 78°



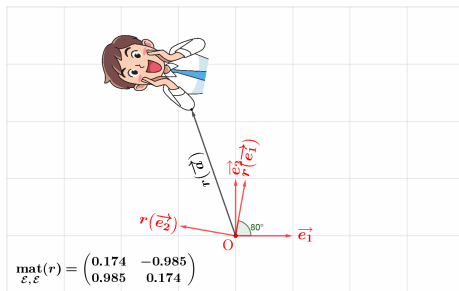
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 80°



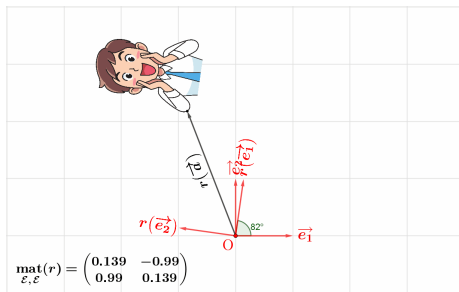
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 82°



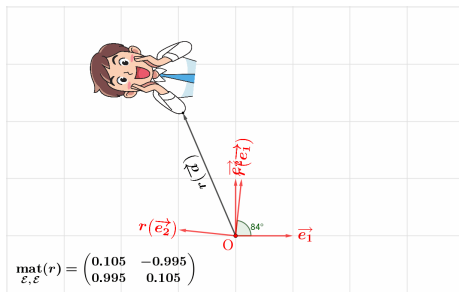
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 84°



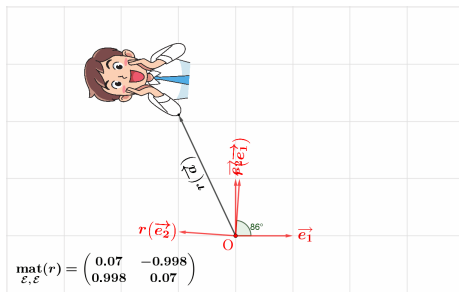
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 86°



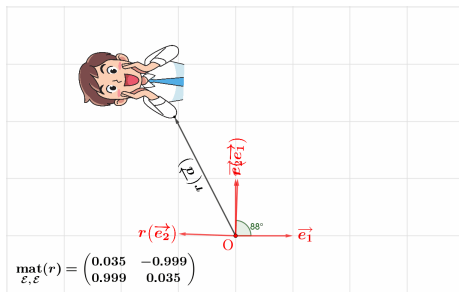
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} x r(\vec{e}_1) + y r(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 88°



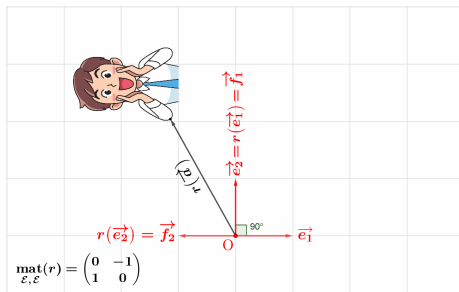
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



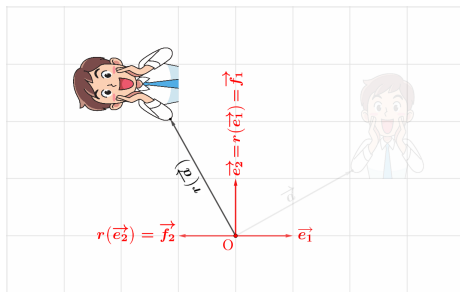
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



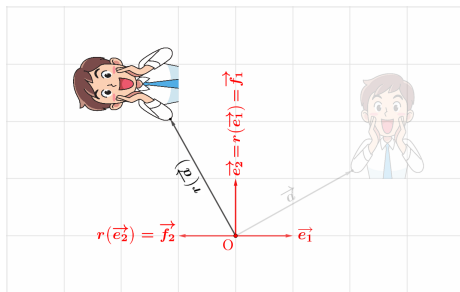
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



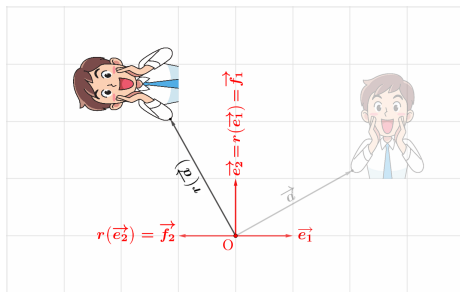
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



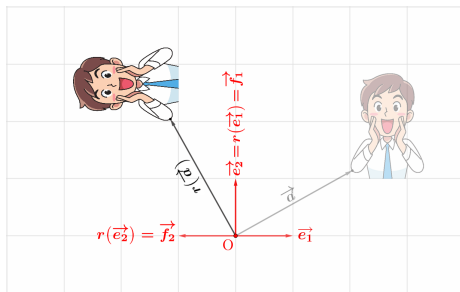
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



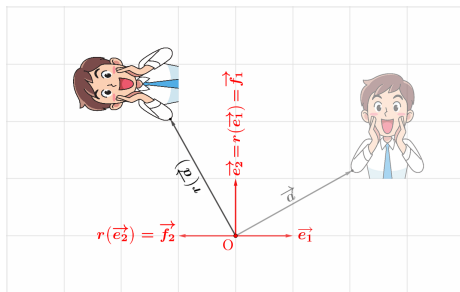
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



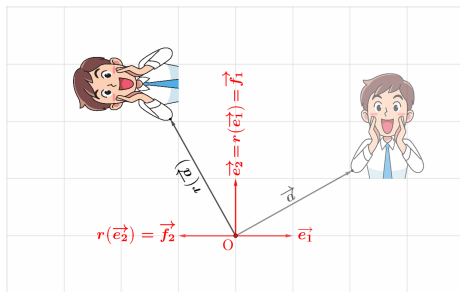
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



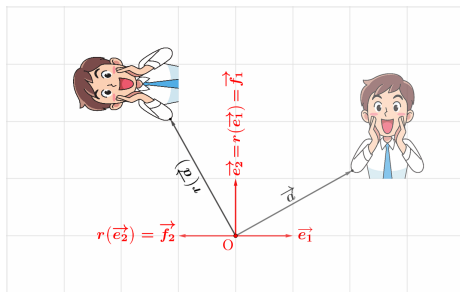
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



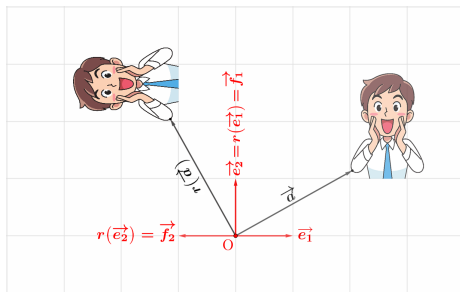
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 90°



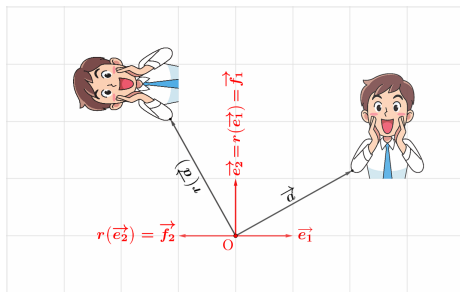
III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

$$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2, \text{ autrement dit,}$$

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°



III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

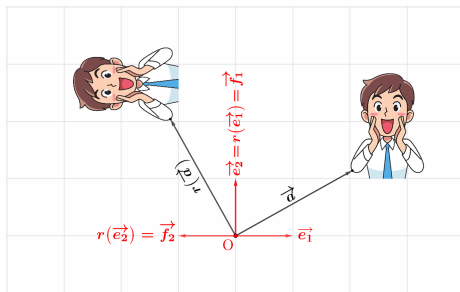
Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = \mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2$

$r(\vec{a}) = r(\mathbf{x}\vec{e}_1 + \mathbf{y}\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} \mathbf{x}r(\vec{e}_1) + \mathbf{y}r(\vec{e}_2) = \mathbf{x}\vec{f}_1 + \mathbf{y}\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme $\mathbf{r}$ est une rotation vectorielle d'angle 90°

Pour faire tourner Roméo de 90° autour du point O, on va associer à chaque point de Roméo un vecteur. Autrement dit, on va **vectorialiser** Roméo.



