

Dérivation partielles.

🌀 Fiche n° 2 🌀

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	
e^{ax+b}	
$\cos(ax + b)$	
$\sin(ax + b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	
$\cos(ax + b)$	
$\sin(ax + b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	
$\sin(ax + b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	
$u \times v$	
$\frac{u}{v}$	
$\frac{1}{u}$	
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	
$\frac{u}{v}$	
$\frac{1}{u}$	
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	
$\frac{1}{u}$	
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u^n}$	
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u^n}$	$\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
$\ln(u)$	
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u^n}$	$\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$
$\sqrt{u}$	

I. Les formules de dérivation.

Fonctions	Dérivées
$f(ax + b)$	$af'(ax + b)$
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations	Dérivées
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u^n}$	$\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

II. Dérivée de fonctions composée.

II. Dérivée de fonctions composée.



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' =$$

II. Dérivée de fonctions composée.



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' =$$

II. Dérivée de fonctions composée.



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$



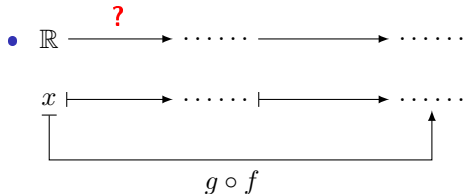
Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$





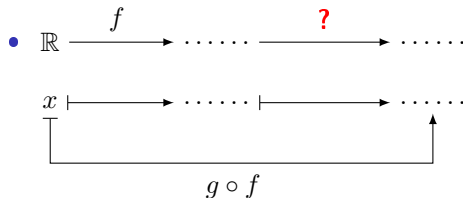
Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$





Théorème

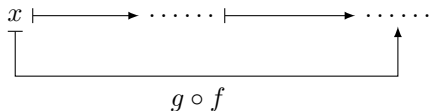
Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \dots ? \dots \xrightarrow{g} \dots$





Théorème

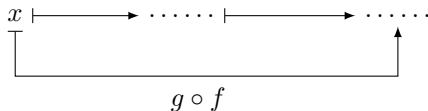
Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

$$\bullet \quad \mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} \dots ? \dots$$





Théorème

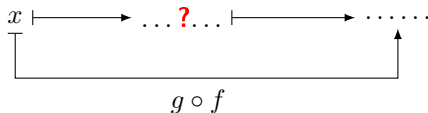
Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

$$\bullet \quad \mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$$





Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

$$\bullet \quad \mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & x^2 + 1 & \xrightarrow{\quad} & \dots ? \dots \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & \xrightarrow{\quad g \circ f \quad} & & & \end{array}$$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

$$\bullet \quad \mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & x^2 + 1 & \xrightarrow{\quad} & \sin(x^2 + 1) \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & \xrightarrow{\quad g \circ f \quad} & & & \end{array}$$

II. Dérivée de fonctions composées.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & x^2 + 1 & \xrightarrow{\quad} & \sin(x^2 + 1) \\ | & & & & \uparrow \\ \hline & & & & \\ & \xrightarrow{\quad} & & & \\ & & g \circ f & & \end{array}$$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{\quad ? \quad} \dots \xrightarrow{\quad} \dots$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & \dots & \xrightarrow{\quad} & \dots \\ | & & & & \uparrow \\ \hline & & & & \\ & \xrightarrow{\quad} & & & \\ & & f \circ g & & \end{array}$$

II. Dérivée de fonctions composées.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & x^2 + 1 & \xrightarrow{\quad} & \sin(x^2 + 1) \\ | & & & & \uparrow \\ \hline & & & & \\ & & & & \end{array}$$

$g \circ f$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \dots \xrightarrow{\text{?}} \dots$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & \dots & \xrightarrow{\quad} & \dots \\ | & & & & \uparrow \\ \hline & & & & \\ & & & & \end{array}$$

$f \circ g$

II. Dérivée de fonctions composées.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \mapsto & x^2 + 1 & \mapsto & \sin(x^2 + 1) \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & & g \circ f & & \end{array}$$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \dots ? \dots \xrightarrow{f} \dots$

$$\begin{array}{ccccc} x & \mapsto & \dots & \mapsto & \dots \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & & f \circ g & & \end{array}$$

II. Dérivée de fonctions composées.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & x^2 + 1 & \xrightarrow{\quad} & \sin(x^2 + 1) \\ | & & & & \uparrow \\ \hline & & & & \\ & & & & \end{array}$$

$g \circ f$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{g} [-1, 1] \xrightarrow{f} \dots ? \dots$

$$\begin{array}{ccccc} x & \xrightarrow{\quad} & \dots\dots & \xrightarrow{\quad} & \dots\dots \\ | & & & & \uparrow \\ \hline & & & & \\ & & & & \end{array}$$

$f \circ g$

II. Dérivée de fonctions composées.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \mapsto & x^2 + 1 & \mapsto & \sin(x^2 + 1) \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & \xrightarrow{\quad g \circ f \quad} & & & \end{array}$$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{g} [-1, 1] \xrightarrow{f} [1, 2]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \mapsto & \dots ? \dots & \mapsto & \dots \dots \dots \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & \xrightarrow{\quad f \circ g \quad} & & & \end{array}$$

II. Dérivée de fonctions composées.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$

- $\mathbb{R} \xrightarrow{f} [1; +\infty[\xrightarrow{g} [-1, 1]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \mapsto & x^2 + 1 & \mapsto & \sin(x^2 + 1) \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & & g \circ f & & \end{array}$$

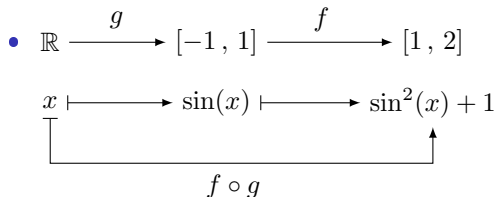
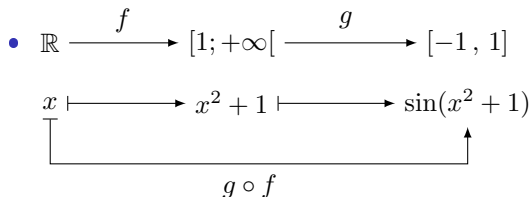
- $\mathbb{R} \xrightarrow{g} [-1, 1] \xrightarrow{f} [1, 2]$

$$\begin{array}{ccccc} x & \mapsto & \sin(x) & \mapsto & \dots ? \dots \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ & & f \circ g & & \end{array}$$

II. Dérivée de fonctions composées.

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f(\mathbb{R}) = [1; +\infty[$ et $g(\mathbb{R}) = [-1, 1]$





Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x, g'(x) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x, g'(x) = \cos(x)$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)$
- $(f \circ g)'(x) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)$
- $(f \circ g)'(x) = (f' \circ g)(x) \times g'(x) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)$
- $(f \circ g)'(x) = (f' \circ g)(x) \times g'(x) = 2 \sin(x) \times \cos(x) =$



Théorème

Si f est dérivable sur un intervalle I et g l'est sur l'intervalle $f(I)$, alors $g \circ f$ est dérivable sur I et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f' \text{ écrit autrement : } [g(f(x))]' = g'(f(x)) \times f'(x)$$

Exemple : On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sin(x)$.

- $f'(x) = 2x$, $g'(x) = \cos(x)$
- $(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x) = \cos(x^2 + 1) \times 2x = 2x \cos(x^2 + 1)$
- $(f \circ g)'(x) = (f' \circ g)(x) \times g'(x) = 2 \sin(x) \times \cos(x) = \sin(2x)$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$

❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$

❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$

❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$

❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$

❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$

❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) = \cos(e^x) e^x$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$

❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$

❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) = \cos(e^x) e^x$

❹ si $f(x) = \cos(e^x)$ alors $f'(x) =$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$

❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$

❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) = \cos(e^x) e^x$

❹ si $f(x) = \cos(e^x)$ alors $f'(x) = -\sin(e^x) e^x$

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

- ❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$
- ❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$
- ❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) = \cos(e^x) e^x$
- ❹ si $f(x) = \cos(e^x)$ alors $f'(x) = -\sin(e^x) e^x$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$e^{u(x)}$	
$\cos(u(x))$	
$\sin(u(x))$	

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

- ❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$
- ❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$
- ❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) = \cos(e^x) e^x$
- ❹ si $f(x) = \cos(e^x)$ alors $f'(x) = -\sin(e^x) e^x$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$e^{u(x)}$	$u'(x)e^{u(x)}$
$\cos(u(x))$	
$\sin(u(x))$	

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

- ❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$
- ❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$
- ❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) = \cos(e^x) e^x$
- ❹ si $f(x) = \cos(e^x)$ alors $f'(x) = -\sin(e^x) e^x$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$e^{u(x)}$	$u'(x)e^{u(x)}$
$\cos(u(x))$	$-u'(x) \sin(u(x))$
$\sin(u(x))$	

Exercice n° 1 : Dérive les fonctions composées suivantes :

- ❶ si $f(x) = e^{\sin(x)}$ alors $f'(x) = e^{\sin(x)} \cos(x)$
- ❷ si $f(x) = e^{\cos(x)}$ alors $f'(x) = -e^{\cos(x)} \sin(x)$
- ❸ si $f(x) = \sin(e^x)$ alors $f'(x) = \cos(e^x) e^x$
- ❹ si $f(x) = \cos(e^x)$ alors $f'(x) = -\sin(e^x) e^x$

En appliquant le théorème, on obtient :

Fonction	Dérivée
$e^{u(x)}$	$u'(x)e^{u(x)}$
$\cos(u(x))$	$-u'(x) \sin(u(x))$
$\sin(u(x))$	$u'(x) \cos(u(x))$

III. Dérivation partielle.

III. Dérivation partielle.



Définition:

On appelle **dérivée partielle** d'une fonction de plusieurs variables par rapport à l'une d'elles, la dérivée ordinaire de cette fonction par rapport à cette variable.

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

- $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_{0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_{0} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{6y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 = y^2 - 3$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 = y^2 - 3$$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_0 = y^2 - 3$$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(xy^2)}_{2xy} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)}_7 = 2xy + 7$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_0 = y^2 - 3$$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(xy^2)}_{x \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)}_7 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(7y)}_0 = y^2 - 3$$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(xy^2)}_{x \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(3x)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(7y)}_7 =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 = y^2 - 3$$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (xy^2)}_{x \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (3x)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7y)}_{7 \times 1} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 = y^2 - 3$$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (xy^2)}_{x \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (3x)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7y)}_{7 \times 1} = 2xy + 7$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 1$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (2y^3)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (1)}_0 = 2x$$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (2y^3)}_{2 \times 3y^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (1)}_0 = -6y^2$$

2. $g(x, y) = xy^2 - 3x + 7y$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (xy^2)}_{1 \times y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (3x)}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7y)}_0 = y^2 - 3$$

$$\bullet \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (xy^2)}_{x \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (3x)}_0 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7y)}_{7 \times 1} = 2xy + 7$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

- $\frac{\partial h}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\bullet \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\bullet \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\bullet \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_{0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_{1}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\bullet \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\bullet \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \frac{\partial h}{\partial y}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^3y^2)}_{2x^3y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7x^2y)}_{7x^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (y)}_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x)}_0 \\ &= 2x^3y - 7x^2 + 1 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^3y^2)}_{x^3 \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7x^2y)}_{7x^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (y)}_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x)}_0 \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{\partial h}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^3y^2)}_{x^3 \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7x^2y)}_{7x^2 \times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (y)}_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x)}_0 \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^3y^2)}_{x^3 \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7x^2y)}_{7x^2 \times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (y)}_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x)}_0 \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{\partial h}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^3y^2)}_{x^3 \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7x^2y)}_{7x^2 \times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (y)}_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x)}_0 \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

3. $h(x, y) = x^3y^2 - 7x^2y + y - x$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^3y^2)}_{3x^2y^2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (7x^2y)}_{14xy} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (y)}_0 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x)}_1 \\ &= 3x^2y^2 - 14xy - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial h}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^3y^2)}_{x^3 \times 2y} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (7x^2y)}_{7x^2 \times 1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (y)}_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x)}_0 \\ &= 2x^3y - 7x^2 + 1 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

- $\frac{\partial r}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(2x + 3y)} e^{2x+3y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(2x + 3y)}_2 e^{2x+3y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(2x + 3y)}_2 e^{2x+3y} = 2e^{2x+3y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

- $\frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(2x + 3y)}_2 e^{2x+3y} = 2e^{2x+3y}$

- $\frac{\partial r}{\partial y}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(2x + 3y)}_2 e^{2x+3y} = 2e^{2x+3y}$$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{(2x + 3y)} e^{2x+3y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(2x + 3y)}_2 e^{2x+3y} = 2e^{2x+3y}$$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{(2x + 3y)}_3 e^{2x+3y} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

4. $r(x, y) = e^{2x+3y}$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(2x + 3y)}_2 e^{2x+3y} = 2e^{2x+3y}$$

$$\bullet \frac{\partial r}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{(2x + 3y)}_3 e^{2x+3y} = 3e^{2x+3y}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