III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

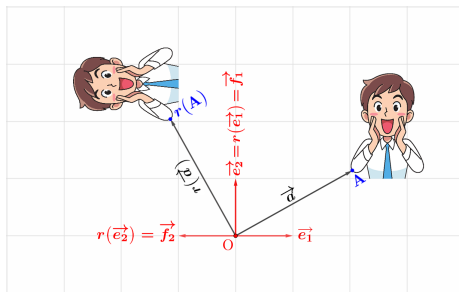
$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°

Pour faire tourner Roméo de 90° autour du point O, on va associer à chaque point de Roméo un vecteur. Autrement dit, on va **vectorialiser** Roméo.

Ainsi, au point A du coude de Roméo, on associe un vecteur $\vec{a}$, et au vecteur $r(\vec{a})$ on associe l'image du point A par la rotation de centre O, d'angle 90° , que l'on peut noter $r(A)$.



III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

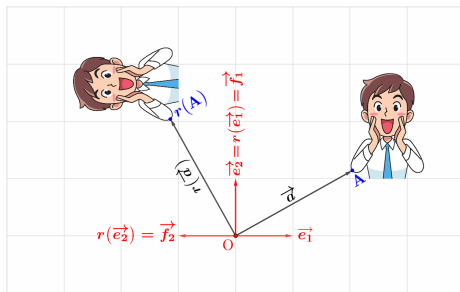
$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°

Pour faire tourner Roméo de 90° autour du point O, on va associer à chaque point de Roméo un vecteur. Autrement dit, on va **vectorialiser** Roméo.

Ainsi, au point A du coude de Roméo, on associe un vecteur $\vec{a}$, et au vecteur $r(\vec{a})$ on associe l'image du point A par la rotation de centre O, d'angle 90° , que l'on peut noter $r(A)$.



Pour faire tourner Roméo, il faut donc multiplier toutes les coordonnées des vecteurs associés aux points le décrivant par la matrice $\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

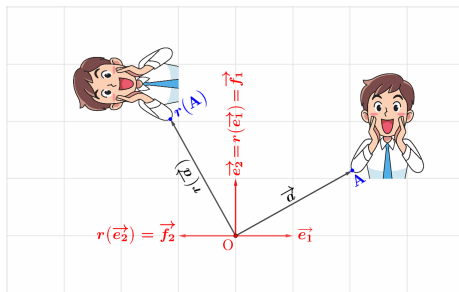
$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$[r(\vec{a})]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°

Pour faire tourner Roméo de 90° autour du point O, on va associer à chaque point de Roméo un vecteur. Autrement dit, on va **vectorialiser** Roméo.

Ainsi, au point A du coude de Roméo, on associe un vecteur $\vec{a}$, et au vecteur $r(\vec{a})$ on associe l'image du point A par la rotation de centre O, d'angle 90° , que l'on peut noter $r(A)$.



Pour faire tourner Roméo, il faut donc multiplier toutes les coordonnées des vecteurs associés aux points le décrivant par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Considérons un vecteur $\vec{a}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{E}$ on a : $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

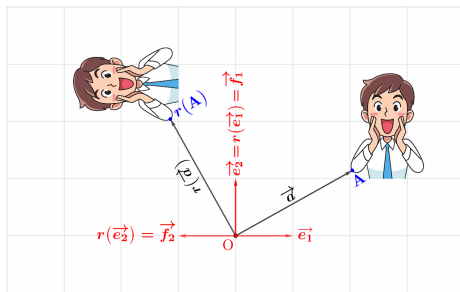
$r(\vec{a}) = r(x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) \underset{\text{linéarité}}{=} xr(\vec{e}_1) + yr(\vec{e}_2) = x\vec{f}_1 + y\vec{f}_2$, autrement dit,

$\left[r(\vec{a}) \right]_{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $r(\vec{a})$ a les mêmes coordonnées dans la base $\mathcal{F}$ que $\vec{a}$ dans la base $\mathcal{E}$, donc :

L'homomorphisme r est une rotation vectorielle d'angle 90°

Pour faire tourner Roméo de 90° autour du point O, on va associer à chaque point de Roméo un vecteur. Autrement dit, on va **vectorialiser** Roméo.

Ainsi, au point A du coude de Roméo, on associe un vecteur $\vec{a}$, et au vecteur $r(\vec{a})$ on associe l'image du point A par la rotation de centre O, d'angle 90° , que l'on peut noter $r(A)$.



Pour faire tourner Roméo, il faut donc multiplier toutes les coordonnées des vecteurs associés aux points le décrivant par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

Pour faire tourner Roméo, il faut donc multiplier toutes les coordonnées des vecteurs associés aux points le décrivant par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.



Remarque

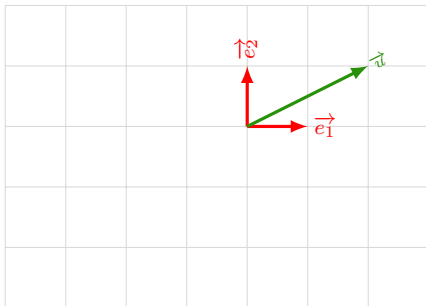
Cette matrice est la matrice de **passage** de la base $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ à la base $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.
Nous les étudierons bientôt.