- $\frac{\partial s}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(8xy^2)} e^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(8xy^2)}_{8 \times 1 \times y^2} e^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(8xy^2)}_{8 \times 1 \times y^2} e^{8xy^2} = 8y^2 e^{8xy^2}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(8xy^2)}_{8 \times 1 \times y^2} e^{8xy^2} = 8y^2 e^{8xy^2}$$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial y}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(8xy^2)}_{8 \times 1 \times y^2} e^{8xy^2} = 8y^2 e^{8xy^2}$$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{(8xy^2)}_{8x \times 2y} e^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(8xy^2)}_{8 \times 1 \times y^2} e^{8xy^2} = 8y^2 e^{8xy^2}$$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{(8xy^2)}_{8x \times 2y} e^{8xy^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

5. $s(x, y) = e^{8xy^2}$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(8xy^2)}_{8 \times 1 \times y^2} e^{8xy^2} = 8y^2 e^{8xy^2}$$

$$\bullet \frac{\partial s}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{(8xy^2)}_{8x \times 2y} e^{8xy^2} = 16xy e^{8xy^2}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

- $\frac{\partial i}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}(x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}}{(x - y)^2}$$

=

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}}{(x - y)^2}$$

=

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

=

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) &= \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2} \\ &= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) &= \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2} \\ &= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2} \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2}$$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial y}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2}$$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial y}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x + y)}_0 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2}$$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial y}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2}$$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial y}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x - y)}_{-1}}{(x - y)^2}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2}$$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial y}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x - y)}_{-1}}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times (-1)}{(x - y)^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2}$$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial y}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x - y)}_{-1}}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times (-1)}{(x - y)^2} = \frac{x - y + x + y}{(x - y)^2} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

6. $i(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial x}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(x - y)}_1}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times 1}{(x - y)^2} = \frac{x - y - x - y}{(x - y)^2} = \frac{-2y}{(x - y)^2}$$

$$\bullet \frac{\partial i}{\partial y}(x, y) = \frac{\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x + y)}_1 (x - y) - (x + y) \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(x - y)}_{-1}}{(x - y)^2}$$

$$= \frac{1 \times (x - y) - (x + y) \times (-1)}{(x - y)^2} = \frac{x - y + x + y}{(x - y)^2} = \frac{2x}{(x - y)^2}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

- $\frac{\partial j}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\bullet \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{\text{}} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{\text{}}$$

=

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\bullet \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\bullet \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}}$$
$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = (2x + x^2 y) e^{xy} \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2x e^{xy} + x^2 y e^{xy} = (2x + x^2 y) e^{xy} \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \frac{\partial j}{\partial y}(x, y) =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = (2x + x^2 y) e^{xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_{0} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (e^{xy})}_{xe^{xy}} \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = (2x + x^2 y) e^{xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (e^{xy})}_{e^{xy}} \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = (2x + x^2 y) e^{xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (e^{xy})}_{xe^{xy}} \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = (2x + x^2 y) e^{xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (e^{xy})}_{xe^{xy}} \\ &= x^2 \times xe^{xy} = \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

7. $j(x, y) = x^2 e^{xy}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial x}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (x^2)}_{2x} e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (e^{xy})}_{ye^{xy}} \\ &= 2xe^{xy} + x^2 ye^{xy} = (2x + x^2 y) e^{xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial j}{\partial y}(x, y) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (x^2)}_0 e^{xy} + x^2 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} (e^{xy})}_{xe^{xy}} \\ &= x^2 \times xe^{xy} = x^3 e^{xy} \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x, y) = \ln(x^2y - y^3 + 1)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x, y) = \ln(x^2y - y^3 + 1)$

- $\frac{\partial k}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x}(x^2y - y^3 + 1)}{x^2y - y^3 + 1} =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x, y) = \ln(x^2y - y^3 + 1)$

$$\bullet \frac{\partial k}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2y - y^3 + 1)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{2xy}{x^2y - y^3 + 1}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x, y) = \ln(x^2y - y^3 + 1)$

$$\bullet \frac{\partial k}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2y - y^3 + 1)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{2xy}{x^2y - y^3 + 1}$$

$$\bullet \frac{\partial k}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2y - y^3 + 1)}{x^2y - y^3 + 1} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

8. $k(x, y) = \ln(x^2y - y^3 + 1)$

$$\bullet \frac{\partial k}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2y - y^3 + 1)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{2xy}{x^2y - y^3 + 1}$$

$$\bullet \frac{\partial k}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2y - y^3 + 1)}{x^2y - y^3 + 1} = \frac{x^2 - 3y^2}{x^2y - y^3 + 1}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

- $\frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

- $$\frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\bullet \frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\bullet \frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\bullet \frac{\partial \ell}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\bullet \frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\bullet \frac{\partial \ell}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2y}{2\sqrt{x^2 + y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

9. $\ell(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\bullet \frac{\partial \ell}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\bullet \frac{\partial \ell}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2y}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} =$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

=

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \times \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$=$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

10. $m(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial x}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\bullet \frac{\partial m}{\partial y}(x, y) = \frac{\frac{\partial}{\partial y} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \times \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$= \frac{y}{x\sqrt{x^2 + y^2} + (x^2 + y^2)}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

- $\frac{\partial n}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y))$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\bullet \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y))$$

=

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\ &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &=
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} =
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \frac{\partial n}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y} (\ln(x^2 - y))$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \frac{\partial n}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y} (\ln(x^2 - y))$$

=

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= x \times 2y \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y)}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\ &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\ &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{\partial n}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y} (\ln(x^2 - y)) \\ &= x \times 2y \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\ &= \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= x \times 2y \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= 2xy \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{-1}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= x \times 2y \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= 2xy \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{-1}{x^2 - y} =
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

11. $n(x, y) = xy^2 \ln(x^2 - y)$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= y^2 \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= y^2 \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{2x}{x^2 - y} = y^2 \ln(x^2 - y) + \frac{2x^2 y^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \frac{\partial n}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} (xy^2) \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\partial}{\partial y} (\ln(x^2 - y)) \\
 &= x \times 2y \times \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{\frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y)}{x^2 - y} \\
 &= 2xy \ln(x^2 - y) + xy^2 \times \frac{-1}{x^2 - y} = 2xy \ln(x^2 - y) - \frac{xy^2}{x^2 - y}
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (3x - y^2) \times \cos(3x - y^2) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (3x - y^2) \times \cos(3x - y^2) = 3 \cos(3x - y^2)$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (3x - y^2) \times \cos(3x - y^2) = 3 \cos(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial y}(x, y) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (3x - y^2) \times \cos(3x - y^2) = 3 \cos(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} (3x - y^2) \times \cos(3x - y^2) =$

Exercice n° 2 : Calcule les dérivées partielles de chacune des fonctions suivantes :

12. $o(x, y) = \sin(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (3x - y^2) \times \cos(3x - y^2) = 3 \cos(3x - y^2)$

- $\frac{\partial o}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} (3x - y^2) \times \cos(3x - y^2) = -2y \cos(3x - y^2)$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t ,