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

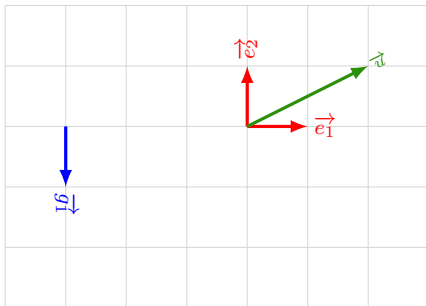
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

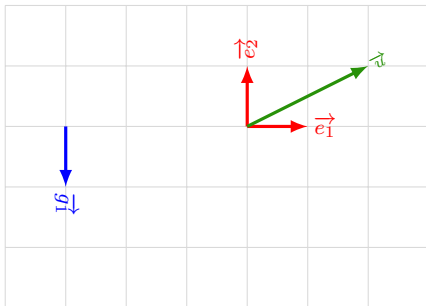
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

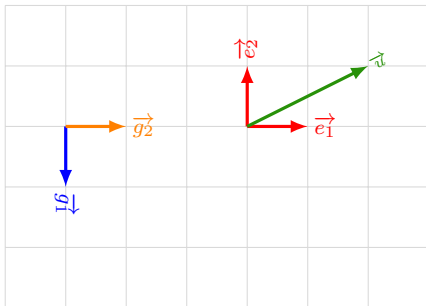
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

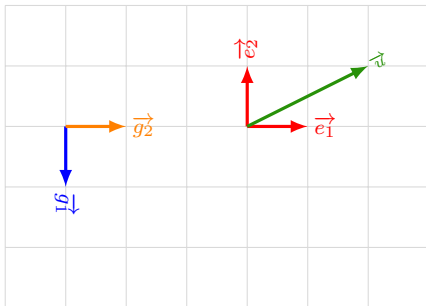
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

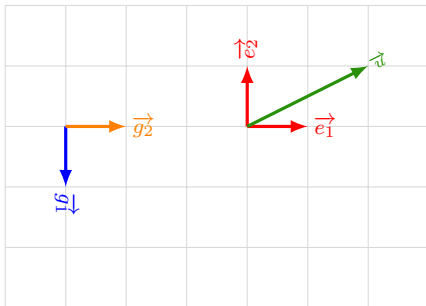
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

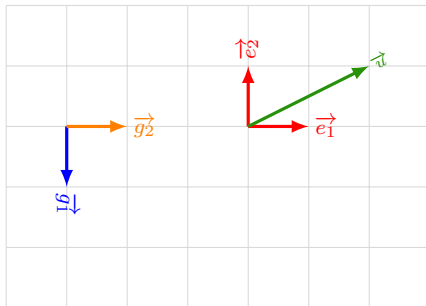
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

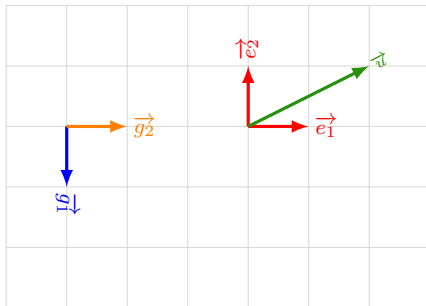
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

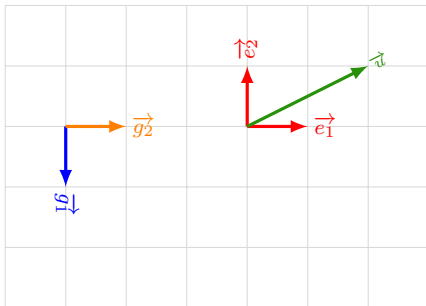
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

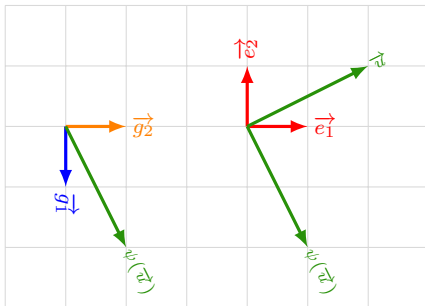
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

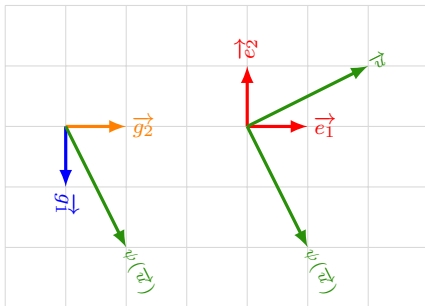
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

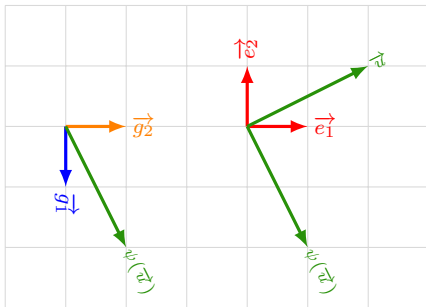
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

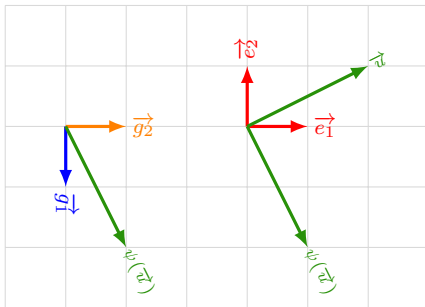
$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

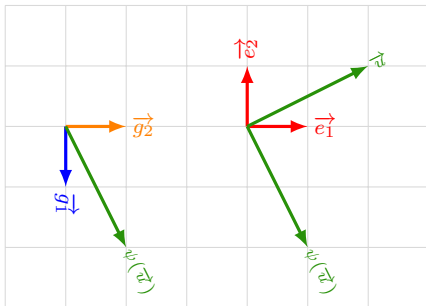
$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

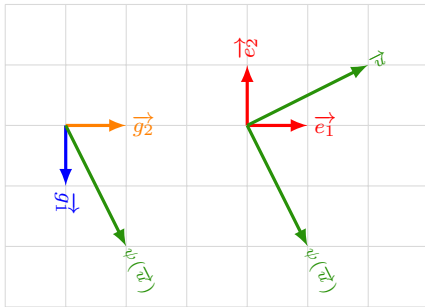
$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

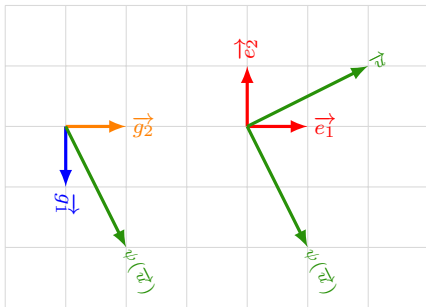
$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

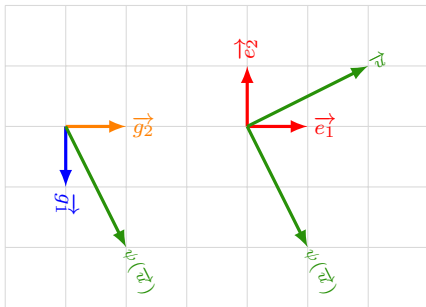
$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

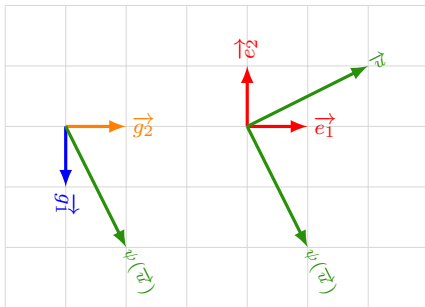
$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

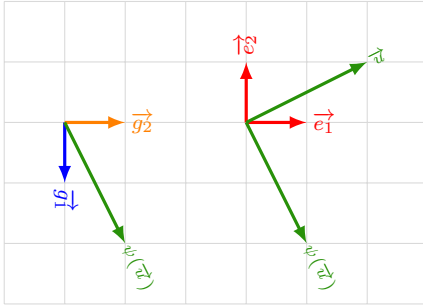
$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

b) On note ψ la rotation vectorielle d'angle -90° , et on pose $\vec{g}_1 = \psi(\vec{e}_1)$ et $\vec{g}_2 = \psi(\vec{e}_2)$.