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t , donc au lieu de noter $\frac{\partial f}{\partial t}$ on note $\frac{df}{dt}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t , donc au lieu de noter $\frac{\partial f}{\partial t}$ on note $\frac{df}{dt}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\frac{df}{dt} = f'(t) =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t , donc au lieu de noter $\frac{\partial f}{\partial t}$ on note $\frac{df}{dt}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\frac{df}{dt} = f'(t) = [\sin^2(t)]' \cos(t) + \sin^2(t)(-\sin(t))$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t , donc au lieu de noter $\frac{\partial f}{\partial t}$ on note $\frac{df}{dt}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\begin{aligned}\frac{df}{dt} = f'(t) &= [\sin^2(t)]' \cos(t) + \sin^2(t)(-\sin(t)) \\ &= \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t , donc au lieu de noter $\frac{\partial f}{\partial t}$ on note $\frac{df}{dt}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\begin{aligned}\frac{df}{dt} = f'(t) &= [\sin^2(t)]' \cos(t) + \sin^2(t) (-\sin(t)) \\ &= [2 \cos(t) \sin^{2-1}(t)] \cos(t) - \sin^3(t)\end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t , donc au lieu de noter $\frac{\partial f}{\partial t}$ on note $\frac{df}{dt}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\begin{aligned}\frac{df}{dt} = f'(t) &= [\sin^2(t)]' \cos(t) + \sin^2(t) (-\sin(t)) \\ &= [2 \cos(t) \sin^{2-1}(t)] \cos(t) - \sin^3(t) \\ &= \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Soient $f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ alors $f(t) = \sin^2(t) \cos(t)$

La fonction f ne dépendant que de la variable t , donc au lieu de noter $\frac{\partial f}{\partial t}$ on note $\frac{df}{dt}$, car il ne s'agit plus d'une dérivation **partielle**.

$$\begin{aligned}\frac{df}{dt} = f'(t) &= [\sin^2(t)]' \cos(t) + \sin^2(t) (-\sin(t)) \\ &= [2 \cos(t) \sin^{2-1}(t)] \cos(t) - \sin^3(t) \\ &= 2 \cos^2(t) \sin(t) - \sin^3(t)\end{aligned}$$



Différentiation des fonctions composées

- ① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

- ② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} =$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} =$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} +$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

=



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$= 2xy \times \cos(t) +$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$= 2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) =$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$= 2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) = 2 \sin(t) \cos(t) \cos(t) - (\sin^2(t)) \sin(t)$$



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$= 2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) = 2 \sin(t) \cos(t) \cos(t) - (\sin^2(t)) \sin(t)$$

=



Différentiation des fonctions composées

① Soit $z = f(x, y)$ où $x = g(r, s)$ et $y = h(r, s)$ alors $z = f(g(r, s), h(r, s))$ et

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

② En général, si $u = f(x_1, \dots, x_n)$ où $x_1 = g_1(r_1, \dots, r_p), \dots, x_n = g_n(r_1, \dots, r_p)$ on a :

$$\frac{\partial u}{\partial r_k} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial r_k} + \frac{\partial u}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial r_k} + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial r_k}$$

Retrouvons avec cette formule le résultat précédent :

$f(x, y) = x^2 y$ où $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 2xy \times \frac{\partial x}{\partial t} + x^2 \times \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$= 2xy \times \cos(t) + x^2 \times (-\sin(t)) = 2 \sin(t) \cos(t) \cos(t) - (\sin^2(t)) \sin(t)$$

$$= 2 \cos^2(t) \sin(t) - \sin^3(t)$$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} =$$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} +$$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) +$$

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

$$\text{En } t = \frac{\pi}{2}, x =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yxe^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yxe^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yxe^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yxe^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yxe^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

$$\text{Calcule } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yxe^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

$$\text{Calcule } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

$$\bullet \frac{\partial T}{\partial r} =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yx e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

$$\text{Calcule } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

$$\bullet \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} +$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

$$\text{Calcule } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

$$\bullet \quad \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2yxe^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

$$\text{Calcule } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

$$\bullet \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y) \cos(\theta) +$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

$$\text{Calcule } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

$$\bullet \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y) \cos(\theta) + (3y^2 - x) \sin(\theta)$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

$$\text{Calcule } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

- $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y) \cos(\theta) + (3y^2 - x) \sin(\theta)$
- $\frac{\partial T}{\partial \theta} =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

Calcule $\frac{\partial T}{\partial r}$ et $\frac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y) \cos(\theta) + (3y^2 - x) \sin(\theta)$
- $\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} +$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

Calcule $\frac{\partial T}{\partial r}$ et $\frac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y) \cos(\theta) + (3y^2 - x) \sin(\theta)$
- $\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \theta} =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

Calcule $\frac{\partial T}{\partial r}$ et $\frac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y) \cos(\theta) + (3y^2 - x) \sin(\theta)$
- $\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \theta} = (x^2 - y)(-r \sin(\theta)) +$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 3 : $z = e^{xy^2}$ où $x = t \cos(t)$ et $y = t \sin(t)$. Calcule $\frac{dz}{dt}$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = y^2 e^{xy^2} (1 \cos(t) - t \sin(t)) + 2y x e^{xy^2} (\sin(t) + t \cos(t))$$

En $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$, et $e^{xy^2} = 1$.

$$\text{Donc, } \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \left(0 - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi^3}{8}$$

Exercice n° 4 : $T = x^3 - xy + y^3$ où $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$.

Calcule $\frac{\partial T}{\partial r}$ et $\frac{\partial T}{\partial \theta}$

- $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = (x^2 - y) \cos(\theta) + (3y^2 - x) \sin(\theta)$
- $\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \theta} = (x^2 - y)(-r \sin(\theta)) + (3y^2 - x)(r \cos(\theta))$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\frac{\partial U}{\partial r}$ et $\frac{\partial U}{\partial s}$

- $\frac{\partial U}{\partial r} =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\frac{\partial U}{\partial r}$ et $\frac{\partial U}{\partial s}$

$$\bullet \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} +$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\frac{\partial U}{\partial r}$ et $\frac{\partial U}{\partial s}$

$$\bullet \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} +$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