$$[\vec{g}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{g}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc :}$$

$$[\psi(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [\psi(\vec{u})]_{(\vec{g}_1, \vec{g}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

$$\text{Et : } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(\psi) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Propriété:

Etant donné un homomorphisme φ de l'espace vectoriel E muni d'un base $\mathcal{E}$ dans l'espace vectoriel F muni d'un base $\mathcal{F}$, on a l'équivalence suivante :

$\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(\varphi)$ est inversible $\iff$ L'application φ est un **isomorphisme**

De plus, si φ est un isomorphisme, alors $\text{mat}_{\mathcal{F}, \mathcal{E}}(\varphi^{-1}) = (\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(\varphi))^{-1}$



Remarque

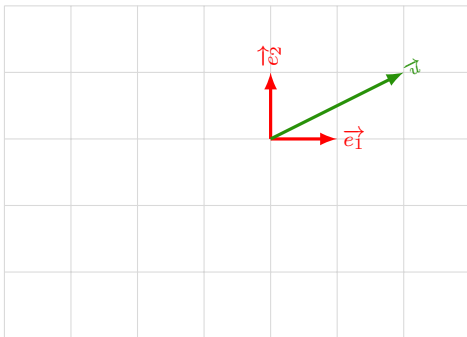
Un homomorphisme φ est inversible si et seulement si, dans une base, le **déterminant** de sa matrice est non nul. Et dans ce cas, dans toutes les bases, le **déterminant** de sa matrice est non nul.

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

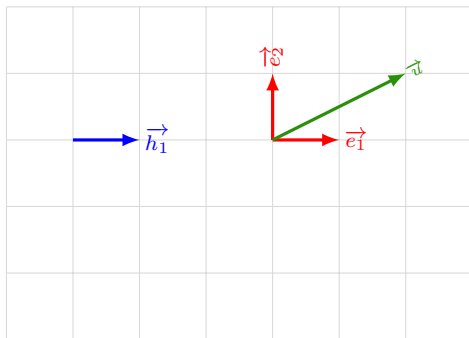
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$$

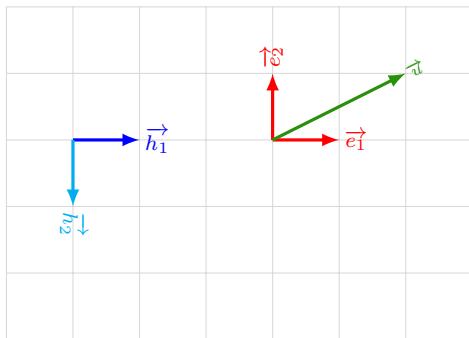
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

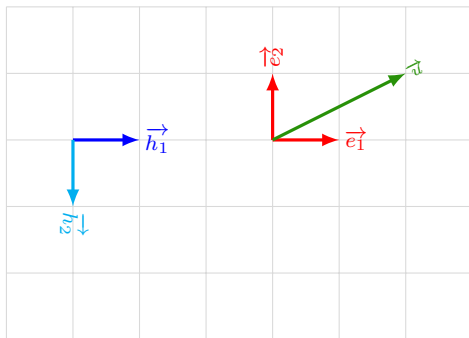
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

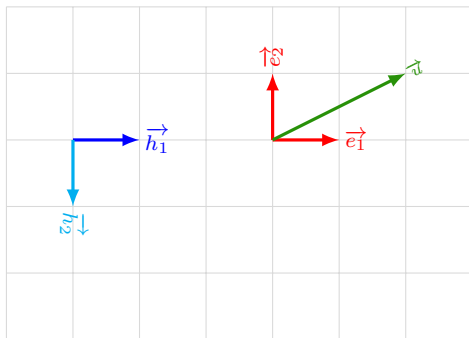
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

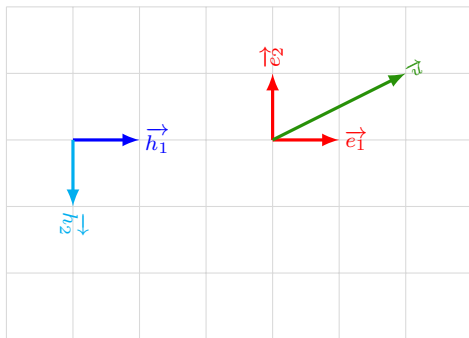
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

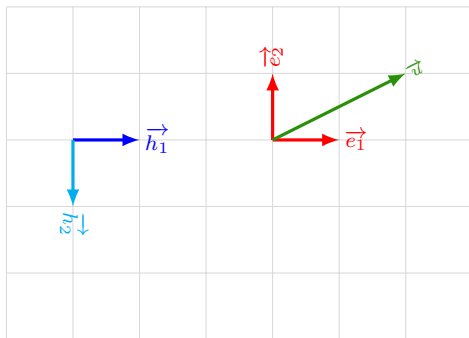
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

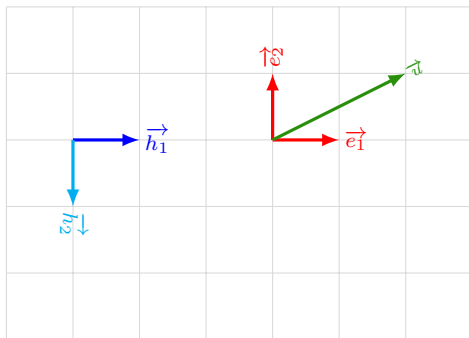
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

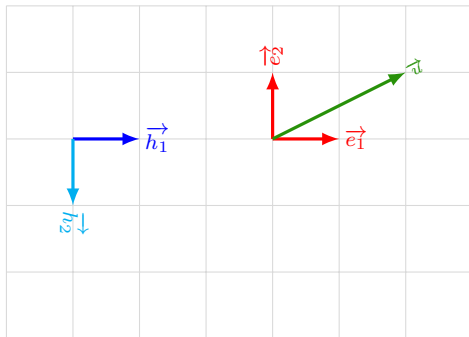
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

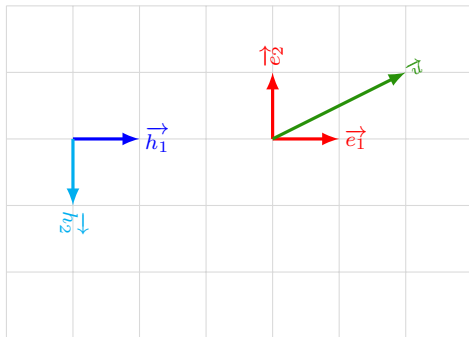
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

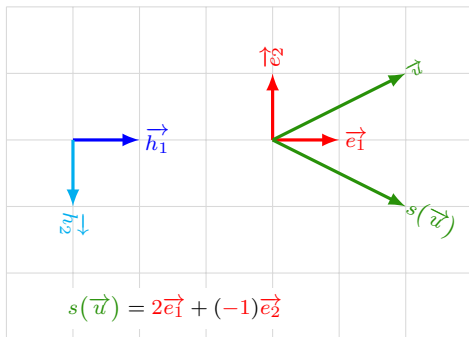
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

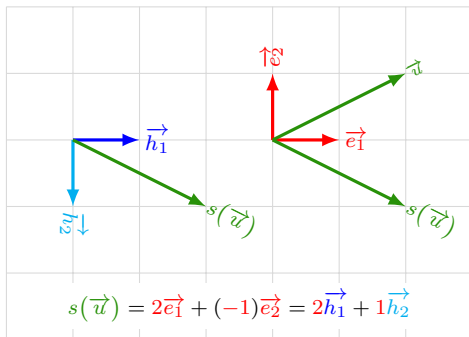
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

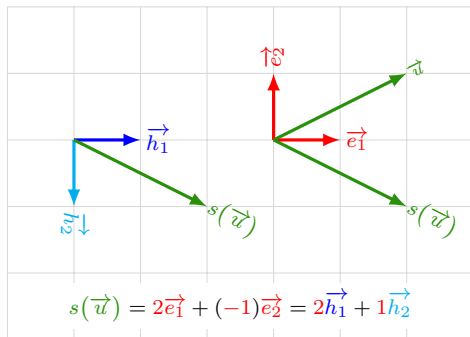
$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

- © On considère la réflexion vectorielle s par rapport au vecteur $\vec{e}_1$, on pose $\vec{h}_1 = s(\vec{e}_1)$
 $\vec{h}_2 = s(\vec{e}_2)$, et $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.



$$[\vec{h}_1]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } [\vec{h}_2]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

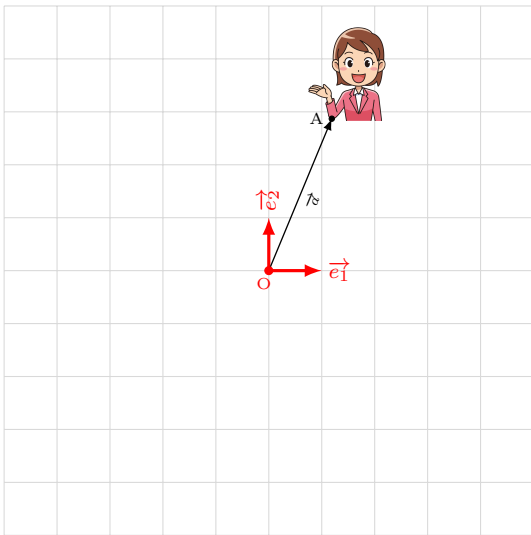
$$\text{donc } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{u}]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$[s(\vec{u})]_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } [s(\vec{u})]_{(\vec{h}_1, \vec{h}_2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = [\vec{u}]_{\mathcal{E}}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