Calcule $\frac{\partial U}{\partial r}$ et $\frac{\partial U}{\partial s}$

$$\bullet \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \\ &= -\frac{6ryz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \\ &= -\frac{6ryz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2} \right] \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \\ &= -\frac{6ryz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2} \right] \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial s} &= \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \\ &= -\frac{6ryz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2} \right] \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial s} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \\ &= -\frac{6ryz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2} \right] \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial s} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 2 + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times (-6s^2) + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times (-6s) \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \\ &= -\frac{6ryz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2} \right] \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial s} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 2 + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times (-6s^2) + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times (-6s) \\ &= -\frac{2yz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{6s^2 z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) - 6s \sin\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 5 : $U = z \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ où $x = 3r^2 + 2s$, $y = 4r - 2s^3$, et $z = 2r^2 - 3s^2$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 6r + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4 + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 4r \\ &= -\frac{6ryz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \left[\frac{4z}{x} - \frac{6ryz}{x^2} \right] \cos\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{4z}{x} + 4r \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ \bullet \quad \frac{\partial U}{\partial s} &= \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \\ &= \left[z \times \frac{-y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times 2 + \left[z \times \frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times (-6s^2) + \left[\sin\left(\frac{y}{x}\right) \right] \times (-6s) \\ &= -\frac{2yz}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{6s^2 z}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) - 6s \sin\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= -\frac{1}{x} \left[\frac{2yz}{x} + 6s^2 z \right] \cos\left(\frac{y}{x}\right) - 6s \sin\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} =$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r \cos(\theta)$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r \cos(\theta)$

Donc, $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 =$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r \cos(\theta)$

Donc, $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)\right)^2 + \left(-\frac{\partial V}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta)\right)^2$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r \cos(\theta)$

$$\begin{aligned} \text{Donc, } \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 &= \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)\right)^2 + \left(-\frac{\partial V}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta)\right)^2 \\ &= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \sin^2(\theta) + \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r \cos(\theta)$

$$\begin{aligned} \text{Donc, } \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 &= \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)\right)^2 + \left(-\frac{\partial V}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta)\right)^2 \\ &= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \sin^2(\theta) + 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) \sin(\theta) \\ &\quad + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \sin^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \cos^2(\theta) - 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) \sin(\theta) \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r \cos(\theta)$

Donc,
$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 &= \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)\right)^2 + \left(-\frac{\partial V}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta)\right)^2 \\ &= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \sin^2(\theta) + 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) \sin(\theta) \\ &\quad + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \sin^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \cos^2(\theta) - 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) \sin(\theta) \\ &= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 [\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)] + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 [\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)] = \end{aligned}$$

IV. Dérivation partielle de fonctions composées.

Exercice n° 6 : Si $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$ démontre que :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2.$$

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)$
- $\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\partial V}{\partial x} r \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} r \cos(\theta)$

$$\begin{aligned}\text{Donc, } \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2 &= \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta)\right)^2 + \left(-\frac{\partial V}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta)\right)^2 \\&= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \cos^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \sin^2(\theta) + 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) \sin(\theta) \\&\quad + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \sin^2(\theta) + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \cos^2(\theta) - 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) \sin(\theta) \\&= \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 [\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)] + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 [\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)] = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\end{aligned}$$

V. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

V. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x, y)$ admet des dérivées partielles en tout point (x, y) d'un domaine, alors $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

V. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x, y)$ admet des dérivées partielles en tout point (x, y) d'un domaine, alors $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} ,$$

V. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x, y)$ admet des dérivées partielles en tout point (x, y) d'un domaine, alors $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},$$

V. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x, y)$ admet des dérivées partielles en tout point (x, y) d'un domaine, alors $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \text{et}$$

V. Dérivées partielles d'ordre supérieur.

Si $f(x, y)$ admet des dérivées partielles en tout point (x, y) d'un domaine, alors $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ sont elles-mêmes des fonctions de x et y qui peuvent aussi avoir des dérivées partielles. Ces dérivées secondes se notent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 15x^2 + 3y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} =$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 15x^2 + 3y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} =$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 15x^2 + 3y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 30x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 15x^2 + 3y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 30x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} =$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 15x^2 + 3y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 30x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 6y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} =$$

Exemple : $f(x, y) = 5x^3 + 3xy^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 15x^2 + 3y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 30x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 6y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6y$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} =$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = x$$

Exemple : $f(x, y, z) = xyz - x^2y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = yz - 2xy^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xz - 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = xy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2y^3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6x^2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -6xy^2 + z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = x$$



Théorème : Schwarz

Si $\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha \partial \beta}$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial \beta \partial \alpha}$ existent et sont continues, alors $\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\partial^2 f}{\partial \beta \partial \alpha}$

VI. Fonctions implicites.

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. LIONS ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. Lisons ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. LIONS ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

Ajoutons une seconde équation $z(x^2 + y^2) = 4xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un nouveau degré de liberté.

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. Lions ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

Ajoutons une seconde équation $z(x^2 + y^2) = 4xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un nouveau degré de liberté.

 Il n'y a plus qu'une variable qui est **libre** : x , y ou z .

Ainsi, lorsqu'on écrit le système :
$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. LIONS ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

Ajoutons une seconde équation $z(x^2 + y^2) = 4xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un nouveau degré de liberté.

 Il n'y a plus qu'une variable qui est **libre** : x , y ou z .

Ainsi, lorsqu'on écrit le système : $\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$. Implicitement, ce système nous dit qu'on est dans $\mathbb{R}^3$ et qu'il n'y a qu'une variable de libre

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. LIONS ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

Ajoutons une seconde équation $z(x^2 + y^2) = 4xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un nouveau degré de liberté.

 Il n'y a plus qu'une variable qui est **libre** : x , y ou z .

Ainsi, lorsqu'on écrit le système : $\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$. Implicitement, ce système nous dit qu'on est dans $\mathbb{R}^3$ et qu'il n'y a qu'une variable de libre ($3 \text{ variables de } \mathbb{R}^3 - 2 \text{ équations} = 1 \text{ variable libre}$).

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. LIONS ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

👉 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

Ajoutons une seconde équation $z(x^2 + y^2) = 4xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un nouveau degré de liberté.

👉 Il n'y a plus qu'une variable qui est **libre** : x , y ou z .

Ainsi, lorsqu'on écrit le système : $\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$. Implicitement, ce système nous dit qu'on est dans $\mathbb{R}^3$ et qu'il n'y a qu'une variable de libre ($3 \text{ variables de } \mathbb{R}^3 - 2 \text{ équations} = 1 \text{ variable libre}$).

Décidons que x soit cette variable libre, alors,

VI. Fonctions implicites.

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. Lions ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

👉 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

Ajoutons une seconde équation $z(x^2 + y^2) = 4xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un nouveau degré de liberté.

👉 Il n'y a plus qu'une variable qui est **libre** : x , y ou z .

Ainsi, lorsqu'on écrit le système : $\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$. Implicitement, ce système nous dit qu'on est dans $\mathbb{R}^3$ et qu'il n'y a qu'une variable de libre (3 variables de $\mathbb{R}^3$ – 2 équations = 1 variable libre).

Décidons que x soit cette variable libre, alors, localement, on devrait avoir : $\begin{cases} y = f(x) \\ z = g(x) \end{cases}$

Plaçons nous dans $\mathbb{R}^3$ où les variables x , y , et z sont libres. On a trois degré de liberté. Lions ces trois variables avec la première équation $z = xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un degré de liberté.