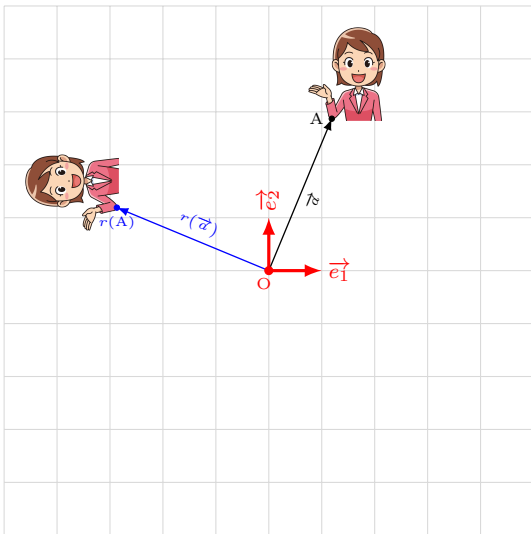


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

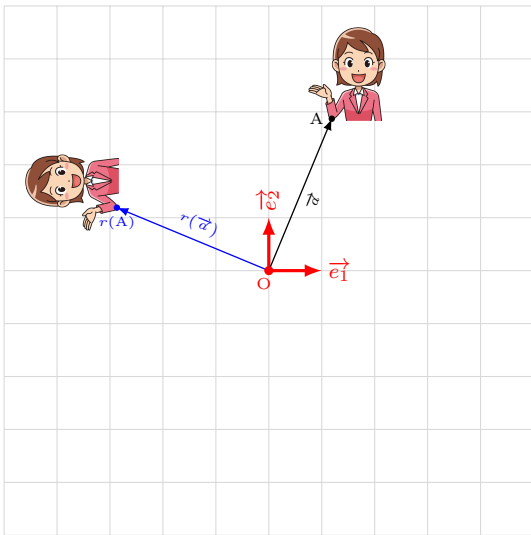


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

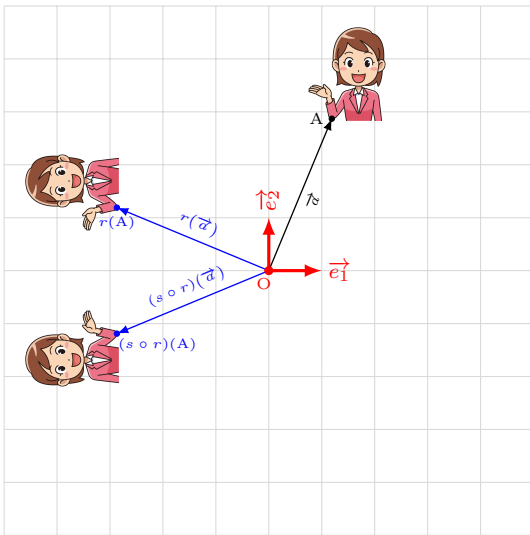


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

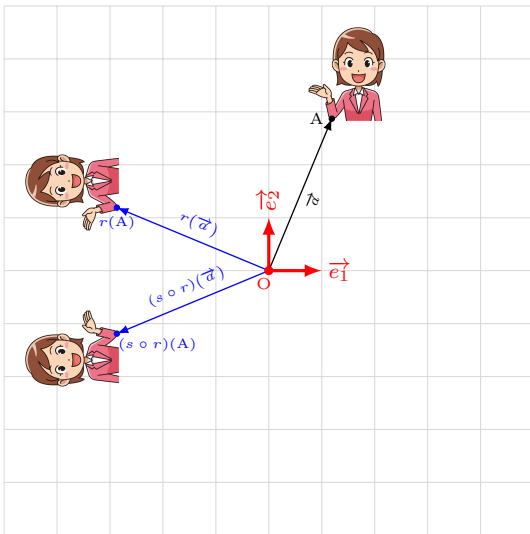


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

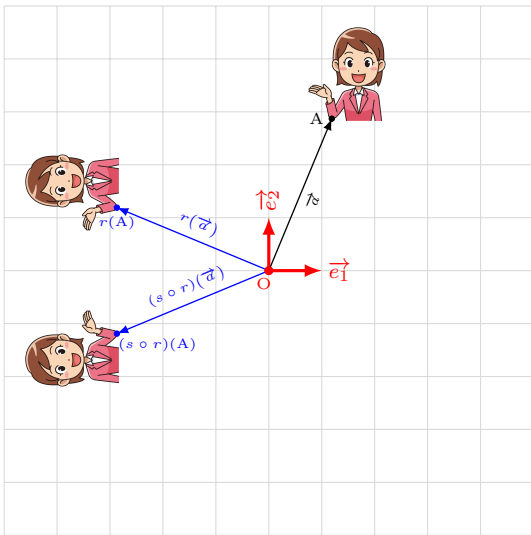


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

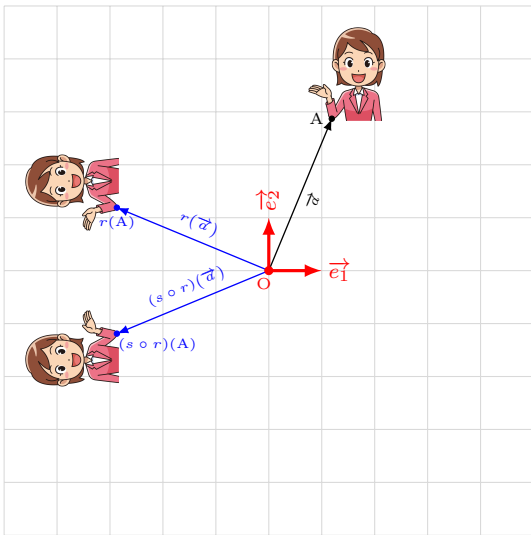


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

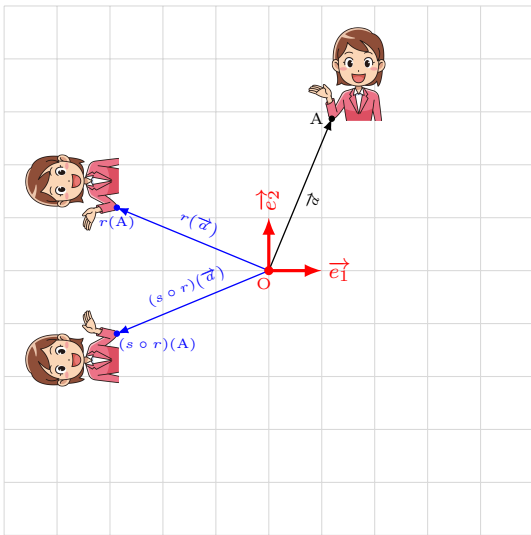


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

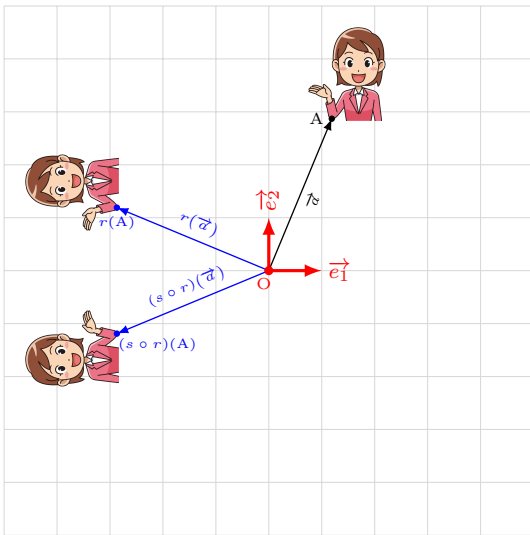


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

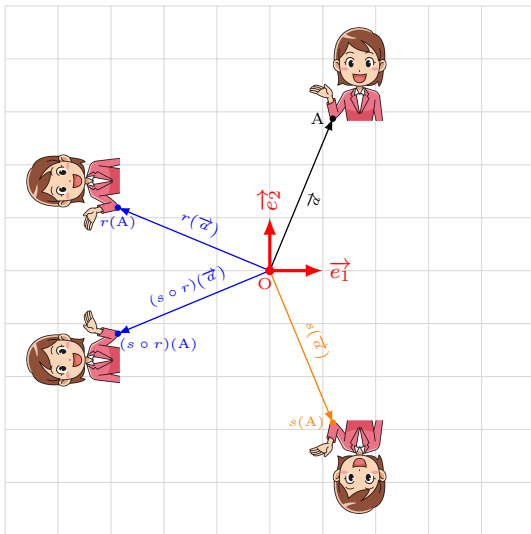


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

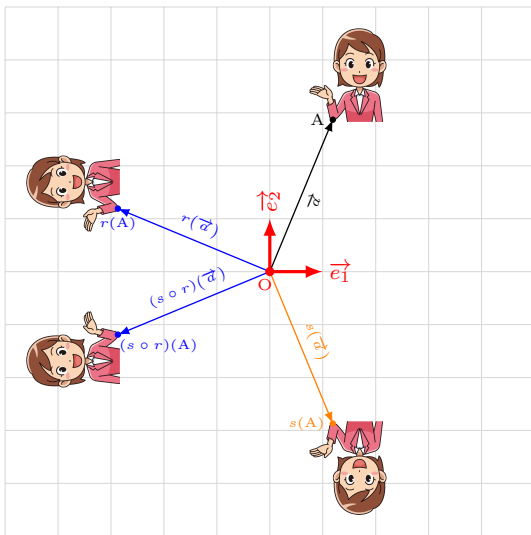


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

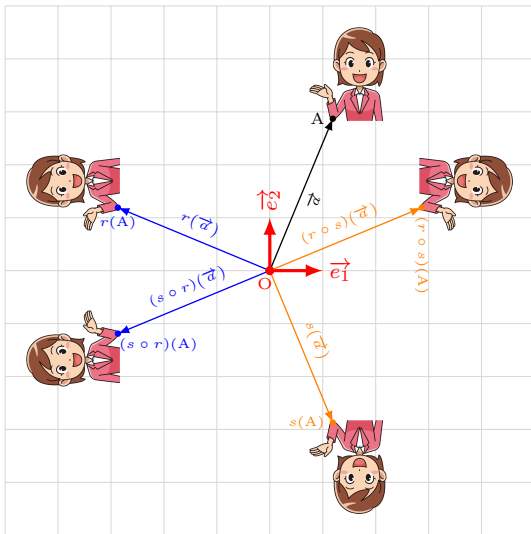


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

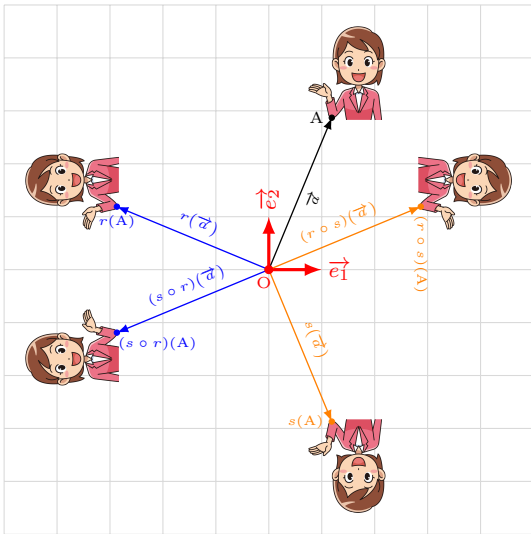


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

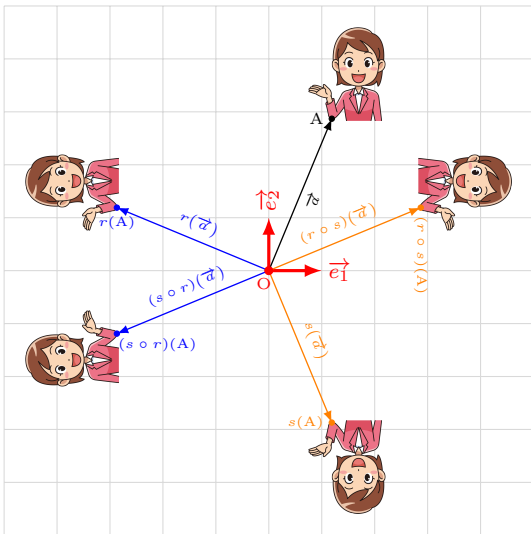


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

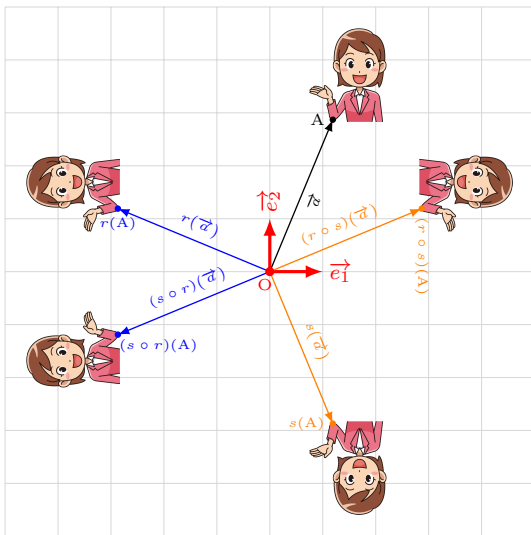


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

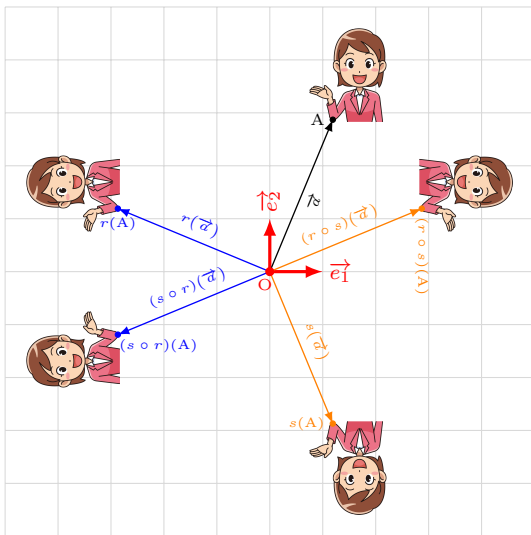


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.

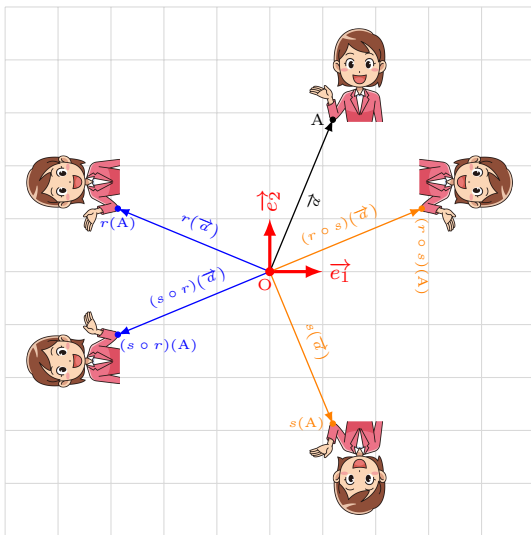


Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

III. Propriétés matricielles des homomorphismes.



Composons Juliette :

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s \circ r) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r \circ s) &= \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(r) \times \text{mat}_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(s) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Théorème

Etant donnés trois espaces vectoriels E, F, G munis respectivement des bases $\mathcal{E}, \mathcal{F}$, et $\mathcal{G}$, et les deux homomorphismes f et g suivants :

$$E \xrightarrow{f} F \xrightarrow{g} G$$

On a : $\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{G}}(g \circ f) =$



Théorème

Etant donnés trois espaces vectoriels E, F, G munis respectivement des bases $\mathcal{E}, \mathcal{F}$, et $\mathcal{G}$, et les deux homomorphismes f et g suivants :

$$E \xrightarrow{f} F \xrightarrow{g} G$$

$$[\vec{a}]_{\mathcal{E}} \xrightarrow{\times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f)} [f(\vec{a})]_{\mathcal{F}} \xrightarrow{\times \text{mat}_{\mathcal{F}, \mathcal{G}}(g)} [(g \circ f)(\vec{a})]_{\mathcal{G}}$$