👉 Il n'y a plus que deux variables qui sont **libres** : x et y , ou x et z , ou y et z .

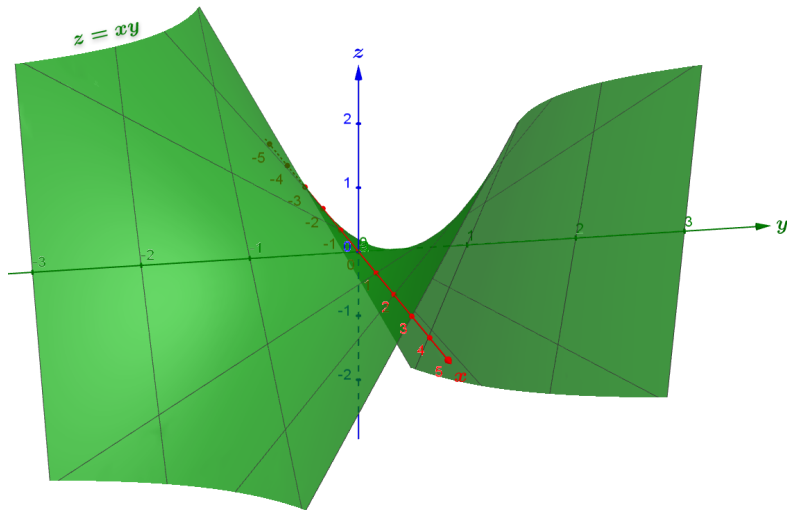
Ajoutons une seconde équation $z(x^2 + y^2) = 4xy$. Cette contrainte vient de nous faire perdre un nouveau degré de liberté.

👉 Il n'y a plus qu'une variable qui est **libre** : x , y ou z .

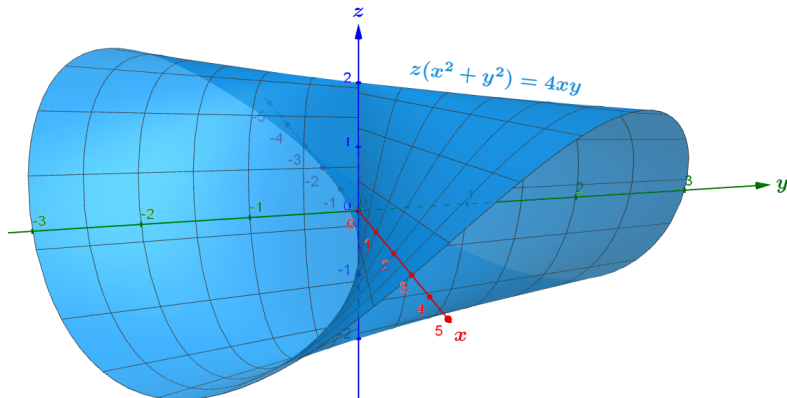
Ainsi, lorsqu'on écrit le système : $\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$. Implicitement, ce système nous dit qu'on est dans $\mathbb{R}^3$ et qu'il n'y a qu'une variable de libre ($3 \text{ variables de } \mathbb{R}^3 - 2 \text{ équations} = 1 \text{ variable libre}$).

Décidons que x soit cette variable libre, alors, localement, on devrait avoir : $\begin{cases} y = f(x) \\ z = g(x) \end{cases}$ où les fonctions f et g sont **implicitement** définies par le système d'équations.

Dans $\mathbb{R}^3$, une équation = deux degrés de liberté :

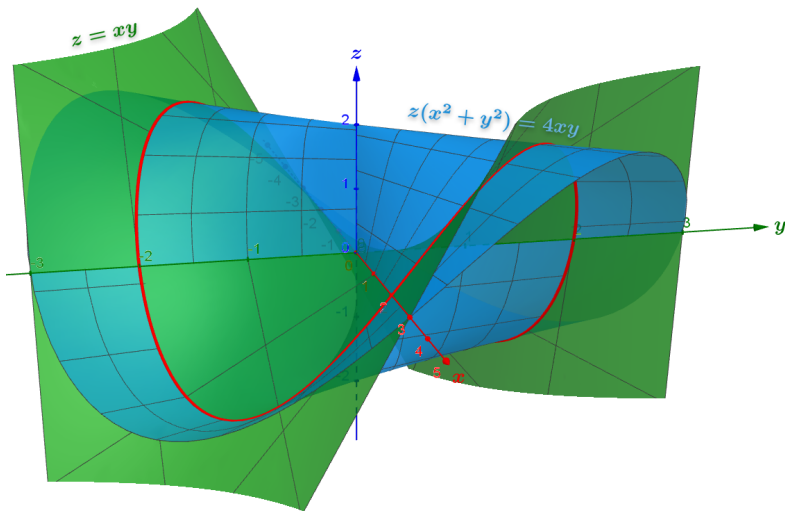


Dans $\mathbb{R}^3$, une équation = deux degrés de liberté :

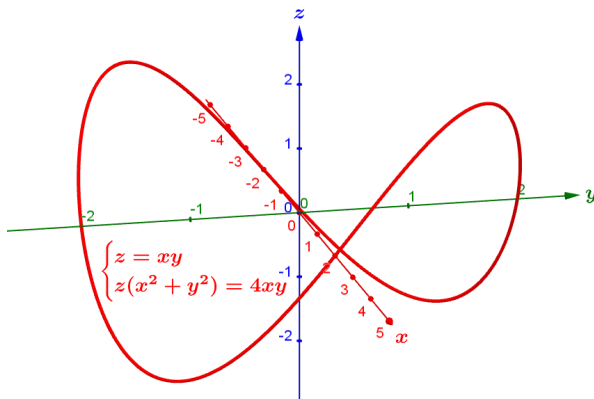


VI. Fonctions implicites.

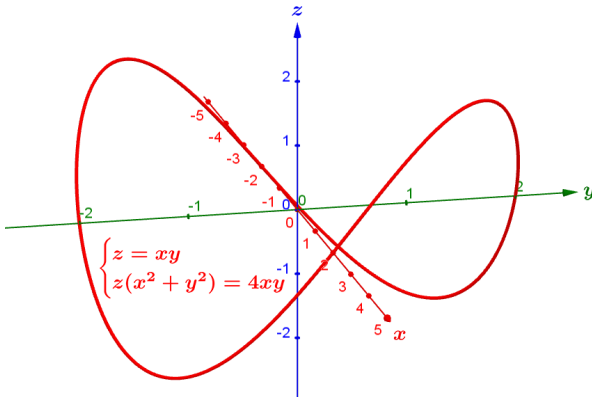
Les solutions du système correspondent
à l'**intersection** des deux surfaces :



Dans $\mathbb{R}^3$, un système de deux équations
= un degré de liberté :



Dans $\mathbb{R}^3$, un système de deux équations
= un degré de liberté :



Remarque : En pratique, il est impossible de déterminer **explicitement** les fonctions f et g , et pourtant, on arrive facilement à les dériver.