On a : $\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{G}}(g \circ f) =$

Théorème

Etant donnés trois espaces vectoriels E, F, G munis respectivement des bases $\mathcal{E}, \mathcal{F}$, et $\mathcal{G}$, et les deux homomorphismes f et g suivants :

$$\begin{array}{ccccc}
 E & \xrightarrow{\quad f \quad} & F & \xrightarrow{\quad g \quad} & G \\
 \\
 [\vec{a}]_{\mathcal{E}} & \xrightarrow{\quad \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) \quad} & [f(\vec{a})]_{\mathcal{F}} & \xrightarrow{\quad \times \text{mat}_{\mathcal{F}, \mathcal{G}}(g) \quad} & [(g \circ f)(\vec{a})]_{\mathcal{G}} \\
 & & & & \uparrow \\
 & & & & \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{G}}(g \circ f)
 \end{array}$$

On a : $\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{G}}(g \circ f) =$

Théorème

Etant donnés trois espaces vectoriels E, F, G munis respectivement des bases $\mathcal{E}, \mathcal{F}$, et $\mathcal{G}$, et les deux homomorphismes f et g suivants :

$$\begin{array}{ccccc}
 E & \xrightarrow{\quad f \quad} & F & \xrightarrow{\quad g \quad} & G \\
 \\
 [\vec{a}]_{\mathcal{E}} & \xrightarrow{\quad \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) \quad} & [f(\vec{a})]_{\mathcal{F}} & \xrightarrow{\quad \times \text{mat}_{\mathcal{F}, \mathcal{G}}(g) \quad} & [(g \circ f)(\vec{a})]_{\mathcal{G}} \\
 & & & & \uparrow \\
 & & & & \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{G}}(g \circ f)
 \end{array}$$

On a : $\text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{G}}(g \circ f) = \text{mat}_{\mathcal{F}, \mathcal{G}}(g) \times \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f)$

3. Noyau, image et rang d'une application linéaire.



Propriété:

Si f est une application linéaire E dans F alors :

- $f(\vec{0}_E) = \vec{0}_F$;
- Si G un sous-espace vectoriel de E alors $f(G)$ est un **sous-espace vectoriel de F** ;

3. Noyau, image et rang d'une application linéaire.



Propriété:

Si f est une application linéaire E dans F alors :

- $f(\vec{0}_E) = \vec{0}_F$;
- Si G un sous-espace vectoriel de E alors $f(G)$ est un **sous-espace vectoriel de F** ;
- Si H un sous-espace vectoriel de F alors $f^{-1}(H)$ est un **sous-espace vectoriel de E** .

3. Noyau, image et rang d'une application linéaire.



Propriété:

Si f est une application linéaire E dans F alors :

- $f(\vec{0}_E) = \vec{0}_F$;
- Si G un sous-espace vectoriel de E alors $f(G)$ est un **sous-espace vectoriel de F** ;
- Si H un sous-espace vectoriel de F alors $f^{-1}(H)$ est un **sous-espace vectoriel de E** .