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1...} \times y + \\ \frac{dz}{dx} \times (.....) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=.....} = \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + \dots\dots\dots \\ \frac{dz}{dx} \times (\dots\dots\dots) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{= \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (\dots\dots\dots) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{= \dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=.....} = \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x + 2y \frac{dy}{dx}} = \dots\dots\dots \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x + 2y \frac{dy}{dx}} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x + 2y \frac{dy}{dx}} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = y + \dots\dots\dots \\ \frac{dz}{dx} \times (\dots\dots\dots) + 2xz + \dots\dots \frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x + 2y \frac{dy}{dx}} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (\dots\dots\dots) + 2xz + \dots\dots\dots \frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$$
 par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x + 2y \frac{dy}{dx}} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + \dots \frac{dy}{dx} = \dots \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$ par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x + 2y \frac{dy}{dx}} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = \dots \end{cases}$$

VI. Fonctions implicites.

On va chercher la dérivée de z par rapport à x , pour ce faire, on va dériver le système

$\begin{cases} z = xy \\ z(x^2 + y^2) = 4xy \end{cases}$ par rapport à x , en n'oubliant pas que z et y sont des fonctions implicites de la variable x :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x + 2y \frac{dy}{dx}} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x+2y \frac{dy}{dx}} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x+2y} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} + \dots \times \frac{dy}{dx} = \dots \\ \dots \times \frac{dz}{dx} + \dots \times \frac{dy}{dx} = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x+2y} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} - x \frac{dy}{dx} = \dots \\ \dots \times \frac{dz}{dx} + \dots \times \frac{dy}{dx} = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x+2y} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} - x \frac{dy}{dx} = y \\ \dots \times \frac{dz}{dx} + \dots \times \frac{dy}{dx} = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x+2y} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + \dots \times \frac{dy}{dx} = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x+2y} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx}(x \times y) \\ \frac{d}{dx}[z \times (x^2 + y^2)] = \frac{d}{dx}(4x \times y) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = \underbrace{\frac{dx}{dx}}_{=1} \times y + x \times \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + z \times \underbrace{\frac{d}{dx}(x^2 + y^2)}_{=2x+2y} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = y + x \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \times (x^2 + y^2) + 2xz + 2yz \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{array} \right.$$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} =$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & \\ & \end{vmatrix} =$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \end{vmatrix} =$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} =$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x +$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 +$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\quad}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{y}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = 2y^2z -$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + \dots}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 \\ 2yz - 4x + x^3 + xy^2 \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & y \\ 2yz - 4x & x^3 + xy^2 \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & y \\ x^2 + y^2 & \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & y \\ x^2 + y^2 & 4y - 2xz \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} =$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & y \\ x^2 + y^2 & 4y - 2xz \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = 4y$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & y \\ x^2 + y^2 & 4y - 2xz \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = 4y - 2xz$

VI. Fonctions implicites.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & y \\ x^2 + y^2 & 4y - 2xz \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = 4y - 2xz - x^2y$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - x \times \frac{dy}{dx} = y \\ x^2 + y^2 \times \frac{dz}{dx} + (2yz - 4x) \times \frac{dy}{dx} = 4y - 2xz \end{cases}$$

Le déterminant du système est $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ x^2 + y^2 & 2yz - 4x \end{vmatrix} = 2yz - 4x + x^3 + xy^2$

 $\frac{dz}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} y & -x \\ 4y - 2xz & 2yz - 4x \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 4xy + 4xy - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{2y^2z - 2x^2z}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

 $\frac{dy}{dx} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & y \\ x^2 + y^2 & 4y - 2xz \end{vmatrix}}{2yz - 4x + x^3 + xy^2} = \frac{4y - 2xz - x^2y - y^3}{2yz - 4x + x^3 + xy^2}$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} =$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$

Exercice n°7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$
- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} =$

Exercice n°7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$
- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v \frac{\partial v}{\partial x}$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$
- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v \frac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où}$$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$

- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v \frac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} =$$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les équations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$

- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v \frac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les équations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$

- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v \frac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} =$$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$

- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v \frac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

En posant :

- $f(x, y) = u^2(x, y) - v(x, y)$, on a : $\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}$

- $g(x, y) = u(x, y) - 2v^2(x, y)$, on a : $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \times 2v \frac{\partial v}{\partial x}$

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} - 4v \frac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où}$$

Exercice n° 7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} - 4v \frac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} =$$

Exercice n°7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} - 4v \frac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n°7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} - 4v \frac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4v - 2}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} =$$

Exercice n°7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} - 4v \frac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4v - 2}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} =$$

Exercice n°7 : Si $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \\ 1 - 8uv \neq 0 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, et $\frac{\partial v}{\partial y}$.

- Dérivons les equations par rapport à x , en considérant u et v comme des fonctions de x et y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \\ \frac{\partial u}{\partial x} - 4v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{1 - 12v}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{2u - 3}{1 - 8uv}$$

- Dérivons les equations par rapport à y :

$$\begin{cases} 2u \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} - 4v \frac{\partial v}{\partial y} = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -4v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4v - 2}{1 - 8uv} \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} 2u & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2u & -1 \\ 1 & -4v \end{vmatrix}} = \frac{-4u - 1}{1 - 8uv}$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} =$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 3x^2y \frac{\partial x}{\partial t} + x^3 \frac{\partial y}{\partial t}$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 3x^2y \frac{\partial x}{\partial t} + x^3 \frac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 3x^2y \frac{\partial x}{\partial t} + x^3 \frac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t :

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2 y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$.

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2 y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de même avec la troisième on obtient :

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 3x^2y \frac{\partial x}{\partial t} + x^3 \frac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases}$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2 y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$.