Définition:

Soit $f \in L(E, F)$. On appelle :

- **noyau** de f l'ensemble, noté **ker f** , des antécédents de 0_F par f :

$$\text{Ker } f = f^{-1}(\{0_F\}) = \{x \in E / f(x) = 0_F\}$$

3. Noyau, image et rang d'une application linéaire.



Propriété:

Si f est une application linéaire E dans F alors :

- $f(\vec{0}_E) = \vec{0}_F$;
- Si G un sous-espace vectoriel de E alors $f(G)$ est un **sous-espace vectoriel de F** ;
- Si H un sous-espace vectoriel de F alors $f^{-1}(H)$ est un **sous-espace vectoriel de E** .



Définition:

Soit $f \in L(E, F)$. On appelle :

- **noyau** de f l'ensemble, noté **$\ker f$** , des antécédents de 0_F par f :

$$\text{Ker } f = f^{-1}(\{0_F\}) = \{x \in E / f(x) = 0_F\}$$

- **image** de f l'ensemble, noté $f(E)$ ou **$\text{Im } f$** , des images par f des éléments de E :

$$\text{Im } f = \{f(x), x \in E\} = f(E)$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) =$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$$\iff \begin{cases} x + y = \\ \end{cases}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$$\iff \begin{cases} x + y &= \mathbf{0} \\ z - 2y &= \end{cases}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$$\iff \begin{cases} x + y &= \mathbf{0} \\ z - 2y &= \mathbf{0} \end{cases}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$$\iff \begin{cases} x + y &= \mathbf{0} \\ z - 2y &= \mathbf{0} \end{cases} \iff \begin{cases} x &= \end{cases}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$$\iff \begin{cases} x + y = \mathbf{0} \\ z - 2y = \mathbf{0} \end{cases} \iff \begin{cases} x = \mathbf{-y} \\ z = \end{cases}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = \mathbf{(0, 0)}$

$$\iff \begin{cases} x + y = \mathbf{0} \\ z - 2y = \mathbf{0} \end{cases} \iff \begin{cases} x = \mathbf{-y} \\ z = \mathbf{2y} \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{-y} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{2y} \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$$\iff \begin{cases} x + y = \mathbf{0} \\ z - 2y = \mathbf{0} \end{cases} \iff \begin{cases} x = \mathbf{-y} \\ z = \mathbf{2y} \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{-y} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{2y} \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ donc } \ker f = \mathbb{R}(-1, 1, 2)$$

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ donc } \ker f = \mathbb{R}(-1, 1, 2)$$

Rechercher le noyau d'une application linéaire revient à résoudre un système d'équations linéaires dont le second membre est nul. Il s'en suit :

Exemple n° 6 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y, z) \longmapsto (x + y, z - 2y)$

Le noyau : $\vec{u} \in \ker f \iff f(x, y, z) = (0, 0)$

$$\iff \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 2y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -y \\ z = 2y \end{cases}$$

$$\iff \vec{u} = \begin{pmatrix} -y \\ y \\ 2y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ donc } \ker f = \mathbb{R}(-1, 1, 2)$$

Rechercher le noyau d'une application linéaire revient à résoudre un système d'équations linéaires dont le second membre est nul. Il s'en suit :



Propriété:

Si $f \in L(E, F)$, alors son noyau est un **sous-espace vectoriel de E** .

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \textcolor{red}{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} \textcolor{red}{1} \\ \textcolor{red}{0} \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \textcolor{red}{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} \textcolor{red}{1} \\ \textcolor{red}{-2} \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \textcolor{red}{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} \textcolor{red}{0} \\ \textcolor{red}{1} \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \textcolor{blue}{f(\vec{e}_1)} & \textcolor{blue}{f(\vec{e}_2)} & \textcolor{blue}{f(\vec{e}_3)} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & & \\ \mathbf{0} & & \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} ? , \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{L_2 - L_1}, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{pmatrix} L_2 - L_1, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} L_2 - L_1, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} L_2 - L_1, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{pmatrix}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} L_2 - L_1, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} ?$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \mathbf{L_2 - L_1}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{2L_3 + L_2}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \mathbf{L_2 - L_1}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{2L_3 + L_2}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \mathbf{L_2 - L_1}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{2L_3 + L_2}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \mathbf{L_2 - L_1}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{2L_3 + L_2}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est

Exemple n° 7 : $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, où $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}^2$ sont munis de leurs bases canoniques

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + y \\ z - 2y \end{pmatrix}$$

respectives $\mathcal{E} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et $\mathcal{F} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2)$.

$$f(\vec{e}_1) = \mathbf{f(1, 0, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_2) = \mathbf{f(0, 1, 0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad f(\vec{e}_3) = \mathbf{f(0, 0, 1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc, } \text{mat}_{\mathcal{E}, \mathcal{F}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{f(\vec{e}_1)} & \mathbf{f(\vec{e}_2)} & \mathbf{f(\vec{e}_3)} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

L'image de f est engendré par la famille de vecteurs $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

On applique l'algorithme d'espace ligne :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \mathbf{L_2 - L_1}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{2L_3 + L_2}$$

Donc, $\text{Im } f = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$ et son rang est **2**.



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).

Dans l'exemple précédent, $\text{Im } f =$



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).

Dans l'exemple précédent, $\text{Im } f = \mathbb{R}^2$ car



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).

Dans l'exemple précédent, $\text{Im} f = \mathbb{R}^2$ car $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$ donc $\text{rg}(f) = \dots$



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).

Dans l'exemple précédent, $\text{Im} f = \mathbb{R}^2$ car $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ donc $\text{rg}(f) = \dots$



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).

Dans l'exemple précédent, $\text{Im} f = \mathbb{R}^2$ car $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ donc $\text{rg}(f) = 2$.



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).

Dans l'exemple précédent, $\text{Im} f = \mathbb{R}^2$ car $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ donc $\text{rg}(f) = 2$.



Propriété:

Soit $f \in L(E, F)$.

- f est injective si et seulement si **ker** $f = \{0_E\}$.



Propriété:

Etant donnée une application linéaire $f \in L(\mathbb{R}^n, F)$:

Plus généralement, si $f \in L(E, F)$, alors son image est le sous-espace vectoriel de F engendré par

$$f(\vec{e}_1), f(\vec{e}_2), \dots, f(\vec{e}_n)$$

où la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n)$ est une base de E .

Si F est de dimension finie, la dimension de son image, est appelée le **rang** de f et notée **rg**(f).

Dans l'exemple précédent, $\text{Im} f = \mathbb{R}^2$ car $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ donc $\text{rg}(f) = 2$.



Propriété:

Soit $f \in L(E, F)$.

- f est injective si et seulement si **ker** $f = \{0_E\}$.
- f est surjective si et seulement si **Im** $f = F$.



Théorème

Soit $f \in L(E, F)$ et $(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ une famille de vecteurs E .



Théorème

Soit $f \in L(E, F)$ et $(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ une famille de vecteurs E .

- Si f est injective et la famille $(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ est libre alors la famille $(f(\vec{u}_1), \dots, f(\vec{u}_p))$ est libre.



Théorème

Soit $f \in L(E, F)$ et $(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ une famille de vecteurs E .

- Si f est injective et la famille $(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ est libre alors la famille $(f(\vec{u}_1), \dots, f(\vec{u}_p))$ est libre.
- Si f est surjective et la famille $(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ est génératrice de E alors la famille $(f(\vec{u}_1), \dots, f(\vec{u}_p))$ **est génératrice de F .**