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$.

$$\frac{dx}{dt} =$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 3x^2y \frac{\partial x}{\partial t} + x^3 \frac{\partial y}{\partial t}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} \text{ et } \frac{dy}{dt} =$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases} \quad \text{On applique la méthode de Cramer pour trouver } \frac{dx}{dt} \text{ et } \frac{dy}{dt}.$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} =$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases} \quad \text{On applique la méthode de Cramer pour trouver } \frac{dx}{dt} \text{ et } \frac{dy}{dt}.$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4t - 2x}{15x^4y^2 - 2x}$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2 y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases} \quad \text{On applique la méthode de Cramer pour trouver } \frac{dx}{dt} \text{ et } \frac{dy}{dt}.$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4 y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4 t - 2x}{15x^4 y^2 - 2x}$$

$$\frac{dU}{dt} =$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3 y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2 y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases} \quad \text{On applique la méthode de Cramer pour trouver } \frac{dx}{dt} \text{ et } \frac{dy}{dt}.$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4 y^2 - 2x} \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4 t - 2x}{15x^4 y^2 - 2x}$$

$$\frac{dU}{dt} = 3x^2 y \times$$

Exercice n° 8 : Si $\begin{cases} U = x^3y \\ x^5 + y = t \\ x^2 + y^3 = t^2 \end{cases}$ calcule $\frac{\partial U}{\partial t}$

Corrigé : $\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 3x^2y \frac{dx}{dt} + x^3 \frac{dy}{dt}$

Les deux dernières équations définissent x et y comme des fonctions implicites de t , on va les dérivées par rapport à t :

En posant : $g(x, y) = x^5 + y$ l'équation la deuxième équation du système s'écrit : $g(x, y) = t$.

Dérivons cette équation par t : $\frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 1$ soit $5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1$. En faisant de

même avec la troisième on obtient :

$$\begin{cases} 5x^4 \frac{dx}{dt} + 1 \times \frac{dy}{dt} = 1 \\ 2x \frac{dx}{dt} + 3y^2 \times \frac{dy}{dt} = 2t \end{cases}$$

On applique la méthode de Cramer pour trouver $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2t & 3y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} \text{ et } \frac{dy}{dt} = \frac{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 2t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5x^4 & 1 \\ 2x & 3y^2 \end{vmatrix}} = \frac{10x^4t - 2x}{15x^4y^2 - 2x}$$

$$\frac{dU}{dt} = 3x^2y \times \frac{3y^2 - 2t}{15x^4y^2 - 2x} + x^3 \times \frac{10x^4t - 2x}{15x^4y^2 - 2x}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

- (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

- (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \frac{\partial}{\partial y}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \frac{\partial}{\partial y}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \left(3 \times 2 \frac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0 \right)}{(3z^2 - x)^2}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} &= \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \frac{\partial}{\partial y}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \left(3 \times 2 \frac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0 \right)}{(3z^2 - x)^2} \\ &= \frac{\frac{\partial z}{\partial y} [3z^2 - x - 6z^2]}{(3z^2 - x)^2} = \end{aligned}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montrez que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} &= \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \frac{\partial}{\partial y}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \left(3 \times 2 \frac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0 \right)}{(3z^2 - x)^2} \\ &= \frac{\frac{\partial z}{\partial y} [3z^2 - x - 6z^2]}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} [-3z^2 - x]}{(3z^2 - x)^2} \text{ on utilise (4) et on obtient :}\end{aligned}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \frac{\partial}{\partial y}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \left(3 \times 2 \frac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0 \right)}{(3z^2 - x)^2}$$

$$= \frac{\frac{\partial z}{\partial y} [3z^2 - x - 6z^2]}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} [-3z^2 - x]}{(3z^2 - x)^2} \text{ on utilise (4) et on obtient :}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montrez que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 1 : On dérive (3) par rapport à y :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \frac{\partial}{\partial y}(3z^2 - x)}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} \times (3z^2 - x) - z \left(3 \times 2 \frac{\partial z}{\partial y} z^{2-1} - 0 \right)}{(3z^2 - x)^2}$$

$$= \frac{\frac{\partial z}{\partial y} [3z^2 - x - 6z^2]}{(3z^2 - x)^2} = \frac{\frac{\partial z}{\partial y} [-3z^2 - x]}{(3z^2 - x)^2} \text{ on utilise (4) et on obtient :}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\frac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\frac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \frac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-\frac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \frac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z \frac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2}, \text{ on utilise (3) :}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \frac{-\frac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \frac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z \frac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2}, \text{ on utilise (3) :} \\ &= -\frac{6z \frac{z}{3z^2 - x} - 1}{(3z^2 - x)^2} = \end{aligned}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \frac{-\frac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \frac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z \frac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2}, \text{ on utilise (3) :} \\ &= -\frac{6z \frac{z}{3z^2 - x} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z^2 - (3z^2 - x)}{3z^2 - x} \times \frac{1}{(3z^2 - x)^2} = \end{aligned}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 2 : On dérive (4) par rapport à x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \frac{-\frac{\partial(3z^2 - x)}{\partial x}}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3 \times 2 \times \frac{\partial z}{\partial x} z^{2-1} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z \frac{\partial z}{\partial x} - 1}{(3z^2 - x)^2}, \text{ on utilise (3) :} \\ &= -\frac{6z \frac{z}{3z^2 - x} - 1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{6z^2 - (3z^2 - x)}{3z^2 - x} \times \frac{1}{(3z^2 - x)^2} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3} \end{aligned}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise (3) et (4) :}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise (3) et (4) :}$$

=

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise (3) et (4) :}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise (3) et (4) :}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

=

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montrez que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise (3) et (4) :}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

$$= \frac{(3z^2 - x) - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^2}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montrez que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise (3) et (4) :}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

$$= \frac{(3z^2 - x) - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} =$$

Exercice n°9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montrez que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n°3 : On dérive (1) : $3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ par rapport à y :

$$6z \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - x \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} (3z^2 - x) = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ on utilise (3) et (4) :}$$

$$= \frac{1}{3z^2 - x} - 6z \times \frac{1}{3z^2 - x} \times \frac{z}{3z^2 - x}$$

$$= \frac{(3z^2 - x) - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{-3z^2 - x}{(3z^2 - x)^3}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

• (1) $\frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x}$ (3)

• (2) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ donc $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x}$ (4)

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}$$

=

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\begin{aligned} (3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \\ &= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} = \end{aligned}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montre que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\begin{aligned} (3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \\ &= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} = \frac{1}{(3z^2 - x)^2} \end{aligned}$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montrez que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\begin{aligned} (3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \\ &= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} = \frac{3z^2 - x - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$$

Exercice n° 9 : Si $z^3 - xz - y = 0$, montrez que $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$

La variable z dépend des variables indépendantes x et y et posons $f(x, y, z) = z^3 - xz - y = 0$

$$\bullet (1) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial x} - z = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z}{3z^2 - x} \quad (3)$$

$$\bullet (2) \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0 \text{ donc } \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3z^2 - x} \quad (4)$$

Méthode n° 4 : On dérive (2) : $\frac{\partial f}{\partial y} = 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial y} - 1 = 0$ par rapport à x :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + 3z^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\begin{aligned} (3z^2 - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial z}{\partial y} - 6z \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \\ &= \frac{1}{3z^2 - x} - \frac{6z \times z}{(3z^2 - x)^2} = \frac{3z^2 - x - 6z^2}{(3z^2 - x)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{3z^2 + x}{(3z^2 - x)^3}$$